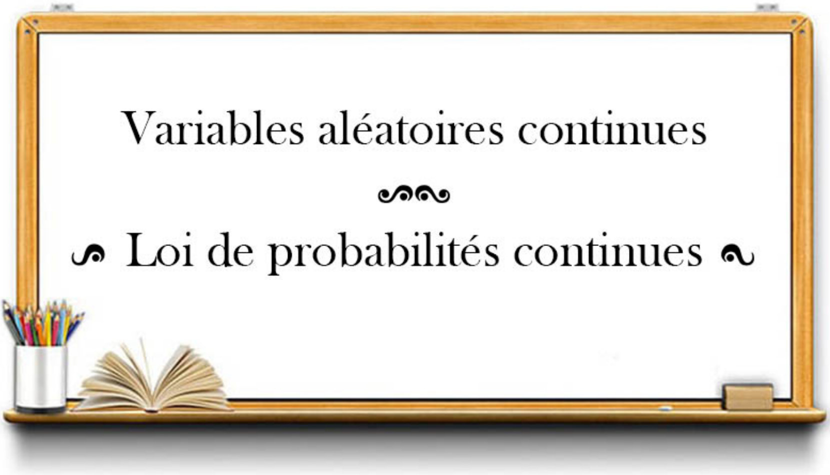

Variables aléatoires continues
Loi de probabilités continues

1. Densité de probabilités.

Une fonction f est une **densité** ou une distribution de probabilité si elle satisfait aux deux conditions suivantes :

$$f \text{ est positive et } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

1. Densité de probabilités.

Une fonction f est une **densité** ou une distribution de probabilité si elle satisfait aux deux conditions suivantes :

$$f \text{ est positive et } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

On dit qu'une variable aléatoire X a pour densité ou **distribution** de probabilité la fonction f, si pour tous nombres réels a et b tels que $a \leqslant b$:

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

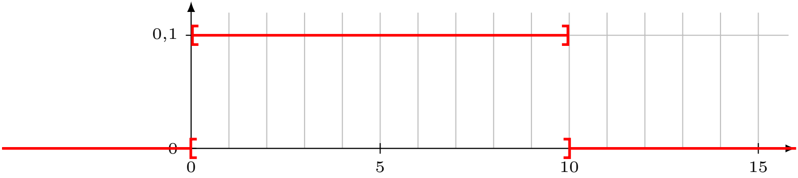
On dit alors que la variable aléatoire X est **continue**.

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

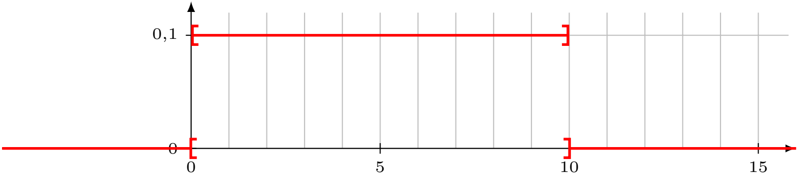
Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} ? & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ ? & \text{sinon.} \end{cases}$



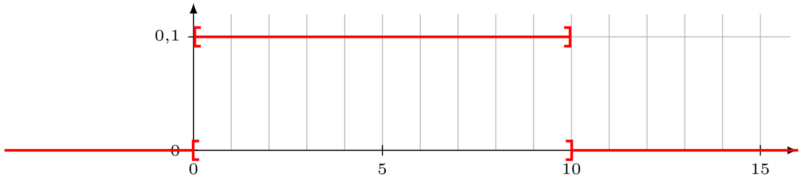
Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ ? & \text{sinon.} \end{cases}$



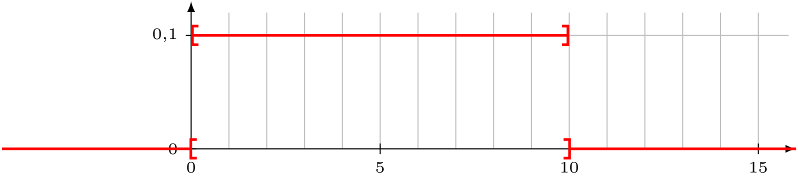
Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ \mathbf{0} & \text{sinon.} \end{cases}$



Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

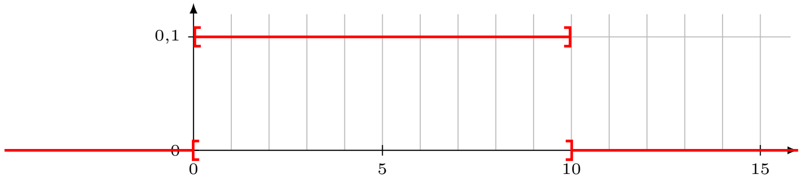
1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ \mathbf{0} & \text{sinon.} \end{cases}$



On vérifie que cette fonction est bien une densité de probabilité car :

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ \mathbf{0} & \text{sinon.} \end{cases}$

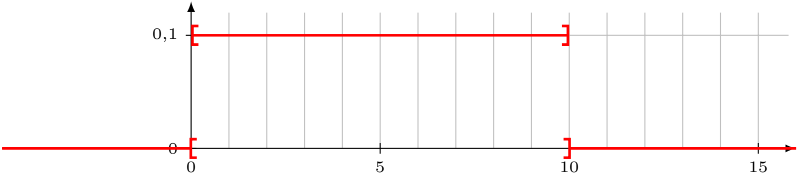


On vérifie que cette fonction est bien une densité de probabilité car :

- $\boldsymbol{f(x) \geqslant 0}$

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ \mathbf{0} & \text{sinon.} \end{cases}$

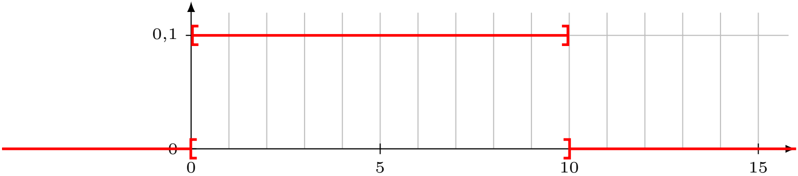


On vérifie que cette fonction est bien une densité de probabilité car :

- $\boldsymbol{f(x) \geqslant 0}$
- $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x =$

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} 0{,}1 & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

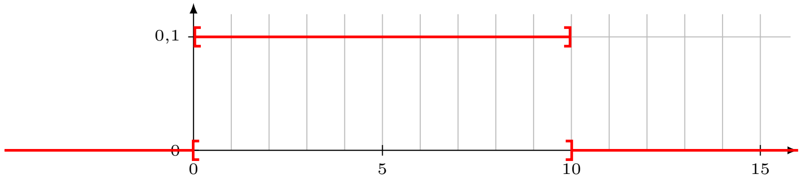


On vérifie que cette fonction est bien une densité de probabilité car :

- $f(x) \geqslant 0$
- $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{10} 0{,}1\,\mathrm{d}x =$

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ \mathbf{0} & \text{sinon.} \end{cases}$

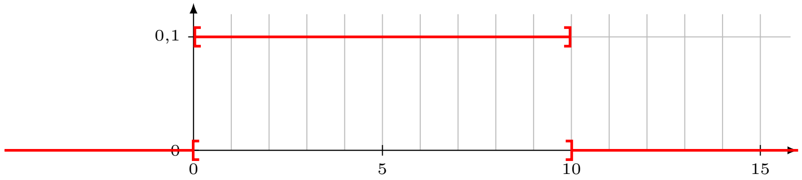


On vérifie que cette fonction est bien une densité de probabilité car :

- $\boldsymbol{f(x) \geqslant 0}$
- $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{10} \mathbf{0{,}1\,d}\boldsymbol{x} = \Big[\mathbf{0{,}1}\boldsymbol{x}\Big]_0^{10} =$

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ \mathbf{0} & \text{sinon.} \end{cases}$

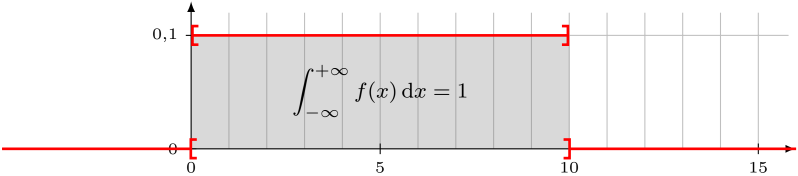


On vérifie que cette fonction est bien une densité de probabilité car :

- $\boldsymbol{f(x) \geqslant 0}$
- $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{10} \mathbf{0{,}1}\,\mathrm{d}\boldsymbol{x} = \Big[\mathbf{0{,}1}\boldsymbol{x}\Big]_0^{10} = \mathbf{10 \times 0{,}1 - 0 =}$

Exemple n° 1 : Soit X la variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 10]$.
On note $\boldsymbol{X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])}$

1. Sa densité de probabilité est définie par $f(x) = \begin{cases} \mathbf{0{,}1} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10 \\ \mathbf{0} & \text{sinon.} \end{cases}$



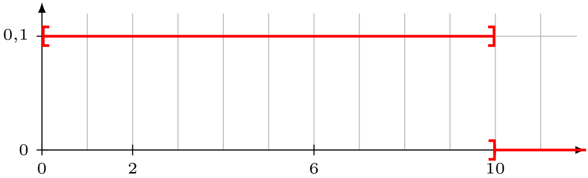
On vérifie que cette fonction est bien une densité de probabilité car :

- $\boldsymbol{f(x) \geqslant 0}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = \boldsymbol{\int_0^{10} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_0^{10} = 10 \times 0{,}1 - 0 = 1}$

2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

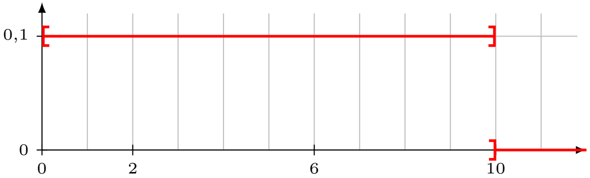
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) =$



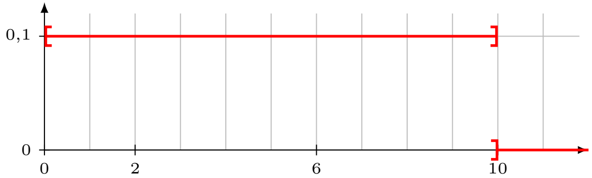
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \int_2^6 0{,}1 \, \mathrm{d}x =$



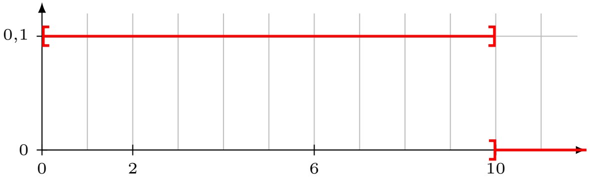
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 =$



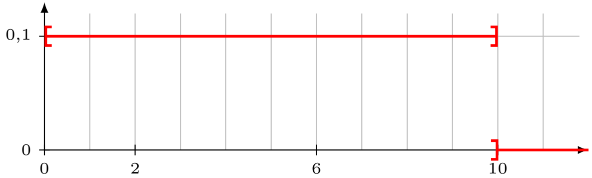
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \int_2^6 0{,}1 \,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 =$



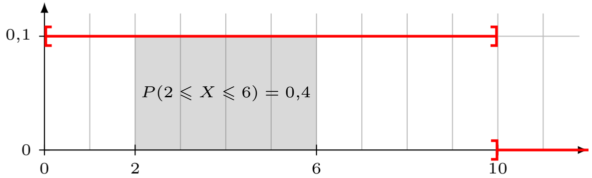
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) =$



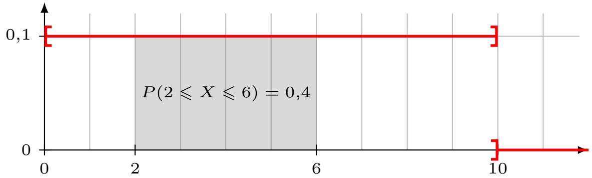
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \displaystyle\int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



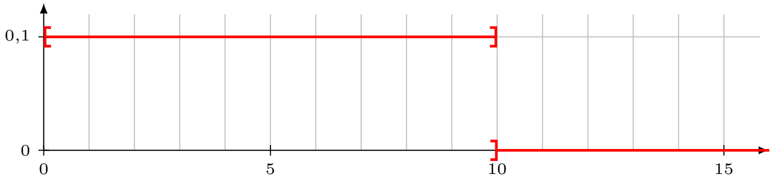
❷ Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \displaystyle\int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



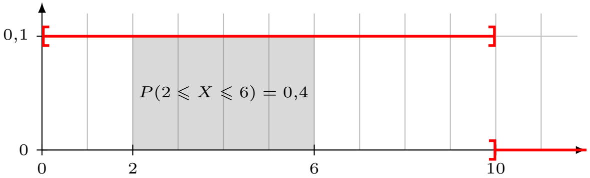
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) =$

$=$



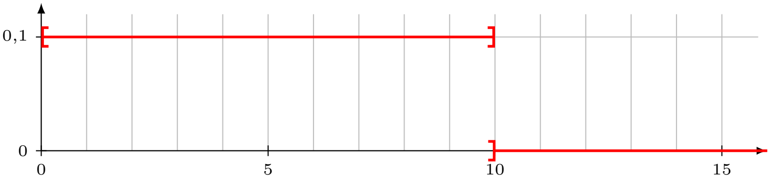
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \displaystyle\int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



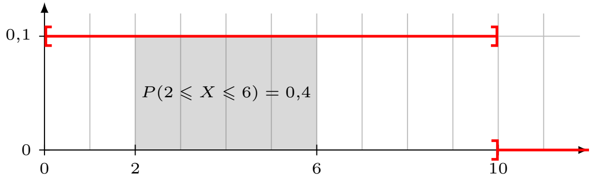
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \displaystyle\int_5^{15} 0{,}1\,\mathrm{d}x =$

$=$



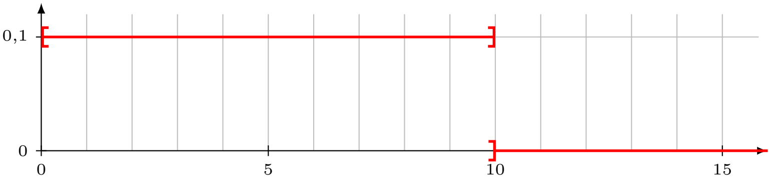
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \left[0{,}1x\right]_2^6 = 0{,}1\left[x\right]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



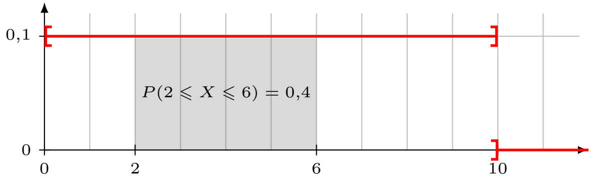
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \int_5^{15} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \int_5^{10} 0{,}1\,\mathrm{d}x =$

  $=$



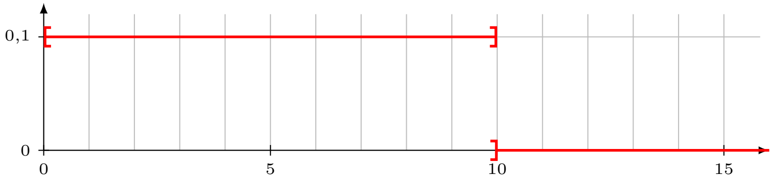
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \displaystyle\int_2^6 \mathbf{0{,}1\,dx} = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



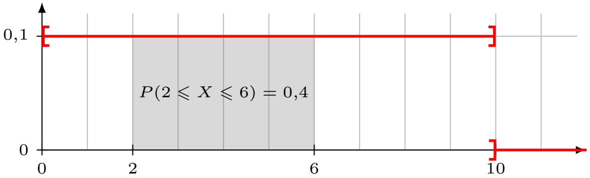
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \displaystyle\int_5^{15} \mathbf{0{,}1\,dx} = \int_5^{10} \mathbf{0{,}1\,dx} = \Big[0{,}1x\Big]_5^{10} =$

$=$



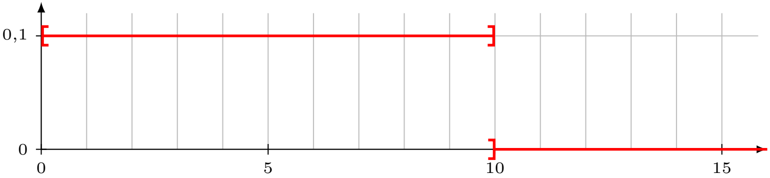
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \displaystyle\int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



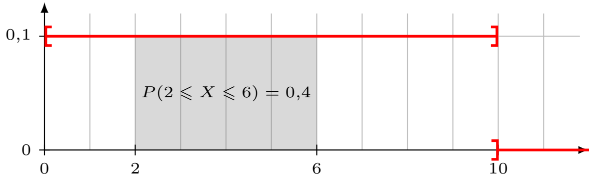
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \displaystyle\int_5^{15} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \int_5^{10} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_5^{10} = 0{,}1\Big[x\Big]_5^{10}$

$=$



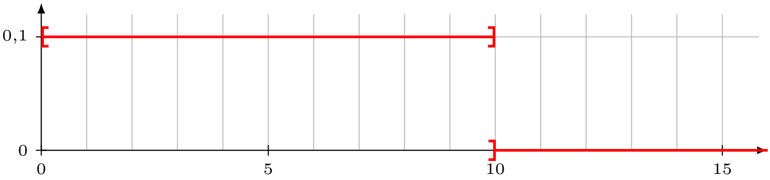
❷ Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \displaystyle\int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_2^6 = 0{,}1\Big[x\Big]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



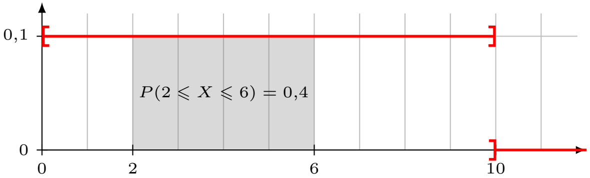
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \displaystyle\int_5^{15} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \int_5^{10} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \Big[0{,}1x\Big]_5^{10} = 0{,}1\Big[x\Big]_5^{10}$

$= 0{,}1 \times (10-5) =$



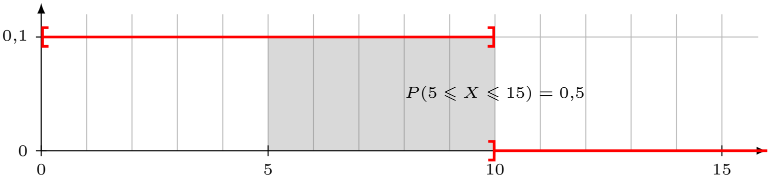
2. Les probabilités correspondent à des aires sous la courbe représentant sa densité f :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \int_2^6 0{,}1\,\mathrm{d}x = \left[0{,}1x\right]_2^6 = 0{,}1\left[x\right]_2^6 = 0{,}1 \times (6-2) = 0{,}4$



- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \int_5^{15} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \int_5^{10} 0{,}1\,\mathrm{d}x = \left[0{,}1x\right]_5^{10} = 0{,}1\left[x\right]_5^{10}$

  $= 0{,}1 \times (10-5) = 0{,}5$



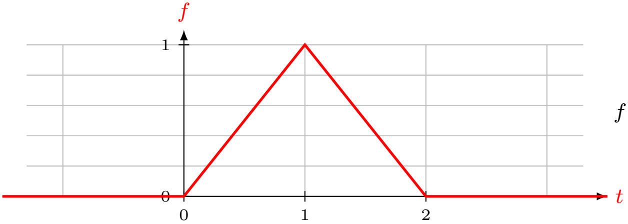
Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

I. Les lois continues.

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} & \text{si } t < 0, \\ & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

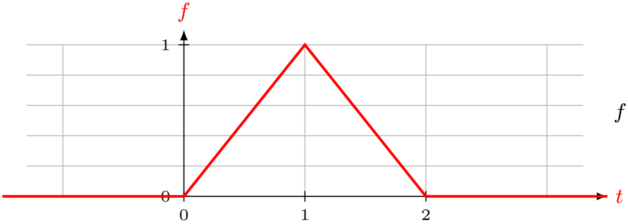
Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2 - t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2 - t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t =$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} =$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2 - t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} =$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle :}\ \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :

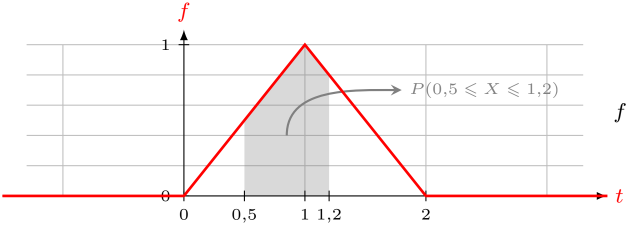
$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2 - t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

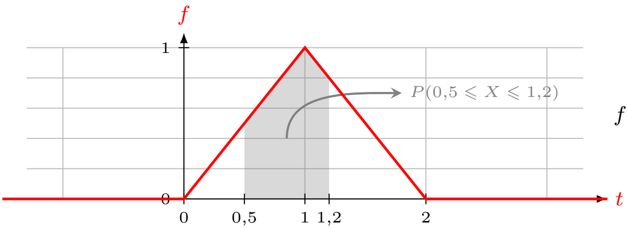
1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) =$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

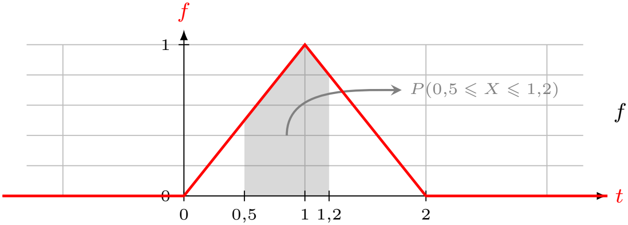
1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle :} \ \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{\mathbf{0,5}}^{\mathbf{1,2}} \boldsymbol{f(t)\,\mathrm{d}t =}$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2 - t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

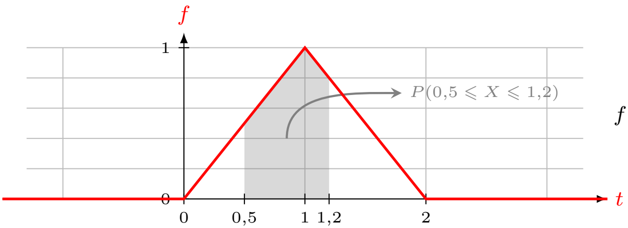
1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0,5}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_{0,5}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

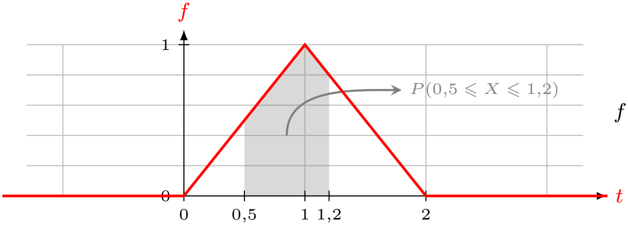
$$f(t) \geqslant 0 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0,5}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_{0,5}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$=$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2 - t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

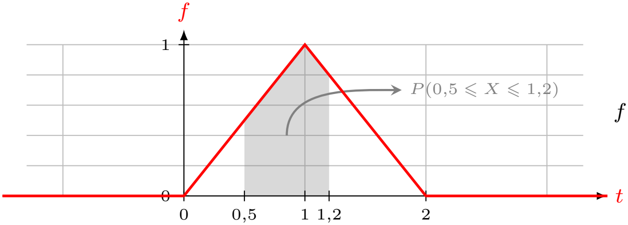
$$f(t) \geqslant 0 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0{,}5}^{1{,}2} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_{0{,}5}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1{,}2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_{0{,}5}^{1} t\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1{,}2} (2 - t)\,\mathrm{d}t$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2 - t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

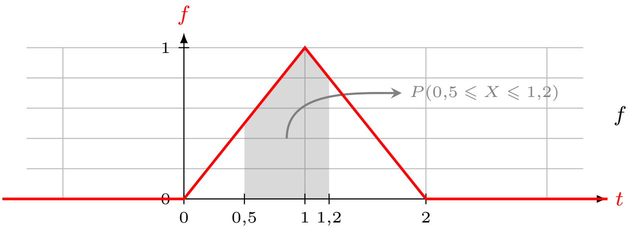
2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0,5}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_{0,5}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_{0,5}^{1} t\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} (2 - t)\,\mathrm{d}t$$

$$=$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$f(t) \geqslant 0 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,dt = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

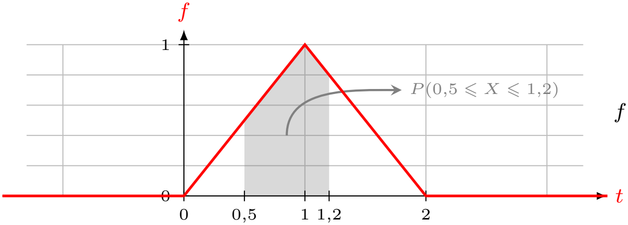
2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0,5}^{1,2} f(t)\,dt = \int_{0,5}^{1} f(t)\,dt + \int_{1}^{1,2} f(t)\,dt$$

$$= \int_{0,5}^{1} t\,dt + \int_{1}^{1,2} (2-t)\,dt$$

$$= \left[\frac{t^2}{2}\right]_{0,5}^{1} + \left[2t - \frac{t^2}{2}\right]_{1}^{1,2} =$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

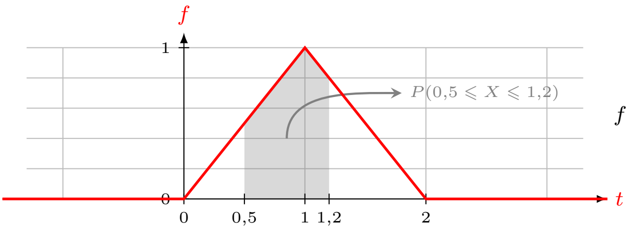
2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0,5}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_{0,5}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_{0,5}^{1} t\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} (2-t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \left[\frac{t^2}{2}\right]_{0,5}^{1} + \left[2t - \frac{t^2}{2}\right]_{1}^{1,2} = (0{,}5 - 0{,}125) +$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$f(t) \geqslant 0 \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

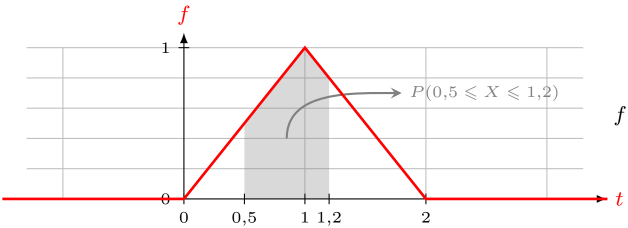
2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0,5}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_{0,5}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_{0,5}^{1} t\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1,2} (2-t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \left[\frac{t^2}{2}\right]_{0,5}^{1} + \left[2t - \frac{t^2}{2}\right]_{1}^{1,2} = (0{,}5 - 0{,}125) + (1{,}68 - 1{,}5) =$$

Exemple n° 2 : La variable aléatoire T suit la loi triangulaire ayant la densité f suivante :



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ t & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ 2-t & \text{si } 1 \leqslant t \leqslant 2, \\ 0 & \text{si } t > 2. \end{cases}$$

1. La fonction f est bien une densité de probabilité car :

$$\boldsymbol{f(t) \geqslant 0} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{d}t = \textbf{Aire du triangle : } \frac{\textbf{Base} \times \textbf{Hauteur}}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = 1$$

2. Calcule à l'aide d'une intégrale :

$$P(0{,}5 \leqslant T \leqslant 1{,}2) = \int_{0{,}5}^{1{,}2} f(t)\,\mathrm{d}t = \int_{0{,}5}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1{,}2} f(t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \int_{0{,}5}^{1} t\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{1{,}2} (2-t)\,\mathrm{d}t$$

$$= \left[\frac{t^2}{2}\right]_{0{,}5}^{1} + \left[2t - \frac{t^2}{2}\right]_{1}^{1{,}2} = (0{,}5 - 0{,}125) + (1{,}68 - 1{,}5) = 0{,}555$$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T = 0{,}6) =$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T = 0{,}6) = \boldsymbol{\int_{0{,}6}^{0{,}6} f(t)\,\mathrm{d}t =}$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T = 0{,}6) = \boldsymbol{\int_{0,6}^{0,6} f(t)\,\mathrm{d}t = 0}$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T = 0{,}6) = \boldsymbol{\int_{0,6}^{0,6} f(t)\,\mathrm{d}t = 0}$

4. Compare $P(T \leqslant 0{,}6)$ et $P(T < 0{,}6)$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T = 0{,}6) = \int_{0,6}^{0,6} f(t)\,dt = 0$
4. Compare $P(T \leqslant 0{,}6)$ et $P(T < 0{,}6)$

   $P(T \leqslant 0{,}6) =$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T = 0{,}6) = \boldsymbol{\int_{0,6}^{0,6} f(t)\,\mathrm{d}t = 0}$

4. Compare $P(T \leqslant 0{,}6)$ et $P(T < 0{,}6)$
   $\boldsymbol{P(T \leqslant 0{,}6) = P(T < 0{,}6) + P(T = 0{,}6) =}$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T=0{,}6) = \int_{0{,}6}^{0{,}6} f(t)\,\mathrm{d}t = 0$

4. Compare $P(T \leqslant 0{,}6)$ et $P(T < 0{,}6)$

   $P(T \leqslant 0{,}6) = P(T < 0{,}6) + P(T = 0{,}6) = P(T < 0{,}6)$

3. Calcule à l'aide d'une intégrale $P(T=0{,}6)=\displaystyle\int_{0,6}^{0,6} f(t)\,\mathrm{d}t = 0$

4. Compare $P(T \leqslant 0{,}6)$ et $P(T<0{,}6)$

   $P(T \leqslant 0{,}6)=P(T<0{,}6)+P(T=0{,}6)=P(T<0{,}6)$

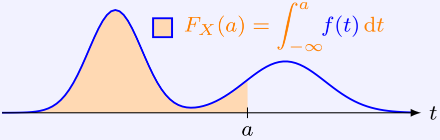
Propriété

la probabilité d'un point isolé est nulle pour une variable continue. Donc, si T est une variable aléatoire continue, alors pour tout réel a,

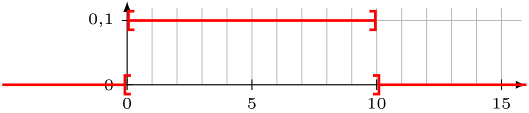
$$P(T=a)=\mathbf{0}\ ,\ P(T<a)=P(T \leqslant a)\ ,\ \text{et}\ P(T>a)=P(T \geqslant a)$$

2. Fonction de répartition.

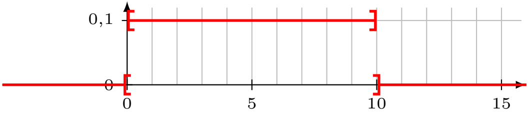
Etant donnée un variable aléatoire X de densité continue f, on appelle fonction de **répartition** la fonction F définie par $F_X(x) = \boldsymbol{P(X \leqslant x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t}$



Exemple nº 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



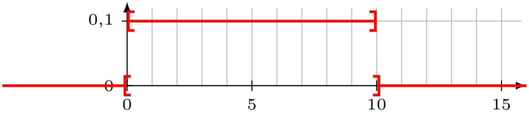
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

   On distingue alors trois situations :

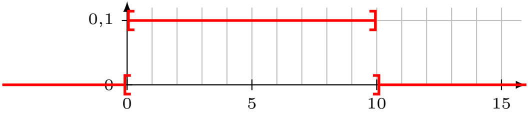
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :

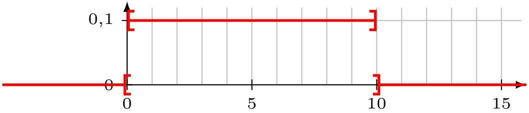
   - **Cas 1 :** $x < 0$.

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



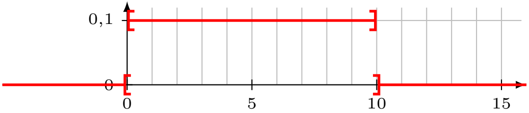
1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



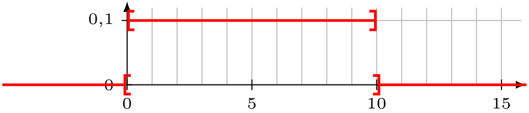
1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0 \,\mathrm{d}t = 0$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

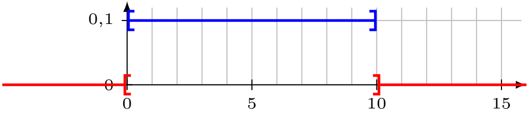
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t =$

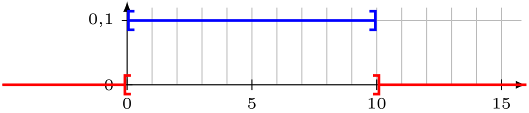
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0 \, \mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

   donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} f(t)\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



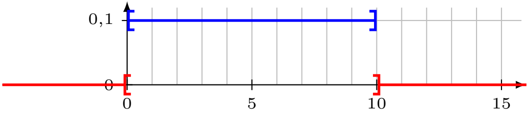
1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

   On distingue alors trois situations :

   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0 \,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

   donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X \leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t}_{P(0 \leqslant X \leqslant x)} =$

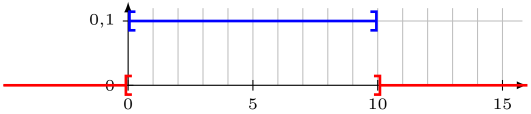
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X \leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0 \leqslant X \leqslant x)} =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



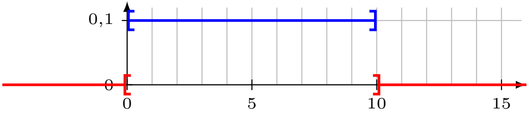
1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

   On distingue alors trois situations :

   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0,x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x$

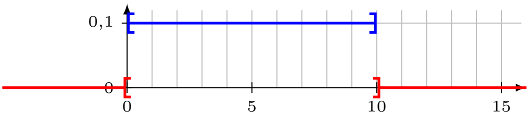
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} \mathbf{0\,dt = 0}$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à $0{,}1$ sur $[0,x]$,

   donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,dt}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,dt}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x - 0$

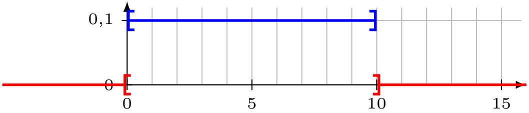
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.

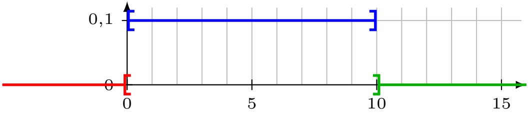


1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.

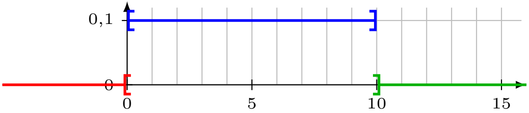


1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{10} f(t)\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t}_{P(10\leqslant X\leqslant x)} =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

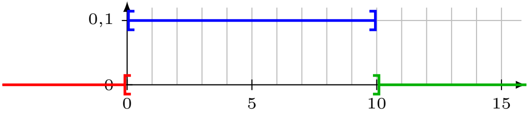
   On distingue alors trois situations :

   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X \leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0 \leqslant X \leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t = \underbrace{1}_{P(X \leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t}_{P(10 \leqslant X \leqslant x)} =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

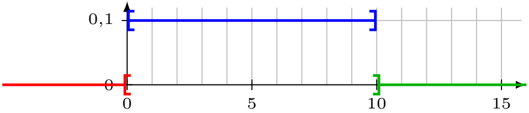
   On distingue alors trois situations :

   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0,x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X \leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0 \leqslant X \leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t = \underbrace{\quad 1 \quad}_{P(X \leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} 0\,\mathrm{d}t}_{P(10 \leqslant X \leqslant x)} =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 10])$.



1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
   On distingue alors trois situations :
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0 \, \mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à 0,1 sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t) \, \mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0 \, \mathrm{d}t}_{P(X \leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1 \, \mathrm{d}t}_{P(0 \leqslant X \leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1 \, \mathrm{d}t = \underbrace{1}_{P(X \leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} 0 \, \mathrm{d}t}_{P(10 \leqslant X \leqslant x)} = 1$

Exemple n° 3 :

1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

   On distingue alors trois situations :

   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à $0{,}1$ sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t = \underbrace{1}_{P(X\leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} 0\,\mathrm{d}t}_{P(10\leqslant X\leqslant x)} = 1$

Finalement, $F_X(x) = \begin{cases} & \text{si } x < 0, \\ & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ & \text{si } x > 10. \end{cases}$

Exemple n° 3 :

1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

   On distingue alors trois situations :

   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$

   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à $0{,}1$ sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X \leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0 \leqslant X \leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$

   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t = \underbrace{\quad 1 \quad}_{P(X \leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} 0\,\mathrm{d}t}_{P(10 \leqslant X \leqslant x)} = 1$

Finalement, $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ & \text{si } x > 10. \end{cases}$

Exemple n° 3 :

1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

   On distingue alors trois situations :

   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} \mathbf{0\,dt = 0}$

   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à $0{,}1$ sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,dt}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,dt}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$

   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,dt = \underbrace{1}_{P(X\leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} 0\,dt}_{P(10\leqslant X\leqslant x)} = 1$

Finalement, $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ & \text{si } x > 10. \end{cases}$

Exemple n° 3 :

1. Déterminons la fonction de répartition de la variable aléatoire X.

   On distingue alors trois situations :

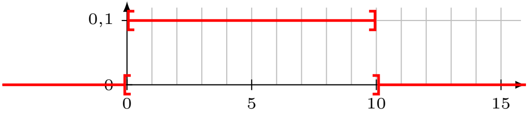
   - **Cas 1 :** $x < 0$. La densité est nulle sur $]-\infty, x]$, donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0\,\mathrm{d}t = 0$
   - **Cas 2 :** $0 \leqslant x \leqslant 10$. La densité est égale à $0{,}1$ sur $[0, x]$,

     donc $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} 0\,\mathrm{d}t}_{P(X\leqslant 0)} + \underbrace{\int_{0}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t}_{P(0\leqslant X\leqslant x)} = \Big[0{,}1t\Big]_0^x = 0{,}1x$
   - **Cas 3 :** $x > 10$. Toute la masse de probabilité est déjà accumulée :

     $F_X(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{x} 0{,}1\,\mathrm{d}t = \underbrace{1}_{P(X\leqslant 10)} + \underbrace{\int_{10}^{x} 0\,\mathrm{d}t}_{P(10\leqslant X\leqslant x)} = 1$

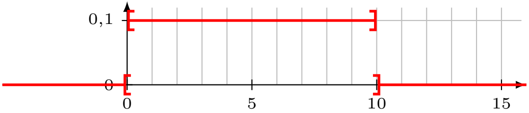
Finalement, $F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.

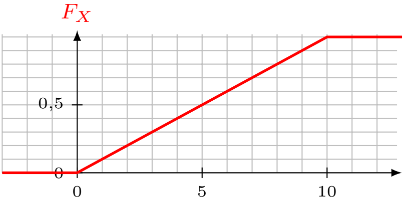


$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

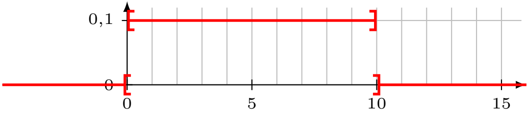
Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,10]\big)$.



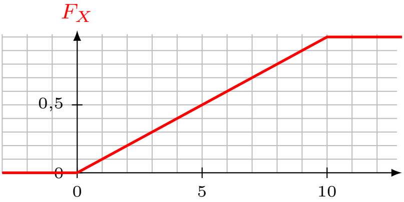
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$



Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.

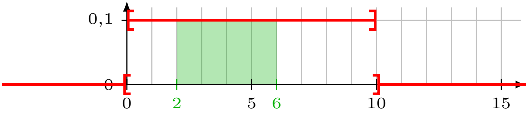


$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

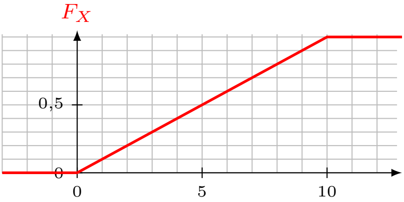


2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



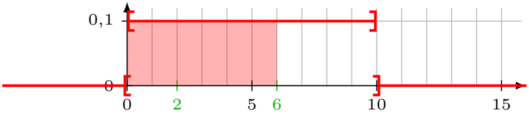
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$



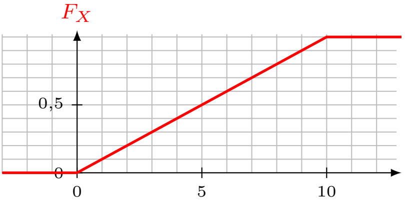
2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



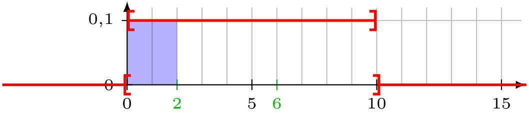
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

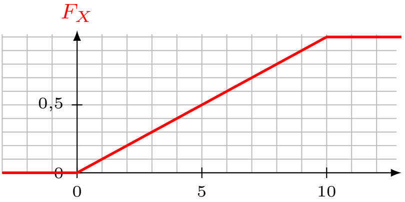


2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6)}$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



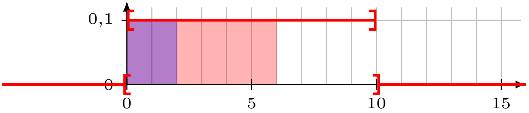


$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

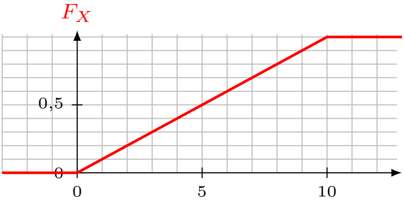
2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

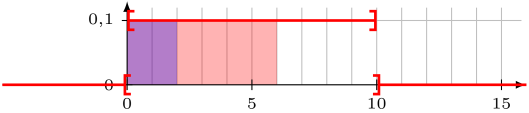


❷ En utilisant la fonction de répartition, calcule :

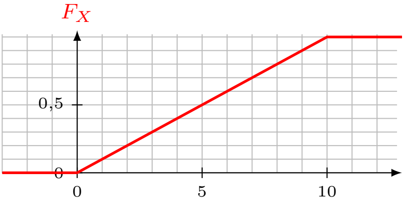
- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$

  $=$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

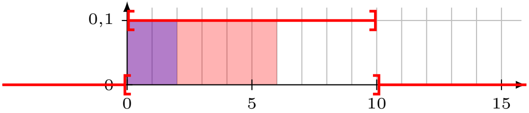


2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

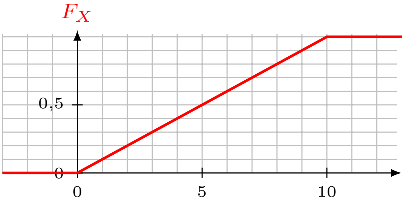
- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$

$$= \boldsymbol{F_X(6) - F_X(2) =}$$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

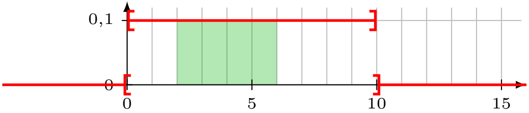


2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

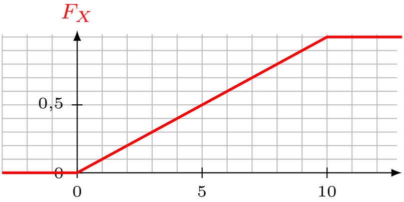
- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$

  $= \boldsymbol{F_X(6) - F_X(2) = 0{,}1 \times 6 - 0{,}1 \times 2 =}$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$



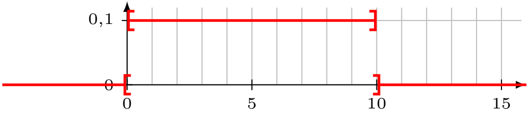
❷ En utilisant la fonction de répartition, calcule :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$

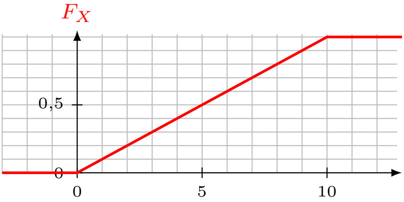
$$= \boldsymbol{F_X(6) - F_X(2) = 0{,}1 \times 6 - 0{,}1 \times 2 = 0{,}4}$$

- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) =$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



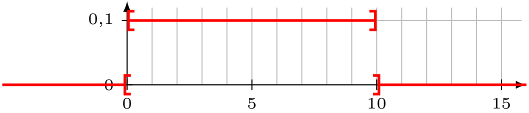
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$



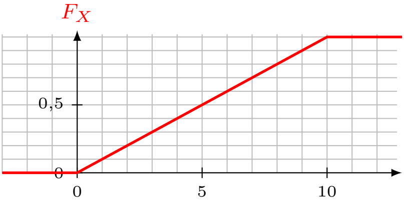
2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$
  $= \boldsymbol{F_X(6) - F_X(2) = 0{,}1 \times 6 - 0{,}1 \times 2 = 0{,}4}$
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \boldsymbol{F_X(15) - F_X(5) =}$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



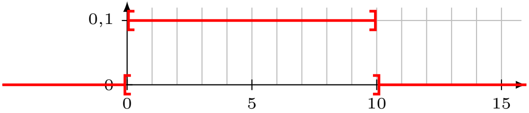
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$



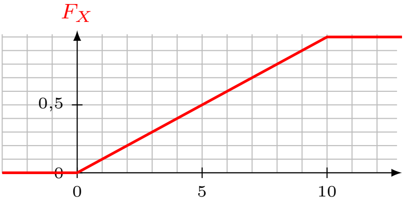
2. En utilisant la fonction de répartition, calcule :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$
$$= \boldsymbol{F_X(6) - F_X(2) = 0{,}1 \times 6 - 0{,}1 \times 2 = 0{,}4}$$
- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \boldsymbol{F_X(15) - F_X(5) = 1 - 0{,}1 \times 5 =}$

Exemple n° 3 : Soit $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$



❷ En utilisant la fonction de répartition, calcule :

- $P(2 \leqslant X \leqslant 6) = \boldsymbol{P(X \leqslant 6) - P(X \leqslant 2)}$

  $= \boldsymbol{F_X(6) - F_X(2) = 0{,}1 \times 6 - 0{,}1 \times 2 = 0{,}4}$

- $P(5 \leqslant X \leqslant 15) = \boldsymbol{F_X(15) - F_X(5) = 1 - 0{,}1 \times 5 = 0{,}5}$

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.
- $\dfrac{dF_X}{dx}(x) = F'_X(x) = f_X(x)$

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.
- $\dfrac{dF_X}{dx}(x) = F'_X(x) = f_X(x)$

Ce théorème est rassurant, il montre que même si une densité est "brutale" ou présente des sauts (des discontinuités), la fonction de répartition, elle, lisse les choses grâce à l'intégration :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt$$

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.
- $\dfrac{dF_X}{dx}(x) = F'_X(x) = f_X(x)$

Ce théorème est rassurant, il montre que même si une densité est "brutale" ou présente des sauts (des discontinuités), la fonction de répartition, elle, lisse les choses grâce à l'intégration :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt$$

Exemple n° 4 : Reprenons $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$, on a vu que

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases} \quad \text{donc } f_X(x) =$$

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.
- $\dfrac{dF_X}{dx}(x) = F'_X(x) = f_X(x)$

Ce théorème est rassurant, il montre que même si une densité est "brutale" ou présente des sauts (des discontinuités), la fonction de répartition, elle, lisse les choses grâce à l'intégration :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt$$

Exemple n° 4 : Reprenons $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,10]\big)$, on a vu que

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases} \quad \text{donc } f_X(x) = \boldsymbol{F'_X(x)} = \begin{cases} & \text{si } x < 0, \\ & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.
- $\dfrac{dF_X}{dx}(x) = F'_X(x) = f_X(x)$

Ce théorème est rassurant, il montre que même si une densité est "brutale" ou présente des sauts (des discontinuités), la fonction de répartition, elle, lisse les choses grâce à l'intégration :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt$$

Exemple n° 4 : Reprenons $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$, on a vu que

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases} \quad \text{donc } f_X(x) = \boldsymbol{F'_X(x)} = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.
- $\dfrac{dF_X}{dx}(x) = F'_X(x) = f_X(x)$

Ce théorème est rassurant, il montre que même si une densité est "brutale" ou présente des sauts (des discontinuités), la fonction de répartition, elle, lisse les choses grâce à l'intégration :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\, dt$$

Exemple n° 4 : Reprenons $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0, 10]\big)$, on a vu que

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases} \quad \text{donc } f_X(x) = \boldsymbol{F'_X(x)} = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1 & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

Théorème

Si la densité est une fonction continue sauf sur un nombre fini de points de $\mathbb{R}$, alors :

- sa fonction de répartition est continue sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$ sauf peut-être où la densité n'était pas continue.
- $\dfrac{dF_X}{dx}(x) = F'_X(x) = f_X(x)$

Ce théorème est rassurant, il montre que même si une densité est "brutale" ou présente des sauts (des discontinuités), la fonction de répartition, elle, lisse les choses grâce à l'intégration :

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt$$

Exemple n° 4 : Reprenons $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,10]\big)$, on a vu que

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 1 & \text{si } x > 10. \end{cases} \quad \text{donc } f_X(x) = \boldsymbol{F'_X(x)} = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0{,}1 & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 10, \\ 0 & \text{si } x > 10. \end{cases}$$

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b) = aE(X)+b$.

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b) = aE(X)+b$.
- **Théorème de transfert :** Si on cherche l'espérance d'une fonction de la variable X, notée $g(X)$:

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{g(x) f(x)\,\mathrm{d}x}$$

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b) = aE(X)+b$.
- **Théorème de transfert :** Si on cherche l'espérance d'une fonction de la variable X, notée $g(X)$:

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{g(x)f(x)\,\mathrm{d}x}$$

Exemple n° 5 : Calcule l'espérance de la variable aléatoire $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b) = aE(X)+b$.
- **Théorème de transfert :** Si on cherche l'espérance d'une fonction de la variable X, notée $g(X)$:
$$E\big(g(X)\big) = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{g(x) f(x)\,\mathrm{d}x}$$

Exemple n° 5 : Calcule l'espérance de la variable aléatoire $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,10]\big)$.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x =$$

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b) = aE(X)+b$.
- **Théorème de transfert :** Si on cherche l'espérance d'une fonction de la variable X, notée $g(X)$:

$$E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f(x)\,\mathrm{d}x$$

Exemple n° 5 : Calcule l'espérance de la variable aléatoire $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0,10])$.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{10} x \times 0{,}1\,\mathrm{d}x =$$

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b)=aE(X)+b$.
- **Théorème de transfert :** Si on cherche l'espérance d'une fonction de la variable X, notée $g(X)$:

$$E\big(g(X)\big)=\int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{g(x)f(x)\,\mathrm{d}x}$$

Exemple n° 5 : Calcule l'espérance de la variable aléatoire $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,10]\big)$.

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^{10} x\times 0{,}1\,\mathrm{d}x=0{,}1\times\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{10}=$$

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b) = aE(X)+b$.
- **Théorème de transfert :** Si on cherche l'espérance d'une fonction de la variable X, notée $g(X)$:

$$E\big(g(X)\big) = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{g(x)f(x)\,\mathrm{d}x}$$

Exemple n° 5 : Calcule l'espérance de la variable aléatoire $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,10]\big)$.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{10} x \times 0{,}1\,\mathrm{d}x = 0{,}1 \times \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{10} = 0{,}1 \times \left(\frac{10^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right) =$$

3. L'espérance.

L'**espérance** d'une variable aléatoire continue X, notée $E(X)$ est $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque : Si l'intégrale ne converge pas, alors la variable aléatoire n'a pas d'espérance.

Propriété

- **Linéarité :** Pour toutes constantes a et b, $E(aX+b) = aE(X)+b$.
- **Théorème de transfert :** Si on cherche l'espérance d'une fonction de la variable X, notée $g(X)$:

$$E\big(g(X)\big) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x)\,\mathrm{d}x$$

Exemple n° 5 : Calcule l'espérance de la variable aléatoire $X \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,10]\big)$.

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{0}^{10} x \times 0{,}1\,\mathrm{d}x = 0{,}1 \times \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{10} = 0{,}1 \times \left(\frac{10^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right) = 5$$

4. La variance.

Soit X une variable aléatoire continue admettant une espérance $E(X)$. La variance de X, notée $V(X)$,

est définie par : $V(X) = E\left[(X - E(X))^2\right] = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{(x - E(X))^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$

4. La variance.

Soit X une variable aléatoire continue admettant une espérance $E(X)$. La variance de X, notée $V(X)$,

est définie par : $V(X) = E\left[(X - E(X))^2\right] = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{(x - E(X))^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$

Dans la pratique, on utilise presque toujours la formule de Koenig-Huygens, beaucoup plus simple pour les calculs :

4. La variance.

Soit X une variable aléatoire continue admettant une espérance $E(X)$. La variance de X, notée $V(X)$,

est définie par : $V(X) = E\left[(X - E(X))^2\right] = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{(x - E(X))^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$

Dans la pratique, on utilise presque toujours la formule de Koenig-Huygens, beaucoup plus simple pour les calculs :

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

4. La variance.

Soit X une variable aléatoire continue admettant une espérance $E(X)$. La variance de X, notée $V(X)$,

est définie par : $V(X) = E\left[(X - E(X))^2\right] = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{(x - E(X))^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$

Dans la pratique, on utilise presque toujours la formule de Koenig-Huygens, beaucoup plus simple pour les calculs :

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Où, d'après le théorème de transfert : $E(X^2) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{x^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$.

Pour revenir aux unités du problème, on a l'écart-type : $\sigma_X = \sqrt{\boldsymbol{V(X)}}$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

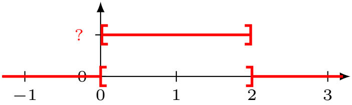
1. Quelle est la densité de T ?

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} ? & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

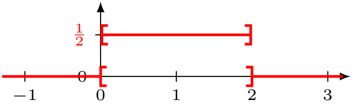


Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

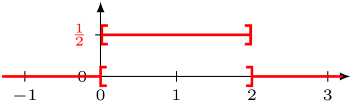


Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



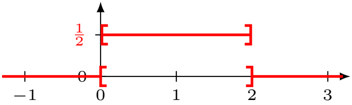
2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

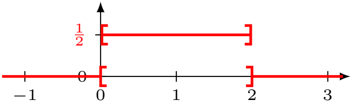
$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\, dx =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

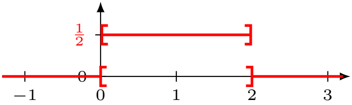
$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\, \mathrm{d}x =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

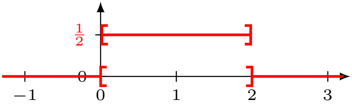
$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\, \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

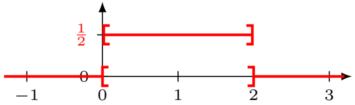
$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

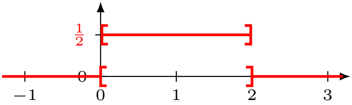
ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x \,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

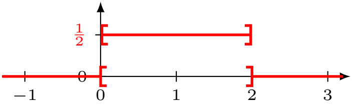
3. Calcule sa variance puis son écart-type.

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

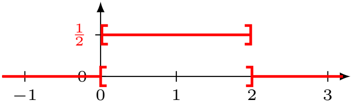
$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\,dx =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

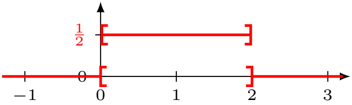
$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2\,dx =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x \, \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

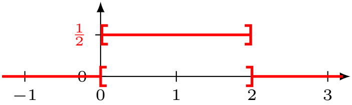
$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2 \, dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, 2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2} \int_0^2 x \, \mathrm{d}x = \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{2} - 0 \right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0, 2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

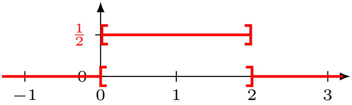
$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 \, dx = \frac{1}{2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2^3}{3} - 0 \right) =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2^3}{3} - 0\right) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

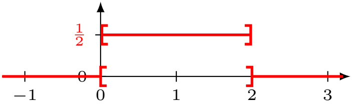
$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2^3}{3} - 0\right) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

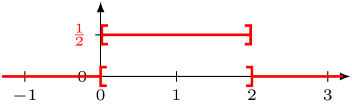
$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{4}{3} - 1^2 =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}\big([0,2]\big)$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2^3}{3} - 0\right) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

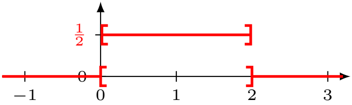
$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{4}{3} - 1^2 = \frac{1}{3} \text{ donc } \sigma_X =$$

Exercice 1: On considère une variable aléatoire T suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0,2]$:

$$T \hookrightarrow \mathcal{U}([0,2])$$

1. Quelle est la densité de T ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



2. Calcule l'espérance de la variable aléatoire T.

$$E(X) = \int_0^2 x \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{2} - 0\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

ce qui est logique, l'espérance est le centre de l'intervalle $[0,2]$

3. Calcule sa variance puis son écart-type.

$$E(X^2) = \int_0^2 x^2 \times \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 x^2\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2^3}{3} - 0\right) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{4}{3} - 1^2 = \frac{1}{3} \text{ donc } \sigma_X = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Définition

Soit λ un nombre réel **strictement positif.** On dit qu'un variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, notée $\mathcal{E}(\lambda)$, si sa densité de probabilité est :

Définition

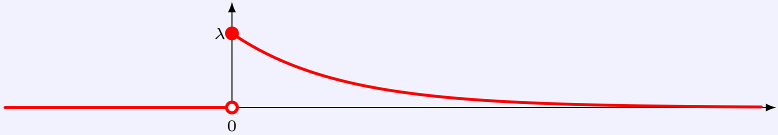
Soit λ un nombre réel **strictement positif.** On dit qu'un variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, notée $\mathcal{E}(\lambda)$, si sa densité de probabilité est :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geqslant 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Définition

Soit λ un nombre réel **strictement positif.** On dit qu'un variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, notée $\mathcal{E}(\lambda)$, si sa densité de probabilité est :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geqslant 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \\ v(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

$$E(X) =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \\ v(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\, \mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \, \mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} = -e^{-\lambda x} \\ v'(x) = \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda e^{-\lambda x}\, dx =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \, \mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} = -e^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda e^{-\lambda x}\,dx = \left[-xe^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x}\,dx$$

$$E(X) =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 +$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} = -e^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \left[-x e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x}\, dx$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x}\, dx = \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = \\ v(x) = \end{cases}$

$$E(X^2) =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} u'(x) = \\ v(x) = \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = \\ v(x) = \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = \\ v(x) = \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\, \mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\, \mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\, \mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\, \mathrm{d}x =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x^2\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} +$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} = -e^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda e^{-\lambda x}\,dx = \left[-x e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x}\,dx$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x}\,dx = \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -e^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda e^{-\lambda x}\,dx = \left[-x^2 e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x e^{-\lambda x}\,dx =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x^2\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\lambda}E(X) =$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} = -e^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \left[-x e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x}\, dx$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x}\, dx = \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -e^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \left[-x^2 e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x e^{-\lambda x}\, dx = \frac{2}{\lambda} E(X) = \frac{2}{\lambda^2}$$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x^2\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\lambda}E(X) = \frac{2}{\lambda^2}$$

D'où $V(X) =$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} = -e^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \left[-x e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x}\, dx$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x}\, dx = \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -e^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \left[-x^2 e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x e^{-\lambda x}\, dx = \frac{2}{\lambda} E(X) = \frac{2}{\lambda^2}$$

D'où $V(X) = E(X^2) - E(X)^2 =$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} = -e^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda e^{-\lambda x}\,dx = \left[-xe^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x}\,dx$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x}\,dx = \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -e^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda e^{-\lambda x}\,dx = \left[-x^2 e^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x e^{-\lambda x}\,dx = \frac{2}{\lambda}E(X) = \frac{2}{\lambda^2}$$

D'où $V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \dfrac{2}{\lambda^2} - \dfrac{1}{\lambda^2} =$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x^2\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\lambda}E(X) = \frac{2}{\lambda^2}$$

D'où $V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \dfrac{2}{\lambda^2} - \dfrac{1}{\lambda^2} = \dfrac{1}{\lambda^2}$

On calcule l'espérance en intégrant par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v(x) = x \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \lambda \times \dfrac{\mathrm{e}^{-\lambda x}}{-\lambda} = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x$$

$$E(X) = 0 + \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

On calcule de même en intégrant par parties : $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = -\mathrm{e}^{-\lambda x} \end{cases}$

$$E(X^2) = \int_0^{+\infty} x^2 \times \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \left[-x^2\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{+\infty} + 2\int_0^{+\infty} x\mathrm{e}^{-\lambda x}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\lambda}E(X) = \frac{2}{\lambda^2}$$

D'où $V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \dfrac{2}{\lambda^2} - \dfrac{1}{\lambda^2} = \dfrac{1}{\lambda^2}$

Théorème

Si une variable aléatoire X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, alors :

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \text{ et } V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Pour $x \geqslant 0$, la fonction de répartition F est définie par :

$$F(x) = P(X \leqslant x) =$$

Pour $x \geqslant 0$, la fonction de répartition F est définie par :

$$F(x) = P(X \leqslant x) = \int_0^x \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t} dt =$$

Pour $x \geqslant 0$, la fonction de répartition F est définie par :

$$F(x) = P(X \leqslant x) = \int_0^x \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t} dt = \left[\lambda \times \frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{\lambda}\right]_0^x =$$

Pour $x \geqslant 0$, la fonction de répartition F est définie par :

$$F(x) = P(X \leqslant x) = \int_0^x \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t} dt = \left[\lambda \times \frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}}{\lambda}\right]_0^x = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda x}$$

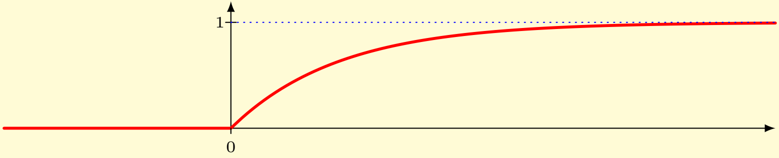
Pour $x \geqslant 0$, la fonction de répartition F est définie par :

$$F(x) = P(X \leqslant x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = \left[\lambda \times \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\right]_0^x = 1 - e^{-\lambda x}$$

Théorème

La fonction de répartition d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$, est :

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x \geqslant 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

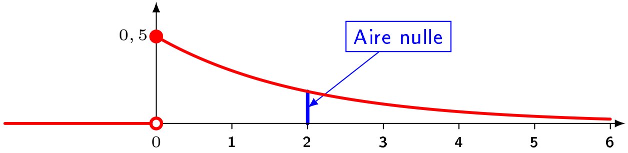
- $P(T = 2) =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(T=2) = \int_2^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 0$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

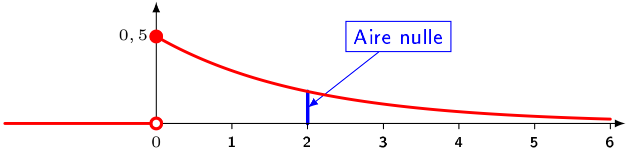
- $P(T=2) = \int_2^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 0$



- $P(T \leqslant 2) =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

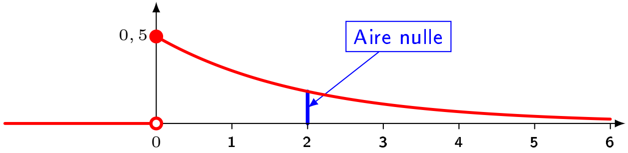
- $P(T=2)=\int_2^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x=0$



- $P(T\leqslant 2)=\int_{-\infty}^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x=$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

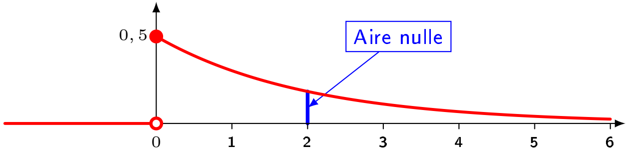
- $P(T=2) = \int_2^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 0$



- $P(T \leqslant 2) = \int_{-\infty}^{2} 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(2) =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

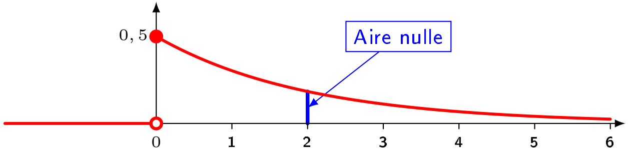
- $P(T=2) = \int_2^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 0$



- $P(T \leqslant 2) = \int_{-\infty}^{2} 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-0,5\times 2} =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

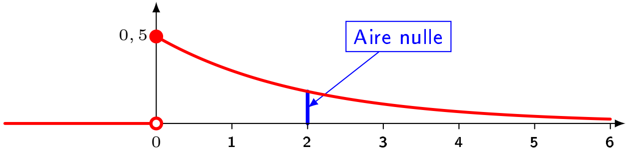
- $P(T=2) = \int_2^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 0$



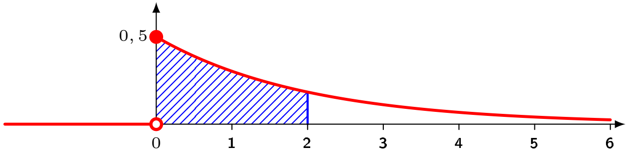
- $P(T \leqslant 2) = \int_{-\infty}^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(2) = 1-\mathrm{e}^{-0,5\times 2} = 1-\mathrm{e}^{-1} \simeq 0,632$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(T=2) = \int_2^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 0$



- $P(T \leqslant 2) = \int_{-\infty}^2 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(2) = 1-\mathrm{e}^{-0,5\times 2} = 1-\mathrm{e}^{-1} \simeq 0,632$



Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \displaystyle\int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$=$$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq$$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

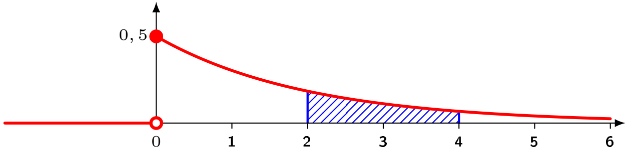
- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \displaystyle\int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq 0,233$$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \displaystyle\int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq 0,233$$

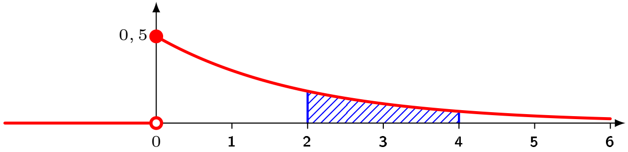


- $P(T \geqslant 2) =$

Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq 0,233$$

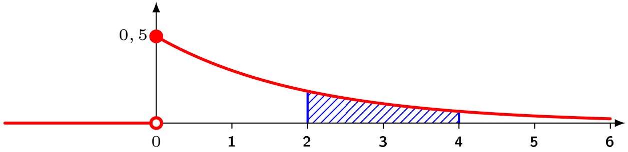


- $P(T \geqslant 2) = \int_2^{+\infty} 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x =$

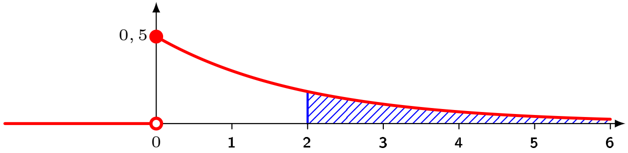
Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \displaystyle\int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq 0,233$$



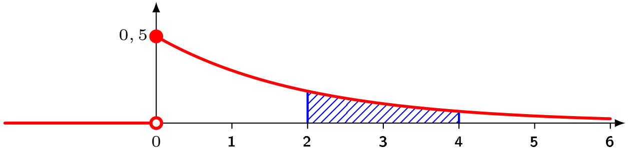
- $P(T \geqslant 2) = \displaystyle\int_2^{+\infty} 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 1 - F_T(2) =$



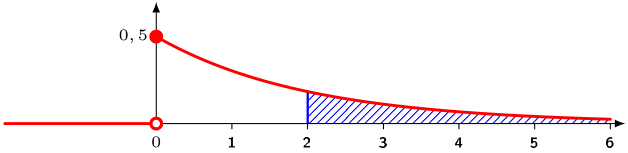
Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \displaystyle\int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq 0,233$$



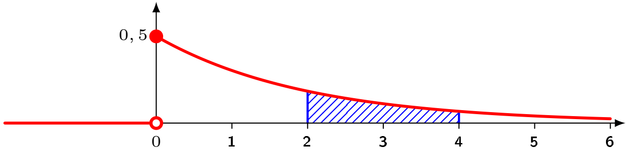
- $P(T \geqslant 2) = \displaystyle\int_2^{+\infty} 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 1 - F_T(2) = 1 - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) =$



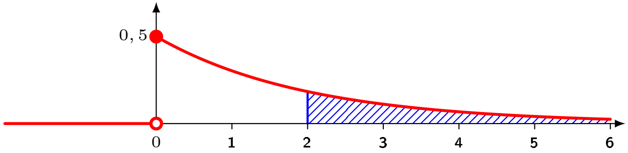
Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$

$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq 0,233$$

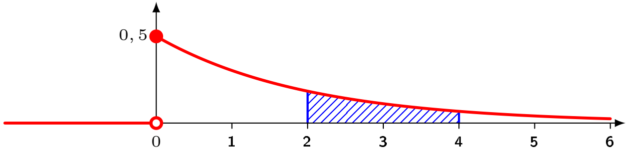


- $P(T \geqslant 2) = \int_2^{+\infty} 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 1 - F_T(2) = 1 - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) = \mathrm{e}^{-1} \simeq$

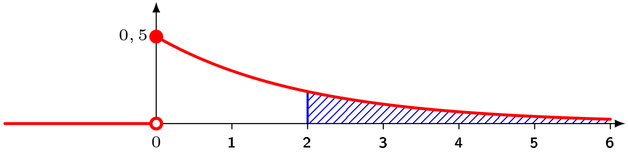


Exemple n° 6 : La variable aléatoire T suit une loi $\mathcal{E}(0,5)$, calcule à 10^{-3} près.

- $P(2 \leqslant T \leqslant 4) = \displaystyle\int_2^4 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = F_T(4) - F_T(2) = 1 - \mathrm{e}^{-2} - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right)$
$$= \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-2} \simeq 0,233$$



- $P(T \geqslant 2) = \displaystyle\int_2^{+\infty} 0,5\mathrm{e}^{-0,5x}\,\mathrm{d}x = 1 - F_T(2) = 1 - \left(1 - \mathrm{e}^{-1}\right) = \mathrm{e}^{-1} \simeq 0,368$



Théorème

La loi exponentielle est l'unique loi continue **sans mémoire** : Si X suit une loi exponentielle :

$$\text{pour tout } t > 0 \text{ et tout } h > 0,\ P_{(X \geqslant t)}(X \geqslant t + s) = P(X \geqslant s)$$

Théorème

La loi exponentielle est l'unique loi continue **sans mémoire** : Si X suit une loi exponentielle :

$$\text{pour tout } t > 0 \text{ et tout } h > 0,\ P_{(X \geqslant t)}(X \geqslant t + s) = P(X \geqslant s)$$

Remarque : Si la durée de votre survie, en années, suivait une loi exponentielle, alors, que vous ayez vécu $t = 4$ ans ou $t = 80$ ans, votre probabilité de vivre encore $s = 20$ ans est la même.

Théorème

La loi exponentielle est l'unique loi continue **sans mémoire** : Si X suit une loi exponentielle :

$$\text{pour tout } t > 0 \text{ et tout } h > 0,\ P_{(X \geqslant t)}(X \geqslant t + s) = P(X \geqslant s)$$

Remarque : Si la durée de votre survie, en années, suivait une loi exponentielle, alors, que vous ayez vécu $t = 4$ ans ou $t = 80$ ans, votre probabilité de vivre encore $s = 20$ ans est la même.

Exemple n° 7 : Une crue centennale signifie que, statistiquement, ce type de crue a une période de retour moyenne (T) de 100 ans. On note T la durée qui nous sépare de la prochaine crue.

1. Pour quelle raison modélise-t-on ce genre de crue par une loi exponentielle ?

Théorème

La loi exponentielle est l'unique loi continue **sans mémoire** : Si X suit une loi exponentielle :

$$\text{pour tout } t > 0 \text{ et tout } h > 0,\ P_{(X \geqslant t)}(X \geqslant t + s) = P(X \geqslant s)$$

Remarque : Si la durée de votre survie, en années, suivait une loi exponentielle, alors, que vous ayez vécu $t = 4$ ans ou $t = 80$ ans, votre probabilité de vivre encore $s = 20$ ans est la même.

Exemple n° 7 : Une crue centennale signifie que, statistiquement, ce type de crue a une période de retour moyenne (T) de 100 ans. On note T la durée qui nous sépare de la prochaine crue.

1. Pour quelle raison modélise-t-on ce genre de crue par une loi exponentielle ?

   Les crues sont "sans mémoire", elle dépendent de nombreux facteurs dont principalement la météo.

2. Détermine le paramètre de la loi exponentielle d'une crue centennale.

Théorème

La loi exponentielle est l'unique loi continue **sans mémoire** : Si X suit une loi exponentielle :

$$\text{pour tout } t > 0 \text{ et tout } h > 0,\ P_{(X \geqslant t)}(X \geqslant t + s) = P(X \geqslant s)$$

Remarque : Si la durée de votre survie, en années, suivait une loi exponentielle, alors, que vous ayez vécu $t = 4$ ans ou $t = 80$ ans, votre probabilité de vivre encore $s = 20$ ans est la même.

Exemple n°7 : Une crue centennale signifie que, statistiquement, ce type de crue a une période de retour moyenne (T) de 100 ans. On note T la durée qui nous sépare de la prochaine crue.

1. Pour quelle raison modélise-t-on ce genre de crue par une loi exponentielle ?

   Les crues sont "sans mémoire", elle dépendent de nombreux facteurs dont principalement la météo.

2. Détermine le paramètre de la loi exponentielle d'une crue centennale.

   $E(T) = \dfrac{1}{\lambda} = 100$ ans donc $\lambda = \dfrac{1}{100} = 0,01$.

3. Quelle est la probabilité qu'une crue se produise au cours des 10 prochaines années.

1. Pour quelle raison modélise-t-on ce genre de crue par une loi exponentielle ?

   Les crues sont "sans mémoire", elle dépendent de nombreux facteurs dont principalement la météo.

2. Détermine le paramètre de la loi exponentielle d'une crue centennale.

   $E(T) = \dfrac{1}{\lambda} = 100$ ans donc $\lambda = \dfrac{1}{100} = 0,01$.

3. Quelle est la probabilité qu'une crue se produise au cours des 10 prochaines années.

1. Pour quelle raison modélise-t-on ce genre de crue par une loi exponentielle ?

   Les crues sont "sans mémoire", elle dépendent de nombreux facteurs dont principalement la météo.

2. Détermine le paramètre de la loi exponentielle d'une crue centennale.

   $E(T) = \dfrac{1}{\lambda} = 100$ ans donc $\lambda = \dfrac{1}{100} = 0,01$.

3. Quelle est la probabilité qu'une crue se produise au cours des 10 prochaines années.

   $P(T \leqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}$ donc $P(T \leqslant 10) = 1 - \mathrm{e}^{-0,1} \simeq 1 - 0,9048 = 0,0952 = 9,52\%$.

1. Pour quelle raison modélise-t-on ce genre de crue par une loi exponentielle ?

   Les crues sont "sans mémoire", elle dépendent de nombreux facteurs dont principalement la météo.

2. Détermine le paramètre de la loi exponentielle d'une crue centennale.

   $E(T) = \dfrac{1}{\lambda} = 100$ ans donc $\lambda = \dfrac{1}{100} = 0,01$.

3. Quelle est la probabilité qu'une crue se produise au cours des 10 prochaines années.

   $P(T \leqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}$ donc $P(T \leqslant 10) = 1 - \mathrm{e}^{-0,1} \simeq 1 - 0,9048 = 0,0952 = 9,52\%$.

   Il y a $9,52\%$ de chances (presque 1 chance sur 10) qu'une crue centennale frappe l'ouvrage dans les 10 prochaines années.

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

Les pourcentages seront arrondis au centième de pour cent près.

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

Les pourcentages seront arrondis au centième de pour cent près.

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

$$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} =$$

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

Les pourcentages seront arrondis au centième de pour cent près.

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ?

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

Les pourcentages seront arrondis au centième de pour cent près.

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) =$

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

Les pourcentages seront arrondis au centième de pour cent près.

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5 \text{ secondes}$

Exercice 2: Dans le cadre de l'élargissement d'une autoroute périurbaine, la société d'autoroute souhaite dimensionner une nouvelle barrière de péage automatique. Les études de trafic montrent que lors de l'heure de pointe du matin, le flux de véhicules est fluide et continu, avec un débit moyen de 720 véhicules par heure qui se présentent à la barrière.

On admet que l'arrivée des véhicules entre l'arrivée de deux véhicules successifs suit une loi exponentielle, où son paramètre λ est le taux moyen d'arrivée des véhicules par seconde. On note X la variable aléatoire suivant cette loi.

Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

Les pourcentages seront arrondis au centième de pour cent près.

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

Exercice 2: Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

3. Quelle est la probabilité que le temps séparant l'arrivée de deux véhicules soit inférieur à 3 secondes ?

Exercice 2: Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

3. Quelle est la probabilité que le temps séparant l'arrivée de deux véhicules soit inférieur à 3 secondes ?

   $$P(X \leqslant 3) = 1 - \mathrm{e}^{-0,2\times 3} =$$

Exercice 2: Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

3. Quelle est la probabilité que le temps séparant l'arrivée de deux véhicules soit inférieur à 3 secondes ?

   $$P(X \leqslant 3) = 1 - \mathrm{e}^{-0,2\times 3} = 1 - \mathrm{e}^{-0,6} \simeq$$

Exercice 2: Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

3. Quelle est la probabilité que le temps séparant l'arrivée de deux véhicules soit inférieur à 3 secondes ?

   $$P(X \leqslant 3) = 1 - \mathrm{e}^{-0,2\times 3} = 1 - \mathrm{e}^{-0,6} \simeq 1 - 0,5488 = 0,4512 \quad \text{soit } \mathbf{45,12\%}$$

4. Combien de véhicules une seule cabine de péage peut-elle traiter au maximum en une heure ?

Exercice 2: Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

3. Quelle est la probabilité que le temps séparant l'arrivée de deux véhicules soit inférieur à 3 secondes ?

   $$P(X \leqslant 3) = 1 - \mathrm{e}^{-0,2\times 3} = 1 - \mathrm{e}^{-0,6} \simeq 1 - 0,5488 = 0,4512 \quad \text{soit } \mathbf{45,12\%}$$

4. Combien de véhicules une seule cabine de péage peut-elle traiter au maximum en une heure ?
   Une cabine met 15 secondes pour traiter 1 véhicule.

Exercice 2: Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

3. Quelle est la probabilité que le temps séparant l'arrivée de deux véhicules soit inférieur à 3 secondes ?

   $P(X \leqslant 3) = 1 - \mathrm{e}^{-0,2\times 3} = 1 - \mathrm{e}^{-0,6} \simeq 1 - 0,5488 = 0,4512$ soit $\mathbf{45,12}\%$

4. Combien de véhicules une seule cabine de péage peut-elle traiter au maximum en une heure ?
   Une cabine met 15 secondes pour traiter 1 véhicule. En une heure (3600 secondes), la capacité maximale d'une seule cabine est de :

Exercice 2: Une cabine de péage automatique met un temps fixe de 15 secondes pour traiter un véhicule (lecture du badge de télépéage ou paiement sans contact + ouverture/fermeture de la barrière).

1. Détermine le paramètre λ de cette loi exponentielle.

   $$\lambda = \frac{720 \text{ véhicules}}{3600 \text{ secondes}} = 0,2 \text{ véhicule/seconde.}$$

2. Que signifie l'espérance de X ? $E(X) = \dfrac{1}{0,2} = 5$ secondes est le temps moyen entre deux arrivées de véhicules.

3. Quelle est la probabilité que le temps séparant l'arrivée de deux véhicules soit inférieur à 3 secondes ?

   $P(X \leqslant 3) = 1 - \mathrm{e}^{-0,2\times 3} = 1 - \mathrm{e}^{-0,6} \simeq 1 - 0,5488 = 0,4512$ soit $\mathbf{45,12\%}$

4. Combien de véhicules une seule cabine de péage peut-elle traiter au maximum en une heure ?
   Une cabine met 15 secondes pour traiter 1 véhicule. En une heure (3600 secondes), la capacité maximale d'une seule cabine est de :

   $$\frac{3600 \text{ secondes}}{15 \text{ secondes/véhicule}} = 240 \text{ véhicules}$$

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

    a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

   Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

      Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec $\boldsymbol{n}$ cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

      Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec $\boldsymbol{n}$ cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

      La probabilité qu'un véhicule arrive en moins de 15 secondes dans une cabine devient :

$$P(X_n \leqslant 15) =$$

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

   Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec $\boldsymbol{n}$ cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

   La probabilité qu'un véhicule arrive en moins de 15 secondes dans une cabine devient :

$$P(X_n \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{0,2}{n} \times 15} =$$

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

   Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec $\boldsymbol{n}$ cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

   La probabilité qu'un véhicule arrive en moins de 15 secondes dans une cabine devient :

$$P(X_n \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{0,2}{n} \times 15} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} \text{ où } X_n \hookrightarrow \mathcal{E}\left(\tfrac{3}{n}\right)$$

   c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

   Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec $\boldsymbol{n}$ cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

   La probabilité qu'un véhicule arrive en moins de 15 secondes dans une cabine devient :

$$P(X_n \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{0,2}{n}\times 15} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} \text{ où } X_n \hookrightarrow \mathcal{E}\left(\tfrac{3}{n}\right)$$

   c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

   $P(X_3 \leqslant 15) =$

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

   Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec n cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

   La probabilité qu'un véhicule arrive en moins de 15 secondes dans une cabine devient :

$$P(X_n \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{0,2}{n} \times 15} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} \text{ où } X_n \hookrightarrow \mathcal{E}\left(\tfrac{3}{n}\right)$$

   c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} =$

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

   Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec n cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

   La probabilité qu'un véhicule arrive en moins de 15 secondes dans une cabine devient :

$$P(X_n \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{0,2}{n}\times 15} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} \text{ où } X_n \hookrightarrow \mathcal{E}\left(\tfrac{3}{n}\right)$$

   c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq$$

5. **Dimensionnement et règle de sécurité :** On considère qu'une cabine est en situation de "micro-surcharge" si un second véhicule se présente moins de 15 secondes après le précédent (car la cabine est encore occupée à traiter le premier).

   a. De combien de cabines la barrière doit-elle disposer au minimum pour absorber le flux de l'heure de pointe sans créer un embouteillage qui grandit à l'infini ?

   Le flux total est de 720 véhicules/heure. Si une cabine absorbe 240 véhicules/heure, le nombre minimal de cabines pour éviter que la file d'attente ne tende vers l'infini est de : $\dfrac{720}{240} = 3$ cabines

   b. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec n cabines ? Si on ouvre n cabines, le flux est divisé par n. Le nouveau taux d'arrivée par cabine est $\lambda_n = \dfrac{0,2}{n}$.

   La probabilité qu'un véhicule arrive en moins de 15 secondes dans une cabine devient :

$$P(X_n \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{0,2}{n}\times 15} = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} \text{ où } X_n \hookrightarrow \mathcal{E}\left(\tfrac{3}{n}\right)$$

   c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$$

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$

$$0,99 < \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}}$$

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$

$$0,99 < \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}}$$

$$\ln(0,99) < -\frac{3}{n}$$

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$

$$0,99 < \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}}$$

$$\ln(0,99) < -\frac{3}{n}$$

$$n > \frac{-3}{\ln(0,99)} \simeq$$

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$

$$0,99 < \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}}$$

$$\ln(0,99) < -\frac{3}{n}$$

$$n > \frac{-3}{\ln(0,99)} \simeq 298,5$$

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$

$$0,99 < \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}}$$

$$\ln(0,99) < -\frac{3}{n}$$

$$n > \frac{-3}{\ln(0,99)} \simeq 298,5$$

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$

$$0,99 < \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}}$$

$$\ln(0,99) < -\frac{3}{n}$$

$$n > \frac{-3}{\ln(0,99)} \simeq 298,5$$

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

c. Quelle est la probabilité d'une micro surcharge avec 3 cabines ?

$$P(X_3 \leqslant 15) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{3}} = 1 - \mathrm{e}^{-1} \simeq 1 - 0,3679 = 0,6321 = 63,21\%$$

d. Détermine le nombre minimal de cabines n à ouvrir pour que cette probabilité passe en dessous de 1%.

On veut que cette probabilité soit inférieure à 1% (soit $0,01$) :

$$1 - \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}} < 0,01$$
$$0,99 < \mathrm{e}^{-\frac{3}{n}}$$
$$\ln(0,99) < -\frac{3}{n}$$
$$n > \frac{-3}{\ln(0,99)} \simeq 298,5$$

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

L'exercice suppose que le flux global est "divisé par n" de manière indépendante et figée (chaque cabine recevant passivement sa part du trafic, un peu comme si les voitures choisissaient leur file des kilomètres à l'avance sans regarder l'état du péage).

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

L'exercice suppose que le flux global est "divisé par n" de manière indépendante et figée (chaque cabine recevant passivement sa part du trafic, un peu comme si les voitures choisissaient leur file des kilomètres à l'avance sans regarder l'état du péage).

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

L'exercice suppose que le flux global est "divisé par n" de manière indépendante et figée (chaque cabine recevant passivement sa part du trafic, un peu comme si les voitures choisissaient leur file des kilomètres à l'avance sans regarder l'état du péage).
Dans la réalité (théorie des files d'attente) :

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

L'exercice suppose que le flux global est "divisé par n" de manière indépendante et figée (chaque cabine recevant passivement sa part du trafic, un peu comme si les voitures choisissaient leur file des kilomètres à l'avance sans regarder l'état du péage).
Dans la réalité (théorie des files d'attente) :

- Les usagers se dirigent intelligemment vers les cabines vides ou celles où la file est la plus courte.

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

L'exercice suppose que le flux global est "divisé par n" de manière indépendante et figée (chaque cabine recevant passivement sa part du trafic, un peu comme si les voitures choisissaient leur file des kilomètres à l'avance sans regarder l'état du péage).
Dans la réalité (théorie des files d'attente) :

- Les usagers se dirigent intelligemment vers les cabines vides ou celles où la file est la plus courte.
- Dès lors que vous disposez d'un nombre de cabines supérieur au strict minimum nécessaire pour absorber le flux (ici, un minimum de 3 cabines d'après la question 5a),

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

L'exercice suppose que le flux global est "divisé par n" de manière indépendante et figée (chaque cabine recevant passivement sa part du trafic, un peu comme si les voitures choisissaient leur file des kilomètres à l'avance sans regarder l'état du péage).
Dans la réalité (théorie des files d'attente) :

- Les usagers se dirigent intelligemment vers les cabines vides ou celles où la file est la plus courte.
- Dès lors que vous disposez d'un nombre de cabines supérieur au strict minimum nécessaire pour absorber le flux (ici, un minimum de 3 cabines d'après la question 5a), les véhicules s'engagent dans les voies disponibles,

Le calcul algébrique est donc correct par rapport à l'inéquation de départ, mais le modèle physique utilisé est imparfait. Ouvrir 299 cabines d'autoroute pour 720 voitures par heure (soit 2 voitures par heure et par cabine !) n'a aucun sens économique ou technique.

Pourquoi ce modèle est-il imparfait ?

L'exercice suppose que le flux global est "divisé par n" de manière indépendante et figée (chaque cabine recevant passivement sa part du trafic, un peu comme si les voitures choisissaient leur file des kilomètres à l'avance sans regarder l'état du péage).
Dans la réalité (théorie des files d'attente) :

- Les usagers se dirigent intelligemment vers les cabines vides ou celles où la file est la plus courte.
- Dès lors que vous disposez d'un nombre de cabines supérieur au strict minimum nécessaire pour absorber le flux (ici, un minimum de 3 cabines d'après la question 5a), les véhicules s'engagent dans les voies disponibles, ce qui annule les situations de micro-surcharges dès qu'on ajoute quelques cabines de sécurité.