

Trigonométrie du cercle sinus - cosinus - tangente Et leurs arcs...

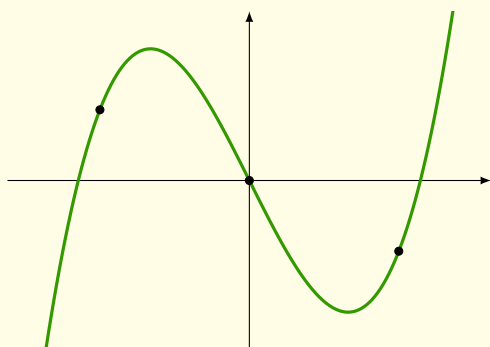
♪ Chapitre n° 1 ♪



Rappel:

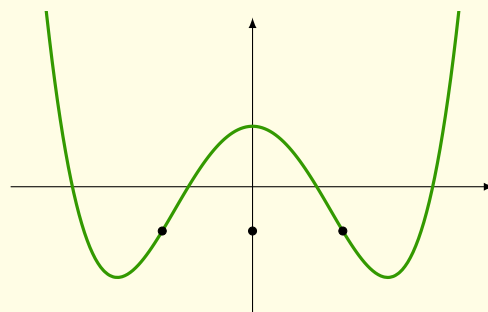
Une fonction f est dite :

- si sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.
- si sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées :



Caractérisation algébrique :

$$f(-x) = \dots$$



Caractérisation algébrique :

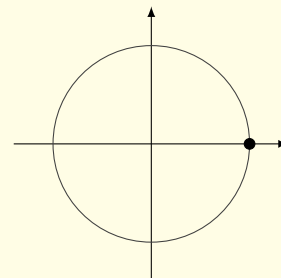
$$f(-x) = \dots$$

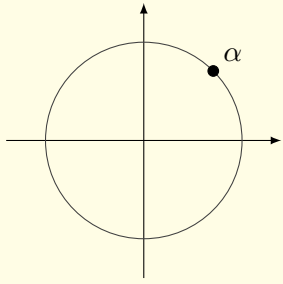
I. Equations trigonométriques.



Propriété

Un angle possède une infinité de mesures en radians. La mesure d'un angle est la seule mesure comprise dans l'intervalle

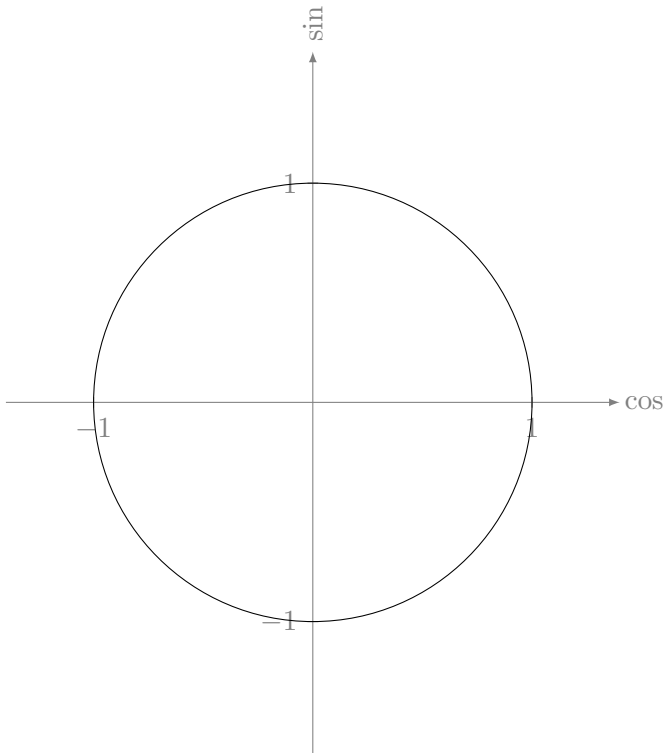


**Propriété**

Additionner π ou $-\pi$ à une mesure en radians revient à faire un

1. Les valeurs remarquables du sinus et du cosinus.

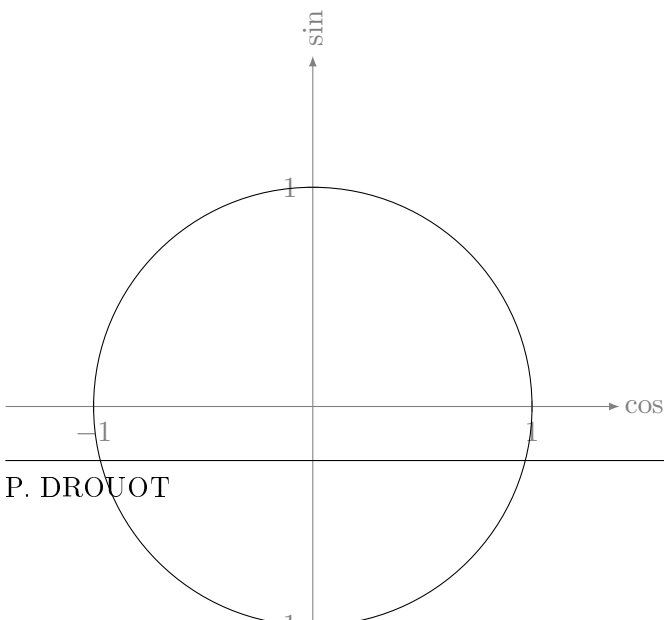
Sinus et cosinus des multiples de $\frac{\pi}{4}$:



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$				
$\sin(x)$				

x	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}$
$\cos(x)$				
$\sin(x)$				

Sinus et cosinus des multiples de $\frac{\pi}{6}$:

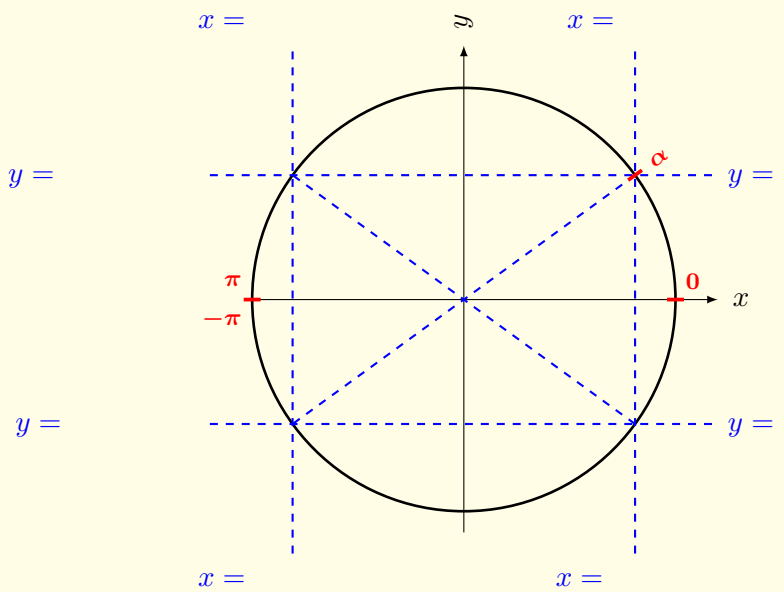


x	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$
$\cos(x)$				
$\sin(x)$				

x	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{6}$
$\cos(x)$				
$\sin(x)$				

2. Les angles associés.

 **Rappel:**



- $\cos(-\alpha) = \dots\dots$
- $\sin(-\alpha) = \dots\dots$
- $\cos(\pi - \alpha) = \dots\dots$
- $\sin(\pi - \alpha) = \dots\dots$
- $\cos(\alpha + \pi) = \dots\dots$
- $\cos(\alpha - \pi) = \dots\dots$
- $\sin(\alpha + \pi) = \dots\dots$
- $\sin(\alpha - \pi) = \dots\dots$

Additionner ou soustraire π revient à faire un $\dots\dots\dots$

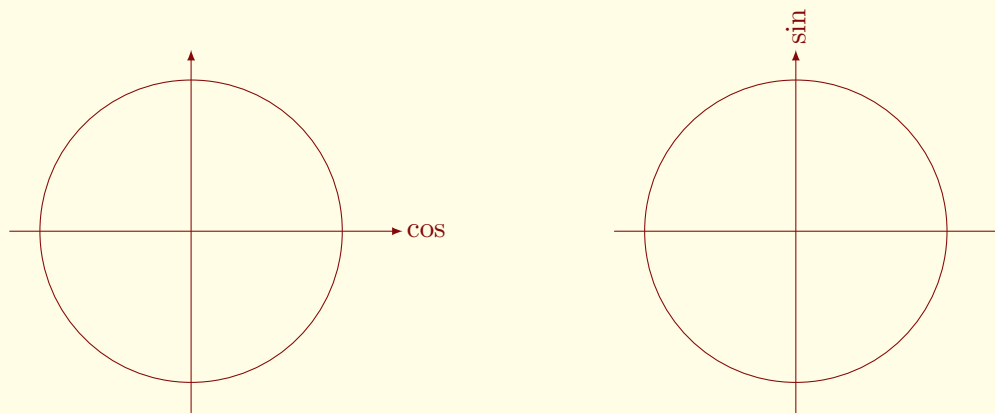
 **Définition:**

La fonction $\dots\dots$ est une fonction paire, et la fonction $\dots\dots$ est une fonction impaire.

3. Equations idéales

 **Résolution d'équations en sinus et cosinus.**

- $\cos x = a \iff x = \dots\dots\dots$
- $\sin x = b \iff x = \dots\dots\dots$



Exercice n° 1: Résoudre

i. $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

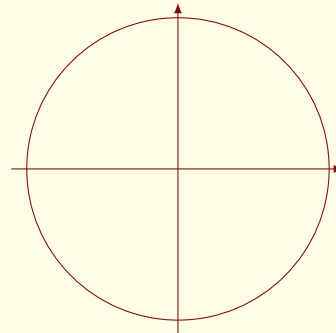
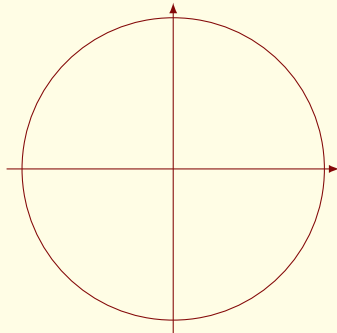
ii. $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Equations réelles



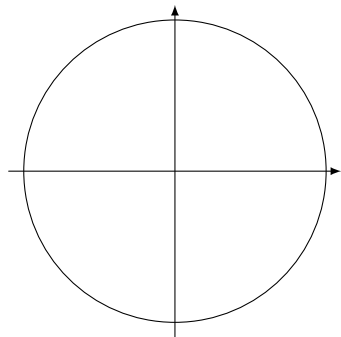
Rappel:

- L'arc sinus de x ($\arcsin(x)$ ou $\sin^{-1}(x)$) donne la solution de l'équation $\sin \alpha = x$ qui est située sur l'arc $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$;
- L'arc cosinus de x ($\arccos(x)$ ou $\cos^{-1}(x)$) donne la solution de l'équation $\sin \alpha = x$ qui est située sur l'arc $[0, \pi]$.

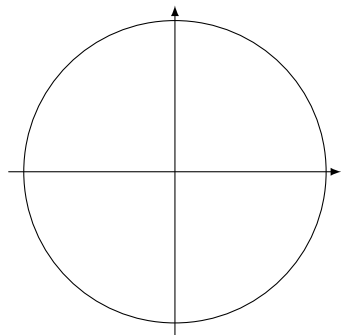


Exercice n° 2: Résoudre en donnant les solutions en degrés (à 10^{-1} près) et en radians (à 10^{-4} près), puis les placer sur le cercle associé.

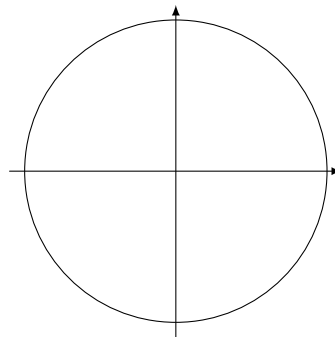
i. $\sin(x) = 0,4$



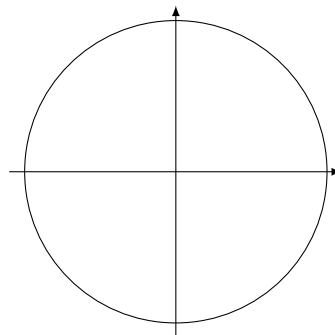
ii. $\cos(x) = 0,7$



iii. $\sin(x) = -0,6$

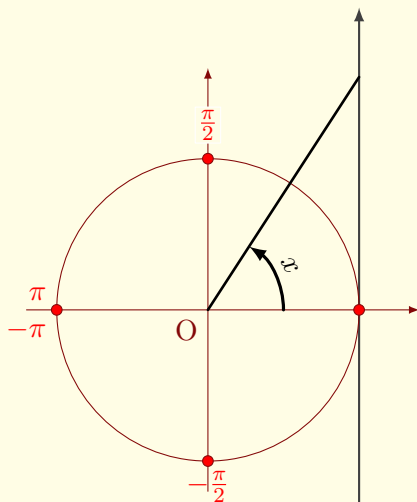


iv. $\cos(x) = -0,3$



II. L'arc de tangente.

Définition et Propriétés



La tangente d'un angle de mesure x , notée $\tan(x)$ est du point M .

- On démontre que $\tan(x) = \dots\dots\dots$
- La tangente est une fonction périodique de période
- La tangente n'est donc pas définie sur les angles droits : $\mathcal{D}_{\tan} = \dots\dots\dots$

**Propriété**

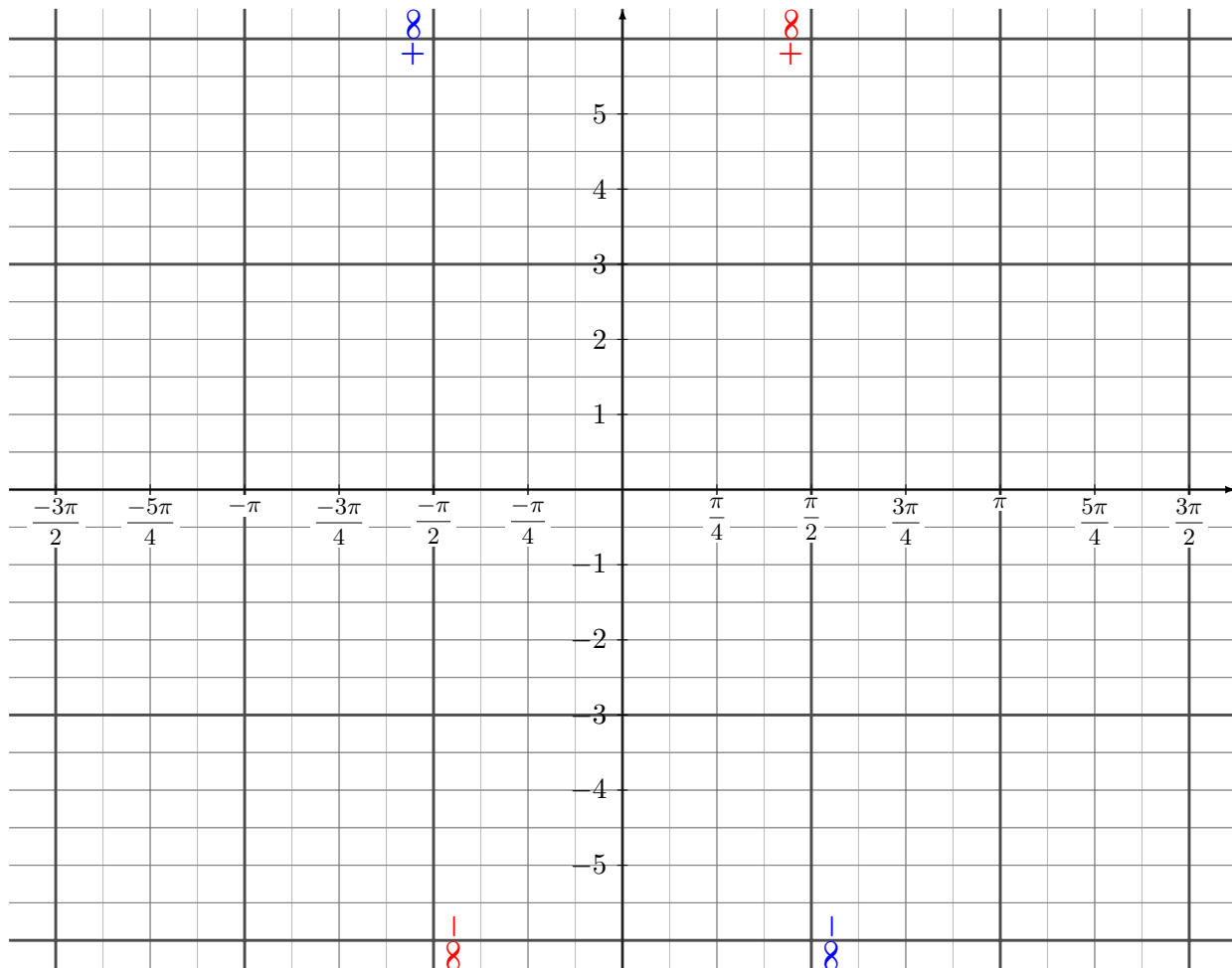
La tangente est une fonction

- périodique : $\tan(x + \pi) = \frac{\cos(x + \pi)}{\sin(x + \pi)} = \dots\dots\dots$
- impaire : $\tan(-x) = \frac{\cos(-x)}{\sin(-x)} = \dots\dots\dots$

1. Représentation graphique de la fonction tangente.

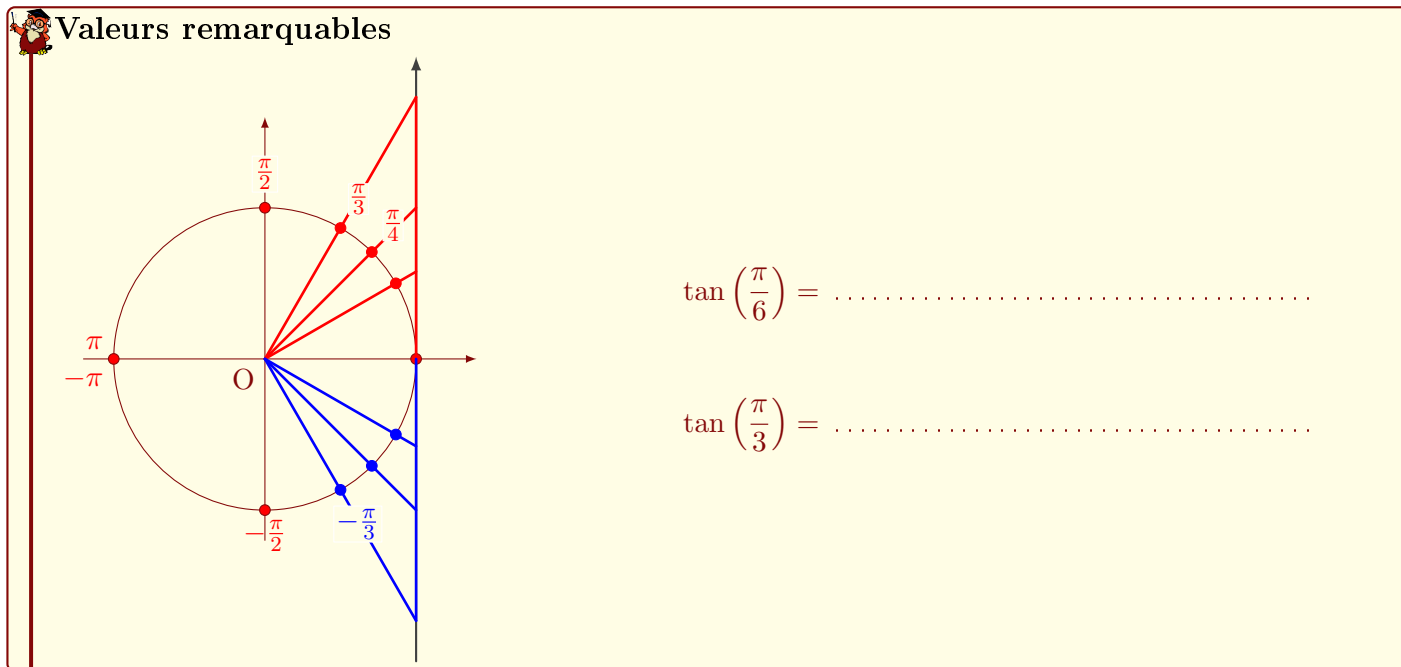
Tableau de valeurs :

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\left(\frac{\pi}{2}\right)^-$
$\tan(x)$		0,41		2,41	



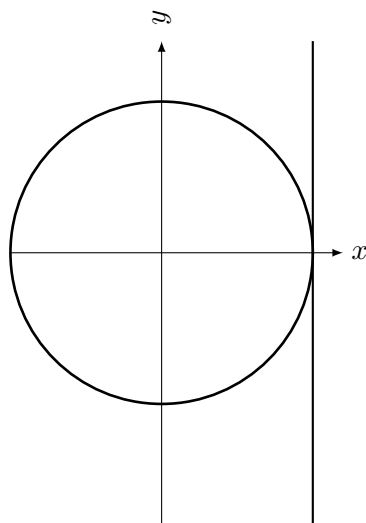
On voit que $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan(x) = \dots\dots$, $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan(x) = \dots\dots$,
 $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^-} \tan(x) = \dots\dots$, et $\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{2})^+} \tan(x) = \dots\dots$

2. Valeurs Remarquables.



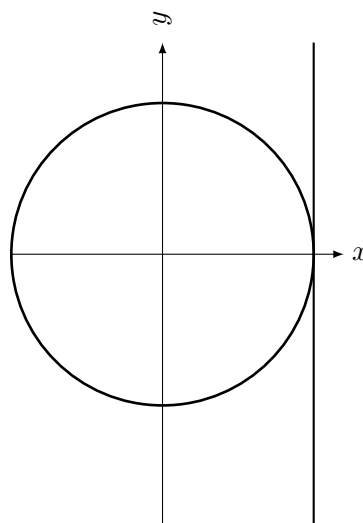
Exemple : Détermine les mesures principales, en radians à 10^{-3} près, des solutions des équations trigonométriques suivantes :

i. $\tan(x) = 1$. $\dots\dots\dots$



Remarque : $x = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

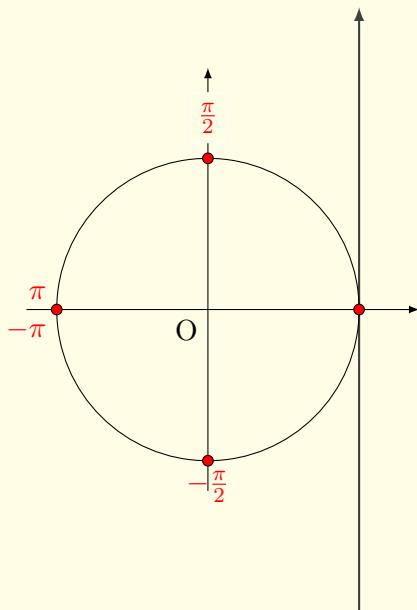
ii. $\tan(x) = -\sqrt{3}$. $\dots\dots\dots$



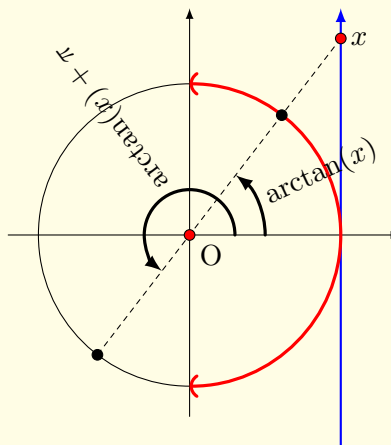
Remarque : $x = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

3. l'arc de tangente.

Propriété



- L'arc de tangente de x ($\arctan(x)$ ou $\tan^{-1}(x)$) donne la solution de l'équation $\tan \alpha = x$ qui est située sur l'arc $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$;
- $\tan x = \tan \alpha \iff x = \alpha [2\pi]$ ou $x = \alpha + \pi [2\pi]$



Exemple : Détermine les mesures principales, en degrés à 10^{-1} près, des solutions des équations trigonométriques suivantes : (On oublie pas de paramétrer la calculatrice en degrés.)

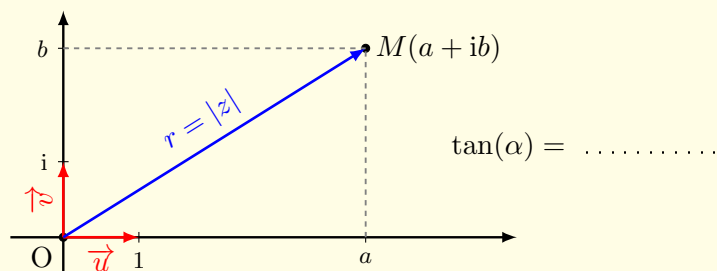
i. $\tan(x) = -0,3$

ii. $\tan(x) = 2$

Pourquoi soustraire π au lieu de l'additionner ? Parce que :

Propriété

Si $z = a + ib$ un nombre complexe dont la est non nul, alors il un unique mesure principale α tel que :



- La mesure principale α est du que la partie imaginaire b ;
- la forme trigonométrique de z est ;
- la forme exponentielle de z est

Exemple : Détermine la forme exponentielle du nombre complexe $z = \sqrt{3} - i$.

• $|z| = \dots\dots\dots$

- $\tan(\alpha) = \dots\dots\dots$
- La partie imaginaire est $\dots\dots\dots$
- La forme exponentielle de z est $\dots\dots\dots$

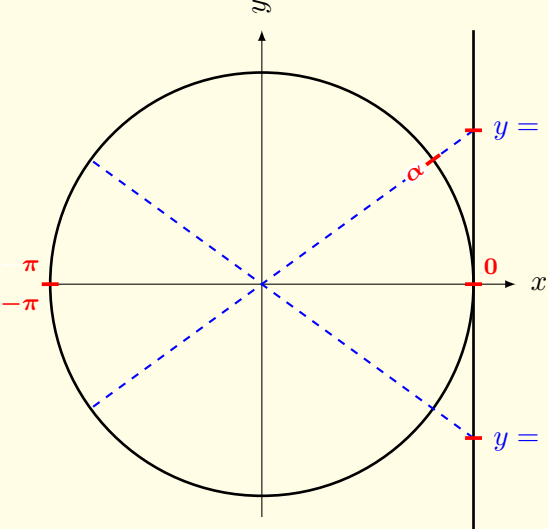
Exemple : Détermine un argument du nombre complexe $z = 1 + i\sqrt{3}$.

$\tan(\alpha) = \dots\dots\dots$

La partie imaginaire est $\dots\dots\dots$

4. Les angles associés.

 **Propriété**



- $\tan(-\alpha) = \dots\dots\dots$
- $\tan(\pi - \alpha) = \dots\dots\dots$
- $\tan(\alpha + \pi) = \dots\dots\dots$
- $\tan(\alpha - \pi) = \dots\dots\dots$

Additionner ou soustraire π revient
à faire un $\dots\dots\dots$