Equations différentielles du second ordre.

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

préliminaire.

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,
on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 =$

préliminaire.

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2+bx+c=0$ où $a\neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2-4ac}$ puis :

- Si $\Delta>0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1=\dfrac{\boldsymbol{-b-\sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et $x_2=\dfrac{\boldsymbol{-b+\sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$;

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,
on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{\boldsymbol{-b - \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et $x_2 = \dfrac{\boldsymbol{-b + \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a\big(x - x_1\big)\big(x - x_2\big)$

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution :

$$x_1 =$$

préliminaire.

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{\boldsymbol{-b - \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et $x_2 = \dfrac{\boldsymbol{-b + \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a\left(x - x_1\right)\left(x - x_2\right)$

- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution :

$$x_1 = \frac{\boldsymbol{-b}}{\boldsymbol{2a}} \text{ et}$$

préliminaire.

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{\boldsymbol{-b - \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et $x_2 = \dfrac{\boldsymbol{-b + \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution :

$$x_1 = \frac{\boldsymbol{-b}}{\boldsymbol{2a}} \text{ et } ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2a}}\right)^2$$

- Si $\Delta < 0$ alors l'équation n'a pas de solutions réelles, mais des solutions complexes conjuguées :

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,
on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{\boldsymbol{-b - \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et $x_2 = \dfrac{\boldsymbol{-b + \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution :

$$x_1 = \frac{\boldsymbol{-b}}{\boldsymbol{2a}} \text{ et } ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2a}}\right)^2$$

- Si $\Delta < 0$ alors l'équation n'a pas de solutions réelles, mais des solutions complexes conjuguées :

  ☛ $z_1 = \dfrac{\boldsymbol{-b + \mathrm{i}\sqrt{-\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution :

$$x_1 = \frac{-b}{2a} \text{ et } ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

- Si $\Delta < 0$ alors l'équation n'a pas de solutions réelles, mais des solutions complexes conjuguées :

  ☛ $z_1 = \dfrac{-b + \mathrm{i}\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2 =$

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{\boldsymbol{-b - \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et $x_2 = \dfrac{\boldsymbol{-b + \sqrt{\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution :

$$x_1 = \frac{\boldsymbol{-b}}{\boldsymbol{2a}} \text{ et } ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2a}}\right)^2$$

- Si $\Delta < 0$ alors l'équation n'a pas de solutions réelles, mais des solutions complexes conjuguées :

  ☛ $z_1 = \dfrac{\boldsymbol{-b + \mathrm{i}\sqrt{-\Delta}}}{\boldsymbol{2a}}$ et $z_2 = \overline{\boldsymbol{z_1}} =$

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2+bx+c=0$ où $a\neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2-4ac}$ puis :

- Si $\Delta>0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$;

  Et $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

- Si $\Delta=0$ alors l'équation a une seule solution :

  $$x_1=\frac{-b}{2a} \text{ et } ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

- Si $\Delta<0$ alors l'équation n'a pas de solutions réelles, mais des solutions complexes conjuguées :

  ☛ $z_1=\dfrac{-b+\mathrm{i}\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2=\overline{z_1}=\dfrac{-b-\mathrm{i}\sqrt{-\Delta}}{2a}$

Trinôme du second degré

Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ où $a \neq 0$,

on commence par calculer le discriminant $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$ puis :

- Si $\Delta > 0$ alors l'équation a deux solutions : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$;

  Et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

- Si $\Delta = 0$ alors l'équation a une seule solution :

  $$x_1 = \frac{-b}{2a} \text{ et } ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

- Si $\Delta < 0$ alors l'équation n'a pas de solutions réelles, mais des solutions complexes conjuguées :
  - ☛ $z_1 = \dfrac{-b + \mathrm{i}\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \overline{z_1} = \dfrac{-b - \mathrm{i}\sqrt{-\Delta}}{2a}$
  - ☛ $az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = \ -7$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + i\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - i\sqrt{7}}{2}$ et

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2+3x-4=0$

   $\Delta = 3^2-4\times(-1)\times(-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3-\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + i\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - i\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + i\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = -100$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = \; -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = \; -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6 + \mathrm{i}\sqrt{100}}{2} =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2+3x-4=0$

   $\Delta = 3^2 - 4\times(-1)\times(-4) = \; -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3-\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2+34=6x$ s'écrit : $x^2-6x+34=0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4\times 1\times 34 = \; -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6+\mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6+10\mathrm{i}}{2} =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6 + \mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6 + 10\mathrm{i}}{2} = 3 + 5\mathrm{i}$ et

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6 + \mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6 + 10\mathrm{i}}{2} = 3 + 5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3 - 5\mathrm{i}$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = \ -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = \ -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6 + \mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6 + 10\mathrm{i}}{2} = 3 + 5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3 - 5\mathrm{i}$

3. $9x^2 + 25 - 18x = 0$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2+3x-4=0$

   $\Delta = 3^2 - 4\times(-1)\times(-4) = \;-7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3-\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2+34=6x$ s'écrit : $x^2-6x+34=0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4\times 1\times 34 = \;-100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6+\mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6+10\mathrm{i}}{2} = 3+5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3-5\mathrm{i}$

3. $9x^2+25-18x=0$ s'écrit : $9x^2-18x+25=0$

   $\Delta = (-18)^2 - 4\times 9\times 25 =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = \; -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = \; -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6 + \mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6 + 10\mathrm{i}}{2} = 3 + 5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3 - 5\mathrm{i}$

3. $9x^2 + 25 - 18x = 0$ s'écrit : $9x^2 - 18x + 25 = 0$

   $\Delta = (-18)^2 - 4 \times 9 \times 25 = \; -576$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2+3x-4=0$

   $\Delta = 3^2 - 4\times(-1)\times(-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3-\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2+34=6x$ s'écrit : $x^2-6x+34=0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4\times 1\times 34 = -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6+\mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6+10\mathrm{i}}{2} = 3+5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3-5\mathrm{i}$

3. $9x^2+25-18x=0$ s'écrit : $9x^2-18x+25=0$

   $\Delta = (-18)^2 - 4\times 9\times 25 = -576$

   d'où $x_1 = \dfrac{18+\mathrm{i}\sqrt{576}}{2\times 9} =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = \; - 7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = \; - 100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6 + \mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6 + 10\mathrm{i}}{2} = 3 + 5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3 - 5\mathrm{i}$

3. $9x^2 + 25 - 18x = 0$ s'écrit : $9x^2 - 18x + 25 = 0$

   $\Delta = (-18)^2 - 4 \times 9 \times 25 = \; - 576$

   d'où $x_1 = \dfrac{18 + \mathrm{i}\sqrt{576}}{2 \times 9} = \dfrac{18 + 24\mathrm{i}}{18} =$

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2 + 3x - 4 = 0$

   $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3 - \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3 + \mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2 + 34 = 6x$ s'écrit : $x^2 - 6x + 34 = 0$

   $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 34 = -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6 + \mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6 + 10\mathrm{i}}{2} = 3 + 5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3 - 5\mathrm{i}$

3. $9x^2 + 25 - 18x = 0$ s'écrit : $9x^2 - 18x + 25 = 0$

   $\Delta = (-18)^2 - 4 \times 9 \times 25 = -576$

   d'où $x_1 = \dfrac{18 + \mathrm{i}\sqrt{576}}{2 \times 9} = \dfrac{18 + 24\mathrm{i}}{18} = \dfrac{3 + 4\mathrm{i}}{3}$ et

Exemple n° 1 : Résous :

1. $-x^2+3x-4=0$

   $\Delta = 3^2-4\times(-1)\times(-4) = -7$

   d'où $x_1 = \dfrac{-3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{-2} = \dfrac{3-\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3+\mathrm{i}\sqrt{7}}{2}$

2. $x^2+34=6x$ s'écrit : $x^2-6x+34=0$

   $\Delta = (-6)^2-4\times 1\times 34 = -100$

   d'où $x_1 = \dfrac{6+\mathrm{i}\sqrt{100}}{2} = \dfrac{6+10\mathrm{i}}{2} = 3+5\mathrm{i}$ et $x_2 = \overline{x_1} = 3-5\mathrm{i}$

3. $9x^2+25-18x=0$ s'écrit : $9x^2-18x+25=0$

   $\Delta = (-18)^2-4\times 9\times 25 = -576$

   d'où $x_1 = \dfrac{18+\mathrm{i}\sqrt{576}}{2\times 9} = \dfrac{18+24\mathrm{i}}{18} = \dfrac{3+4\mathrm{i}}{3}$ et $x_2 = \overline{x_1} = \dfrac{3-4\mathrm{i}}{3}$

1. Définition

Définition:

On appelle **equation différentielle linéaire du second ordre**, notée **EDL** à coefficients constants une équation du type :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

II. Equation différentielle à coefficients constants du second ordre.

1. Définition

Définition:

On appelle **equation différentielle linéaire du second ordre**, notée **EDL** à coefficients constants une équation du type :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

On appelle **equation homogène (EDLH) associés** à l'équation précédente :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$$

1. Définition

Définition:

On appelle **equation différentielle linéaire du second ordre**, notée **EDL** à coefficients constants une équation du type :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

On appelle **equation homogène (EDLH) associés** à l'équation précédente :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$$

On appelle **equation caractéristique (EC) associés** : $r^2 + ar + b = 0$.

2. Résolution de l'EDL homogène.

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

2. Résolution de l'EDL homogène.

Théorème

On note $\boldsymbol{\Delta}$ le discriminant de l'EC associée : $\boldsymbol{r^2 + ar + b = 0}$.

La solution générale de l'EDL est :

2. Résolution de l'EDL homogène.

Théorème

On note $\boldsymbol{\Delta}$ le discriminant de l'EC associée : $\boldsymbol{r^2 + ar + b = 0}$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\boldsymbol{\Delta > 0}$:** $\boldsymbol{y(x) = A\mathrm{e}^{r_1 x} + B\mathrm{e}^{r_2 x}}$ où $\boldsymbol{r_1, r_2}$ sont les racines de l'EC.

2. Résolution de l'EDL homogène.

Théorème

On note $\boldsymbol{\Delta}$ le discriminant de l'EC associée : $\boldsymbol{r^2 + ar + b = 0}$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $\boldsymbol{y(x) = A\mathrm{e}^{r_1 x} + B\mathrm{e}^{r_2 x}}$ où $\boldsymbol{r_1, r_2}$ sont les racines de l'EC.
- **Si $\Delta = 0$:** $\boldsymbol{y(x) = (A + Bx)\mathrm{e}^{rx}}$ où $\boldsymbol{r}$ est la racine de l'EC.

2. Résolution de l'EDL homogène.

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = A\mathrm{e}^{r_1 x} + B\mathrm{e}^{r_2 x}$ où r_1, r_2 sont les racines de l'EC.
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = (A + Bx)\mathrm{e}^{rx}$ où r est la racine de l'EC.
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$

2. Résolution de l'EDL homogène.

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = A\mathrm{e}^{r_1 x} + B\mathrm{e}^{r_2 x}$ où r_1, r_2 sont les racines de l'EC.
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = (A + Bx)\mathrm{e}^{rx}$ où r est la racine de l'EC.
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

3. Exemples

$\boxed{1.}$ $y'' - 3y' - 28y = 0$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$.

3. Exemples

$\boxed{1.}$ $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta =$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121$

3. Exemples

$\boxed{1.}$ $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 =$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

3. Exemples

$\boxed{1.}$ $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{-4x} + B\mathrm{e}^{7x}$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$.

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta =$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 =$

3. Exemples

$\boxed{1.}$ $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

$\boxed{2.}$ $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 6$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{-4x} + B\mathrm{e}^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 6$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{6x}$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 6$

La solution générale est $y(x) = Ae^{x} + Be^{6x}$

3. $y'' - y = 0$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 6$

La solution générale est $y(x) = Ae^{x} + Be^{6x}$

3. $y'' - y = 0$

L'EC est : $r^2 - 1 = 0$ qui a deux solutions évidentes $r_1 =$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{-4x} + B\mathrm{e}^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 6$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{6x}$

3. $y'' - y = 0$

L'EC est : $r^2 - 1 = 0$ qui a deux solutions évidentes $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$

3. Exemples

1. $y'' - 3y' - 28y = 0$

L'EC est : $r^2 - 3r - 28 = 0$. $\Delta = 121 > 0$ donc $r_1 = -4$ et $r_2 = 7$

La solution générale est $y(x) = Ae^{-4x} + Be^{7x}$

2. $y'' - 7y' + 6y = 0$

L'EC est : $r^2 - 7r + 6 = 0$. $\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 6$

La solution générale est $y(x) = Ae^{x} + Be^{6x}$

3. $y'' - y = 0$

L'EC est : $r^2 - 1 = 0$ qui a deux solutions évidentes $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$

La solution générale est $y(x) = Ae^{x} + Be^{-x}$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

$\boxed{4.}$ $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' -$

$\boxed{\textbf{4.}}$ $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' -$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta =$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 =$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}x}$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}x}$

5. $9y'' + 6y' + y = 0$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}x}$

5. $9y'' + 6y' + y = 0$

L'EC est : $9r^2 + 6r + 1 = 0$.

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

La solution générale est $y(x) = Ae^x + Be^{-\frac{2}{3}x}$

5. $9y'' + 6y' + y = 0$

L'EC est : $9r^2 + 6r + 1 = 0$. $\Delta =$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

La solution générale est $y(x) = Ae^{x} + Be^{-\frac{2}{3}x}$

5. $9y'' + 6y' + y = 0$

L'EC est : $9r^2 + 6r + 1 = 0$. $\Delta = 0$ donc $r = \frac{-6}{18} =$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

La solution générale est $y(x) = Ae^{x} + Be^{-\frac{2}{3}x}$

5. $9y'' + 6y' + y = 0$

L'EC est : $9r^2 + 6r + 1 = 0$. $\Delta = 0$ donc $r = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$

4. $3y'' - y' - 2y = 0$

Cette EDL est équivalente à $y'' - \frac{1}{3}y' - \frac{2}{3} = 0$

Son EC est $r^2 - \frac{1}{3}r - \frac{2}{3} = 0$

qui est équivalente à $3r^2 - r - 2 = 0$

$\Delta = 25 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = -\frac{2}{3}$

La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}x}$

5. $9y'' + 6y' + y = 0$

L'EC est : $9r^2 + 6r + 1 = 0$. $\Delta = 0$ donc $r = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$

La solution générale est $y(x) = (A + Bx)\mathrm{e}^{-\frac{1}{3}x}$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta =$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16$

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 =$

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2i$ et $r_2 =$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2i$ et $r_2 = 3 - 2i$

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2i$ et $r_2 = 3 - 2i$

Théorème

- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)e^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm id$

Dans notre cas, $c =$

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Théorème

- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

Dans notre cas, $c = 3$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Théorème

- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d =$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Théorème

- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2i$ et $r_2 = 3 - 2i$

Théorème

- **<u>Si $\Delta < 0$:</u>** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)e^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm id$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2i$ et $r_2 = 3 - 2i$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2i$ et $r_2 = 3 - 2i$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

- Pour $d = -2$:

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)e^{3x}$

- Pour $d = -2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(-2x) + B\sin(-2x)\big)e^{3x}$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

- Pour $d = -2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(-2x) + B\sin(-2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

  $$y(x) = \big(A\cos(2x) - B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$$

$\boxed{6.}$ $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

- Pour $d = -2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(-2x) + B\sin(-2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

$$y(x) = \big(A\cos(2x) - B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$$

$$y(x) = \big(A\cos(2x) + D\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$$

où

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

- Pour $d = -2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(-2x) + B\sin(-2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

  $y(x) = \big(A\cos(2x) - B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

  $y(x) = \big(A\cos(2x) + D\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

  où $D =$

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

- Pour $d = -2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(-2x) + B\sin(-2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

  $y(x) = \big(A\cos(2x) - B\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

  $y(x) = \big(A\cos(2x) + D\sin(2x)\big)\mathrm{e}^{3x}$

  où $D = -B$

6. $y'' - 6y' + 13y = 0$

L'EC est : $r^2 - 6r + 13 = 0$.

$\Delta = -16 < 0$ donc $r_1 = 3 + 2\mathrm{i}$ et $r_2 = 3 - 2\mathrm{i}$

Dans notre cas, $c = 3$ et $d = \pm 2$

Quelle valeur choisir pour d ?

- Pour $d = 2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(2x) + B\sin(2x)\big)e^{3x}$

- Pour $d = -2$:

  La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(-2x) + B\sin(-2x)\big)e^{3x}$

  $y(x) = \big(A\cos(2x) - B\sin(2x)\big)e^{3x}$

  $y(x) = \big(A\cos(2x) + D\sin(2x)\big)e^{3x}$

  où $D = -B$

On trouve donc la même solution.

$\boxed{\textbf{7.}}$ $y'' + 2y' + 26y = 0$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta =$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 =$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5i$ et $r_2 = -1 - 5i$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\boxed{7.}$ $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

$\boxed{8.}$ $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta =$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

$$y(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = \ -100 < 0$ donc $r_1 = \ -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = \ -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

$$y(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$$

9. $3y' + 5y = 0$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

$$y(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$$

9. $3y' + 5y = 0$

L'EC est : $3r + 5 = 0$.

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

$$y(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$$

9. $3y' + 5y = 0$

L'EC est : $3r + 5 = 0$. $r =$

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

$$y(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$$

9. $3y' + 5y = 0$

L'EC est : $3r + 5 = 0$. $r = \dfrac{-5}{3}$.

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

$$y(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$$

9. $3y' + 5y = 0$

L'EC est : $3r + 5 = 0$. $r = \dfrac{-5}{3}$. La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{\frac{-5}{3}x}$.

7. $y'' + 2y' + 26y = 0$

L'EC est : $r^2 + 2r + 26 = 0$.

$\Delta = -100 < 0$ donc $r_1 = -1 + 5\mathrm{i}$ et $r_2 = -1 - 5\mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(5x) + B\sin(5x)\big)\mathrm{e}^{-x}$

8. $y'' + y = 0$

L'EC est : $r^2 + 1 = 0$.

$\Delta = -4 < 0$ donc $r_1 = -\mathrm{i}$ et $r_2 = \mathrm{i}$

La solution générale est $y(x) = \big(A\cos(x) + B\sin(x)\big)\mathrm{e}^{0\times x}$

$$y(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$$

9. $3y' + 5y = 0$

L'EC est : $3r + 5 = 0$. $r = \dfrac{-5}{3}$. La solution générale est $y(x) = A\mathrm{e}^{\frac{-5}{3}x}$.

$\boxed{\text{On peut aussi associer une EC aux EDL du premier ordre.}}$

4. Résolution de l'EDL avec second membre quelconque.

Théorème

Solution générale y_H l'équation homogène $+$ **une solution particulière y_P de l'EDL** $=$ **solution générale de l'EDL**

4. Résolution de l'EDL avec second membre quelconque.

Théorème

Solution générale y_H l'équation homogène $+$ **une solution particulière y_P de l'EDL** $=$ **solution générale de l'EDL**

On sait résoudre l'EDLH, il nous faut donc trouver une solution particulière de l'EDL.

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha \mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha \mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha \mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = ce^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha e^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x e^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 e^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha\mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x\mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2\mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha \mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$.

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha \mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha \mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^x$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = ce^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha e^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x e^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 e^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^x$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.

La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = ce^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha e^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x e^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 e^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.

La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^{x} + Be^{3x}$.
$d = 1$

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = ce^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha e^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x e^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 e^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.

La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^{x} + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC.

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha \mathrm{e}^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 \mathrm{e}^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.

La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) =$

5. Résolution de l'EDL avec second membre exponentiel.

Théorème

$y'' + ay' + by = ce^{dx}$ admet une solution particulière de la forme :

- $x \longmapsto \alpha e^{dx}$ si d n'est pas solution de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x e^{dx}$ si d est une solution simple de l'EC ;
- $x \longmapsto \alpha x^2 e^{dx}$ si d est une solution double de l'EC.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.

La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^{x} + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^{x}$.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x\mathrm{e}^{x}$.

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^{x} + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^{x}$.

$y_P'(x) = \alpha e^{x} + \alpha x e^{x}$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^x$.

$y'_P(x) = \alpha e^x + \alpha x e^x$

$y''_P(x) =$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\qquad \left(y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}\right)$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x\mathrm{e}^{x}$.

$$y_P'(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

$$y_P''(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \underbrace{\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}}_{\left(\alpha x\mathrm{e}^{x}\right)'} =$$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x \mathrm{e}^{x}$.

$$y_P'(x) = \alpha \mathrm{e}^{x} + \alpha x \mathrm{e}^{x}$$

$$y_P''(x) = \alpha \mathrm{e}^{x} + \underbrace{\alpha \mathrm{e}^{x} + \alpha x \mathrm{e}^{x}}_{(\alpha x \mathrm{e}^{x})'} = 2\alpha \mathrm{e}^{x} + \alpha x \mathrm{e}^{x}$$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^x$.

$$y_P'(x) = \alpha e^x + \alpha x e^x$$

$$y_P''(x) = \alpha e^x + \underbrace{\alpha e^x + \alpha x e^x}_{(\alpha x e^x)'} = 2\alpha e^x + \alpha x e^x$$

On remplace dans l'EDL :

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x \mathrm{e}^{x}$.

$$y'_P(x) = \alpha \mathrm{e}^{x} + \alpha x \mathrm{e}^{x}$$

$$y''_P(x) = \alpha \mathrm{e}^{x} + \underbrace{\alpha \mathrm{e}^{x} + \alpha x \mathrm{e}^{x}}_{(\alpha x \mathrm{e}^{x})'} = 2\alpha \mathrm{e}^{x} + \alpha x \mathrm{e}^{x}$$

<u>On remplace dans l'EDL :</u>

$$y''_P - 4y'_P + 3y_P = \mathrm{e}^{x}$$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x\mathrm{e}^{x}$.

$$y_P'(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

$$y_P''(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \underbrace{\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}}_{(\alpha x\mathrm{e}^{x})'} = 2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

On remplace dans l'EDL :

$$y_P'' - 4y_P' + 3y_P = \mathrm{e}^{x}$$

$$2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x} - 4\left(\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}\right) + 3\alpha x\mathrm{e}^{x} = \mathrm{e}^{x}$$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x\mathrm{e}^{x}$.

$$y_P'(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

$$y_P''(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \underbrace{\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}}_{\left(\alpha x\mathrm{e}^{x}\right)'} = 2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= \mathrm{e}^{x} \\ 2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x} - 4\left(\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}\right) + 3\alpha x\mathrm{e}^{x} &= \mathrm{e}^{x} \\ -2\alpha\mathrm{e}^{x} &= \mathrm{e}^{x} \end{aligned}$$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x\mathrm{e}^{x}$.

$$y'_P(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

$$y''_P(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \underbrace{\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}}_{(\alpha x\mathrm{e}^{x})'} = 2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y''_P - 4y'_P + 3y_P &= \mathrm{e}^{x} \\ 2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x} - 4(\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}) + 3\alpha x\mathrm{e}^{x} &= \mathrm{e}^{x} \\ -2\alpha\mathrm{e}^{x} &= \mathrm{e}^{x} \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^{x} + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^{x}$.

$$y_P'(x) = \alpha e^{x} + \alpha x e^{x}$$

$$y_P''(x) = \alpha e^{x} + \underbrace{\alpha e^{x} + \alpha x e^{x}}_{(\alpha x e^{x})'} = 2\alpha e^{x} + \alpha x e^{x}$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= e^{x} \\ 2\alpha e^{x} + \alpha x e^{x} - 4\left(\alpha e^{x} + \alpha x e^{x}\right) + 3\alpha x e^{x} &= e^{x} \\ -2\alpha e^{x} &= e^{x} \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha =$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^{x} + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^{x}$.

$$y_P'(x) = \alpha e^{x} + \alpha x e^{x}$$

$$y_P''(x) = \alpha e^{x} + \underbrace{\alpha e^{x} + \alpha x e^{x}}_{(\alpha x e^{x})'} = 2\alpha e^{x} + \alpha x e^{x}$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= e^{x} \\ 2\alpha e^{x} + \alpha x e^{x} - 4(\alpha e^{x} + \alpha x e^{x}) + 3\alpha x e^{x} &= e^{x} \\ -2\alpha e^{x} &= e^{x} \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha = -\dfrac{1}{2}$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^x$.

$$y'_P(x) = \alpha e^x + \alpha x e^x$$

$$y''_P(x) = \alpha e^x + \underbrace{\alpha e^x + \alpha x e^x}_{(\alpha x e^x)'} = 2\alpha e^x + \alpha x e^x$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y''_P - 4y'_P + 3y_P &= e^x \\ 2\alpha e^x + \alpha x e^x - 4(\alpha e^x + \alpha x e^x) + 3\alpha x e^x &= e^x \\ -2\alpha e^x &= e^x \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha = -\dfrac{1}{2}$ et $y_P(x) = -\dfrac{1}{2} x e^x$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^x$.

$$y_P'(x) = \alpha e^x + \alpha x e^x$$

$$y_P''(x) = \alpha e^x + \underbrace{\alpha e^x + \alpha x e^x}_{(\alpha x e^x)'} = 2\alpha e^x + \alpha x e^x$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= e^x \\ 2\alpha e^x + \alpha x e^x - 4(\alpha e^x + \alpha x e^x) + 3\alpha x e^x &= e^x \\ -2\alpha e^x &= e^x \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha = -\dfrac{1}{2}$ et $y_P(x) = -\dfrac{1}{2} x e^x$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{1x}$ $\quad\left(y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx}\right)$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x\mathrm{e}^{x}$.

$$y_P'(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

$$y_P''(x) = \alpha\mathrm{e}^{x} + \underbrace{\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}}_{\left(\alpha x\mathrm{e}^{x}\right)'} = 2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= \mathrm{e}^{x} \\ 2\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x} - 4\left(\alpha\mathrm{e}^{x} + \alpha x\mathrm{e}^{x}\right) + 3\alpha x\mathrm{e}^{x} &= \mathrm{e}^{x} \\ -2\alpha\mathrm{e}^{x} &= \mathrm{e}^{x} \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha = -\dfrac{1}{2}$ et $y_P(x) = -\dfrac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^x$.

$$y_P'(x) = \alpha e^x + \alpha x e^x$$

$$y_P''(x) = \alpha e^x + \underbrace{\alpha e^x + \alpha x e^x}_{(\alpha x e^x)'} = 2\alpha e^x + \alpha x e^x$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= e^x \\ 2\alpha e^x + \alpha x e^x - 4(\alpha e^x + \alpha x e^x) + 3\alpha x e^x &= e^x \\ -2\alpha e^x &= e^x \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha = -\dfrac{1}{2}$ et $y_P(x) = -\dfrac{1}{2} x e^x$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

$$y(x) = y_H(x) +$$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^x$.

$$y_P'(x) = \alpha e^x + \alpha x e^x$$

$$y_P''(x) = \alpha e^x + \underbrace{\alpha e^x + \alpha x e^x}_{(\alpha x e^x)'} = 2\alpha e^x + \alpha x e^x$$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= e^x \\ 2\alpha e^x + \alpha x e^x - 4(\alpha e^x + \alpha x e^x) + 3\alpha x e^x &= e^x \\ -2\alpha e^x &= e^x \end{aligned}$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha = -\dfrac{1}{2}$ et $y_P(x) = -\dfrac{1}{2} x e^x$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

$$y(x) = y_H(x) + y_P(x) =$$

Exemple n° 1 : $y'' - 4y' + 3y = e^{1x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

L'EC est : $r^2 - 4r + 3 = 0$. $\Delta = 4 > 0$ donc $r_1 = 1$ et $r_2 = 3$.
La solution générale de l'équation homogène associée est $y_H(x) = Ae^x + Be^{3x}$.
$d = 1$ qui est une racine simple de l'EC. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha x e^x$.

$$y_P'(x) = \alpha e^x + \alpha x e^x$$

$$y_P''(x) = \alpha e^x + \underbrace{\alpha e^x + \alpha x e^x}_{(\alpha x e^x)'} = 2\alpha e^x + \alpha x e^x$$

On remplace dans l'EDL :

$$y_P'' - 4y_P' + 3y_P = e^x$$
$$2\alpha e^x + \alpha x e^x - 4(\alpha e^x + \alpha x e^x) + 3\alpha x e^x = e^x$$
$$-2\alpha e^x = e^x$$

Donc, $-2\alpha = 1$ soit $\alpha = -\dfrac{1}{2}$ et $y_P(x) = -\dfrac{1}{2}xe^x$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

$$y(x) = y_H(x) + y_P(x) = Ae^x + Be^{3x} - \frac{1}{2}xe^x$$

Exemple no 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = A\mathrm{e}^{1x} + B\mathrm{e}^{3x}$.

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$.

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) =$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = A\mathrm{e}^{1x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha\mathrm{e}^{2x}$.

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) =$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} =$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y_P'(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y_P''(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} =$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y_P'(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y_P''(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y''_P(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y''_P(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$y''_P - 4y'_P + 3y_P = 3e^{2x}$$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC ($\neq 1$ et $\neq 3$). Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y_P'(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y_P''(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$y_P'' - 4y_P' + 3y_P = 3e^{2x}$$

$$4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} = 3e^{2x}$$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y''_P(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y''_P - 4y'_P + 3y_P &= 3e^{2x} \\ 4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\ -\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \end{aligned}$$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC ($\neq 1$ et $\neq 3$). Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y''_P(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y''_P - 4y'_P + 3y_P &= 3e^{2x} \\ 4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\ -\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \end{aligned}$$

Donc, $\alpha =$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y''_P(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y''_P - 4y'_P + 3y_P &= 3e^{2x} \\ 4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\ -\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \end{aligned}$$

Donc, $\alpha = -3$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y_P'(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y_P''(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= 3e^{2x} \\ 4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\ -\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \end{aligned}$$

Donc, $\alpha = -3$ et $y_P(x) = -3e^{2x}$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC ($\neq 1$ et $\neq 3$). Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y_P'(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y_P''(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned}
y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= 3e^{2x} \\
4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\
-\alpha e^{2x} &= 3e^{2x}
\end{aligned}$$

Donc, $\alpha = -3$ et $y_P(x) = -3e^{2x}$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC ($\neq 1$ et $\neq 3$). Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y''_P(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y''_P - 4y'_P + 3y_P &= 3e^{2x} \\ 4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\ -\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \end{aligned}$$

Donc, $\alpha = -3$ et $y_P(x) = -3e^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\qquad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC ($\neq 1$ et $\neq 3$). Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y_P'(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y_P''(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= 3e^{2x} \\ 4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\ -\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \end{aligned}$$

Donc, $\alpha = -3$ et $y_P(x) = -3e^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

$$y(x) = y_H(x) +$$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = ce^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = Ae^{1x} + Be^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha e^{2x}$.

$y_P'(x) = (2x)'\alpha e^{2x} = 2\alpha e^{2x}$ et $y_P''(x) = 2 \times 2\alpha e^{2x} = 4\alpha e^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y_P'' - 4y_P' + 3y_P &= 3e^{2x} \\ 4\alpha e^{2x} - 4 \times 2\alpha e^{2x} + 3\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \\ -\alpha e^{2x} &= 3e^{2x} \end{aligned}$$

Donc, $\alpha = -3$ et $y_P(x) = -3e^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

$$y(x) = y_H(x) + y_P(x) =$$

Exemple n° 2 : $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ $\quad (y'' + ay' + by = c\mathrm{e}^{dx})$

La solution générale de l'EH associée est toujours $y_H(x) = A\mathrm{e}^{1x} + B\mathrm{e}^{3x}$.
$d = 2$ qui n'est pas une racine de l'EC $(\neq 1$ et $\neq 3)$. Donc, on on cherche une solution particulière $y_P(x) = \alpha\mathrm{e}^{2x}$.

$y'_P(x) = (2x)'\alpha\mathrm{e}^{2x} = 2\alpha\mathrm{e}^{2x}$ et $y''_P(x) = 2 \times 2\alpha\mathrm{e}^{2x} = 4\alpha\mathrm{e}^{2x}$

On remplace dans l'EDL :

$$\begin{aligned} y''_P - 4y'_P + 3y_P &= 3\mathrm{e}^{2x} \\ 4\alpha\mathrm{e}^{2x} - 4 \times 2\alpha\mathrm{e}^{2x} + 3\alpha\mathrm{e}^{2x} &= 3\mathrm{e}^{2x} \\ -\alpha\mathrm{e}^{2x} &= 3\mathrm{e}^{2x} \end{aligned}$$

Donc, $\alpha = -3$ et $y_P(x) = -3\mathrm{e}^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

$$y(x) = y_H(x) + y_P(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x} - 3\mathrm{e}^{2x}$$

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^x + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^x$ est

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$ est $y_{P_1}(x) = -\dfrac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$ est $y_{P_1}(x) = -\dfrac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$
- $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ est

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^x + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^x$ est $y_{P_1}(x) = -\frac{1}{2}x\mathrm{e}^x$
- $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ est $y_{P_2}(x) = -3\mathrm{e}^{2x}$

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$ est $y_{P_1}(x) = -\dfrac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$
- $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ est $y_{P_2}(x) = -3\mathrm{e}^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est :

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = e^{x} + 3e^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = e^{x}$ est $y_{P_1}(x) = -\dfrac{1}{2}xe^{x}$
- $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ est $y_{P_2}(x) = -3e^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est : $y(x) = y_H(x) +$

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = e^x + 3e^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = e^x$ est $y_{P_1}(x) = -\frac{1}{2}xe^x$
- $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ est $y_{P_2}(x) = -3e^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est : $y(x) = y_H(x) + y_{P_1}(x) + y_{P_2}(x)$ soit :

Principe de superposition

Soient f_1, et f_2 deux fonctions continues sur $\mathbb{R}$.

- Si y_{P_1} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_1(x)$;
- si y_{P_2} est une solution particulière de $y'' + ay' + by = f_2(x)$

Alors $y_{P_1} + y_{P_2}$ est une solution particulière de

$$y'' + ay' + by = f_1(x) + f_2(x)$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$ est $y_{P_1}(x) = -\dfrac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$
- $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ est $y_{P_2}(x) = -3\mathrm{e}^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est : $y(x) = y_H(x) + y_{P_1}(x) + y_{P_2}(x)$ soit :

$$y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x} - \frac{1}{2}x\mathrm{e}^{x} - 3\mathrm{e}^{2x}$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$ est $y_{P_1}(x) = -\dfrac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$
- $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ est $y_{P_2}(x) = -3\mathrm{e}^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est : $y(x) = y_H(x) + y_{P_1}(x) + y_{P_2}(x)$ soit :

$$y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x} - \frac{1}{2}x\mathrm{e}^{x} - 3\mathrm{e}^{2x}$$

Exemple n° 3 : $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x} + 3\mathrm{e}^{2x}$

On vient de voir que une solution particulière de :

- $y'' - 4y' + 3y = \mathrm{e}^{x}$ est $y_{P_1}(x) = -\dfrac{1}{2}x\mathrm{e}^{x}$
- $y'' - 4y' + 3y = 3\mathrm{e}^{2x}$ est $y_{P_2}(x) = -3\mathrm{e}^{2x}$

Donc, la solution générale de l'EDL est : $y(x) = y_H(x) + y_{P_1}(x) + y_{P_2}(x)$ soit :

$$y(x) = A\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x} - \frac{1}{2}x\mathrm{e}^{x} - 3\mathrm{e}^{2x}$$

$$y(x) = \left(A - \frac{1}{2}x\right)\mathrm{e}^{x} + B\mathrm{e}^{3x} - 3\mathrm{e}^{2x}$$

Théorème de Cauchy

Etant donnés une fonction f continue sur $\mathbb{R}$, pour tout triplet de réels (x_0, y_0, y_1) le système

$$\begin{cases} y'' + ay' + by = f(x) \\ y(x_0) = y_0 \\ y'(x_0) = y_1 \end{cases}$$

admet une unique solution.

Théorème de Cauchy

Etant donnés une fonction f continue sur $\mathbb{R}$, pour tout triplet de réels (x_0, y_0, y_1) le système

$$\begin{cases} y'' + ay' + by = f(x) \\ y(x_0) = y_0 \\ y'(x_0) = y_1 \end{cases}$$

admet une unique solution.

En mécanique newtonienne, ce théorème signifie que la trajectoire d'un mobile est déterminée par sa position et sa vitesse à un instant donné.

1. Démonstrations des théorèmes du premier ordre.

a. Résolution de l'EDH du premier ordre.

On considère l'équation différentielle homogène $\boldsymbol{(H): \ y(x)' + a(x)y(x) = 0}$.

1. Démonstrations des théorèmes du premier ordre.

a. Résolution de l'EDH du premier ordre.

On considère l'équation différentielle homogène $\boldsymbol{(H) : \ y(x)' + a(x)y(x) = 0}$.

Notons y_H une solution de (H) qui ne s'annule pas.

1. Démonstrations des théorèmes du premier ordre.

a. Résolution de l'EDH du premier ordre.

On considère l'équation différentielle homogène $\boldsymbol{(H) : \ y(x)' + a(x)y(x) = 0}$.

Notons y_H une solution de (H) qui ne s'annule pas.

$$y_H'(x) + a(x)y_H(x) = 0$$

1. Démonstrations des théorèmes du premier ordre.

a. Résolution de l'EDH du premier ordre.

On considère l'équation différentielle homogène $\boldsymbol{(H): \ y(x)' + a(x)y(x) = 0}$.

Notons y_H une solution de (H) qui ne s'annule pas.

$$y_H'(x) + a(x)y_H(x) = 0$$

$$y_H'(x) = -a(x)y_H(x)$$

1. Démonstrations des théorèmes du premier ordre.

a. Résolution de l'EDH du premier ordre.

On considère l'équation différentielle homogène $(H):\ y(x)' + a(x)y(x) = 0$.

Notons y_H une solution de (H) qui ne s'annule pas.

$$y'_H(x) + a(x)y_H(x) = 0$$

$$y'_H(x) = -a(x)y_H(x)$$

$$\frac{y'_H(x)}{y_H(x)} = -a(x)$$

1. Démonstrations des théorèmes du premier ordre.

a. Résolution de l'EDH du premier ordre.

On considère l'équation différentielle homogène $\boldsymbol{(H): \ y(x)' + a(x)y(x) = 0}$.

Notons y_H une solution de (H) qui ne s'annule pas.

$$y'_H(x) + a(x)y_H(x) = 0$$

$$y'_H(x) = -a(x)y_H(x)$$

$$\frac{y'_H(x)}{y_H(x)} = -a(x)$$

$$\int \frac{y'_H(x)}{y_H(x)}\,\mathrm{d}x = -\int a(x)\,\mathrm{d}x$$

1. Démonstrations des théorèmes du premier ordre.

a. Résolution de l'EDH du premier ordre.

On considère l'équation différentielle homogène $\boldsymbol{(H)\ :\ y(x)' + a(x)y(x) = 0}$.

Notons y_H une solution de (H) qui ne s'annule pas.

$$y'_H(x) + a(x)y_H(x) = 0$$

$$y'_H(x) = -a(x)y_H(x)$$

$$\frac{y'_H(x)}{y_H(x)} = -a(x)$$

$$\int \frac{y'_H(x)}{y_H(x)}\,\mathrm{d}x = -\int a(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\ln\left|y_H(x)\right| = -A(x) + C \quad \text{où } A \text{ est une primitive de } a$$

$$\ln \left| y_H(x) \right| = \; -A(x) + C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a$$

$$\ln\left|y_H(x)\right| = \ -A(x) + C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a$$
$$\left|y_H(x)\right| = \exp\big(-A(x) + C\big) =$$

$$\ln\left|y_H(x)\right| = -A(x) + C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a$$

$$\left|y_H(x)\right| = \exp\big(-A(x)+C\big) = \exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)$$

$$\ln \left|y_H(x)\right| = -A(x) + C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a$$
$$\left|y_H(x)\right| = \exp\big(-A(x)+C\big) = \exp\big(-A(x)\big) \times \exp\big(C\big)$$

La fonction y_H est continue (puisque dérivable) et ne s'annule pas, donc son signe est constant. Ainsi,

$$\ln\left|y_H(x)\right| = -A(x)+C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a$$
$$\left|y_H(x)\right| = \exp\big(-A(x)+C\big) = \exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)$$

La fonction y_H est continue (puisque dérivable) et ne s'annule pas, donc son signe est constant. Ainsi,

- si y_H est positive alors $y_H(x) = \exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)$;

$$\begin{aligned} \ln \left| y_H(x) \right| &= \ -A(x) + C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a \\ \left| y_H(x) \right| &= \exp\big(- A(x) + C \big) = \exp\big(- A(x) \big) \times \exp\big(C \big) \end{aligned}$$

La fonction y_H est continue (puisque dérivable) et ne s'annule pas, donc son signe est constant. Ainsi,

- si y_H est positive alors $y_H(x) = \exp\big(- A(x) \big) \times \exp\big(C \big)$;
- si y_H est négative alors $y_H(x) = -\exp\big(- A(x) \big) \times \exp\big(C \big)$

$$\ln \left|y_H(x)\right| = -A(x) + C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a$$
$$\left|y_H(x)\right| = \exp\big(-A(x)+C\big) = \exp\big(-A(x)\big) \times \exp\big(C\big)$$

La fonction y_H est continue (puisque dérivable) et ne s'annule pas, donc son signe est constant. Ainsi,

- si y_H est positive alors $y_H(x) = \exp\big(-A(x)\big) \times \exp\big(C\big)$;
- si y_H est négative alors $y_H(x) = -\exp\big(-A(x)\big) \times \exp\big(C\big)$

En posant $B = \pm\exp\big(C\big)$ suivant le signe de y_H on a :

$$\begin{aligned} \ln\left|y_H(x)\right| &= \ -A(x) + C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a \\ \left|y_H(x)\right| &= \exp\big(-A(x)+C\big) = \exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big) \end{aligned}$$

La fonction y_H est continue (puisque dérivable) et ne s'annule pas, donc son signe est constant. Ainsi,

- si y_H est positive alors $y_H(x) = \exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)$;
- si y_H est négative alors $y_H(x) = -\exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)$

En posant $B = \pm\exp\big(C\big)$ suivant le signe de y_H on a :

$$y_H(x) = B\times\exp\big(-A(x)\big)$$

$$\begin{aligned}\ln\left|y_H(x)\right| &= \ -A(x)+C \text{ où } A \text{ est une primitive de } a\\ \left|y_H(x)\right| &= \exp\big(-A(x)+C\big) = \exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)\end{aligned}$$

La fonction y_H est continue (puisque dérivable) et ne s'annule pas, donc son signe est constant. Ainsi,

- si y_H est positive alors $y_H(x)=\exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)$;
- si y_H est négative alors $y_H(x)=-\exp\big(-A(x)\big)\times\exp\big(C\big)$

En posant $B=\pm\exp\big(C\big)$ suivant le signe de y_H on a :

$$y_H(x)=B\times\exp\big(-A(x)\big)$$

Ce raisonnement, conduit à déterminer les solutions qui ne s'annulent pas.

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$z'(x) = y_H'(x)\exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times A'(x) \times \exp\big(A(x)\big)$

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$$z'(x) = y_H'(x)\exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times \underbrace{A'(x)}_{a(x)} \times \exp\big(A(x)\big)$$

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$$z'(x) = y_H'(x)\exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times \underbrace{A'(x)}_{a(x)} \times \exp\big(A(x)\big)$$

$$= \exp\big(A(x)\big)\Big[y_H'(x) + a(x)y_H(x)\Big] = 0$$

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$$z'(x) = y_H'(x)\exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times \underbrace{A'(x)}_{a(x)} \times \exp\big(A(x)\big)$$

$$= \exp\big(A(x)\big)\Big[\underbrace{y_H'(x) + a(x)y_H(x)}_{=0}\Big] = 0$$

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$$z'(x) = y_H'(x)\exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times \underbrace{A'(x)}_{a(x)} \times \exp\big(A(x)\big)$$

$$= \exp\big(A(x)\big)\Big[\underbrace{y_H'(x) + a(x)y_H(x)}_{=0}\Big] = 0$$

$z'(x) = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$$z'(x) = y_H'(x)\exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times \underbrace{A'(x)}_{a(x)} \times \exp\big(A(x)\big)$$

$$= \exp\big(A(x)\big)\Big[\underbrace{y_H'(x) + a(x)y_H(x)}_{=0}\Big] = 0$$

$z'(x) = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc,

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x)\exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$$z'(x) = y_H'(x)\exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times \underbrace{A'(x)}_{a(x)} \times \exp\big(A(x)\big)$$

$$= \exp\big(A(x)\big)\Big[\underbrace{y_H'(x) + a(x)y_H(x)}_{=0}\Big] = 0$$

$z'(x) = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc, la fonction z est constante et en posant $B = z(x)$,

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

Posons $z(x) = y_H(x) \exp\big(A(x)\big)$ où y_H est une solution de (H) :

$$z'(x) = y_H'(x) \exp\big(A(x)\big) + y_H(x) \times \underbrace{A'(x)}_{a(x)} \times \exp\big(A(x)\big)$$

$$= \exp\big(A(x)\big)\Big[\underbrace{y_H'(x) + a(x) y_H(x)}_{=0}\Big] = 0$$

$z'(x) = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc, la fonction z est constante et en posant $B = z(x)$, on obtient $\boxed{y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)}$.

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

On retrouve le

$=0$

$z'(x) = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc, la fonction z est constante et en posant $B = z(x)$, on obtient $\boxed{y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)}$.

On va démontrer que les solutions de (H) sont toutes les fonctions :

$$y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big) \text{ où } B \in \mathbb{R}$$

Démonstration

On vient de voir que $y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)$ sont des solutions de (H).

On va démontrer qu'il n'y en a pas d'autres :

On retrouve le

Théorème

Sa solution **générale** est $y(x) = y(x) = \lambda \exp\left(-\int a(x)\,\mathrm{d}x\right)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.

$=0$

$z'(x) = 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc, la fonction z est constante et en posant $B = z(x)$, on obtient $\boxed{y_H(x) = B \times \exp\big(-A(x)\big)}$.

b. Méthode de la variation de la constante.

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $(E) : \ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E)\,:\;\; y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser :

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E)\ :\ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E) : \ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E)}$ **:** $\boldsymbol{y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E):\ y'(x)+a(x)y(x)=f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x)=\dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x)=B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$y'(x)+a(x)y(x)=f(x)$$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E)\ :\ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$y'(x) + a(x)y(x) = f(x)$$

$$B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + B(x)\big(-A'(x)\big)\mathrm{e}^{-A(x)}$$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E) : \ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$\begin{aligned} y'(x) + a(x)y(x) &= f(x) \\ B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + B(x)\big(-A'(x)\big)\mathrm{e}^{-A(x)} + a(x)B(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \end{aligned}$$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E) :\ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$\begin{aligned} y'(x) + a(x)y(x) &= f(x) \\ B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + B(x)\big(-A'(x)\big)\mathrm{e}^{-A(x)} + a(x)B(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \\ B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + \Big[-B(x)a(x) + a(x)B(x)\Big]\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \end{aligned}$$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E): \ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$\begin{aligned} y'(x) + a(x)y(x) &= f(x) \\ B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + B(x)\big(-A'(x)\big)\mathrm{e}^{-A(x)} + a(x)B(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \\ B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + \Big[\underbrace{-B(x)a(x) + a(x)B(x)}_{=0}\Big]\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \end{aligned}$$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E) : \; y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$\begin{aligned}
y'(x) + a(x)y(x) &= f(x)\\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + B(x)\big(-A'(x)\big)\mathrm{e}^{-A(x)} + a(x)B(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x)\\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + \Big[\underbrace{-B(x)a(x) + a(x)B(x)}_{=0}\Big]\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x)\\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x)
\end{aligned}$$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E) : \ y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$\begin{aligned}
y'(x) + a(x)y(x) &= f(x) \\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + B(x)\big(-A'(x)\big)\mathrm{e}^{-A(x)} + a(x)B(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + \Big[\underbrace{-B(x)a(x) + a(x)B(x)}_{=0}\Big]\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x) \\
B'(x) &= f(x)\mathrm{e}^{A(x)}
\end{aligned}$$

b. Méthode de la variation de la constante.

Résolvons l'équation avec second membre : $\boldsymbol{(E)} : \; \boldsymbol{y'(x) + a(x)y(x) = f(x)}$

Notons y une solution de E, comme l'exponentielle ne s'annule pas, on peut poser : $B(x) = \dfrac{y_H(x)}{\exp\big(-A(x)\big)}$ où A est une primitive de a.

En reportant $y(x) = B(x)\exp\big(-A(x)\big)$ dans (H), on trouve :

$$\begin{aligned}
y'(x) + a(x)y(x) &= f(x)\\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + B(x)\big(-A'(x)\big)\mathrm{e}^{-A(x)} + a(x)B(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x)\\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} + \Big[\underbrace{-B(x)a(x) + a(x)B(x)}_{=0}\Big]\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x)\\
B'(x)\mathrm{e}^{-A(x)} &= f(x)\\
B'(x) &= f(x)\mathrm{e}^{A(x)}
\end{aligned}$$

$\boxed{B \text{ est une primitive de } f(x)\mathrm{e}^{A(x)}}$

2. Méthode des variations des constantes pour le second ordre.

Rappel : Résolution de $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = A\mathrm{e}^{r_1 x} + B\mathrm{e}^{r_2 x}$ où r_1, r_2 sont les racines de l'EC.
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = (A + Bx)\mathrm{e}^{rx}$ où r est la racine de l'EC.
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

2. Méthode des variations des constantes pour le second ordre.

Rappel : Résolution de $\boldsymbol{y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0}$

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = (A + Bx)\mathrm{e}^{rx}$ où r est la racine de l'EC.
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

2. Méthode des variations des constantes pour le second ordre.

Rappel : Résolution de $\boldsymbol{y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0}$

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = A\mathrm{e}^{rx} + Bx\mathrm{e}^{rx}$ où r est la racine de l'EC.
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$
  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

2. Méthode des variations des constantes pour le second ordre.

Rappel : Résolution de $\boldsymbol{y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0}$

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = \big(A\cos(dx) + B\sin(dx)\big)\mathrm{e}^{cx}$

  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm \mathrm{i}d$

2. Méthode des variations des constantes pour le second ordre.

Rappel : Résolution de $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = A\cos(dx)e^{cx} + B\sin(dx)e^{cx}$

  où les racines de l'EC sont de la forme $c \pm id$

2. Méthode des variations des constantes pour le second ordre.

Rappel : Résolution de $\boldsymbol{y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0}$

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$

2. Méthode des variations des constantes pour le second ordre.

Rappel : Résolution de $\boldsymbol{y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0}$

Théorème

On note Δ le discriminant de l'EC associée : $r^2 + ar + b = 0$.

La solution générale de l'EDL est :

- **Si $\Delta > 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta = 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$
- **Si $\Delta < 0$:** $y(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$

Les solutions de l'EDH s'écrivent sous la forme $y_H(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$

Pour résoudre l'équation avec second membre :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

Pour résoudre l'équation avec second membre :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

☞ On résous l'EDH associée : $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$

Pour résoudre l'équation avec second membre :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

☞ On résous l'EDH associée : $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$
On trouve $y_H(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$

Pour résoudre l'équation avec second membre :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

On résous l'EDH associée : $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$
On trouve $y_H(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$

Une solution particulière s'écrit : $y_P(x) = A(x)y_1(x) + B(x)y_1(x)$

Pour résoudre l'équation avec second membre :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

On résous l'EDH associée : $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$
On trouve $y_H(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$

Une solution particulière s'écrit : $y_P(x) = A(x)y_1(x) + B(x)y_1(x)$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

Pour résoudre l'équation avec second membre :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

On résous l'EDH associée : $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$
On trouve $\boldsymbol{y_H(x) = Ay_1(x) + By_2(x)}$

Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)y_1(x) + B(x)y_1(x)}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} A'(x)y_1' + B'(x)y_2' = f(x) \\ A'(x)y_1 + B'(x)y_2 = 0 \end{cases}$$

Pour résoudre l'équation avec second membre :

$$y''(x) + ay'(x) + by(x) = f(x)$$

On résous l'EDH associée : $y''(x) + ay'(x) + by(x) = 0$
On trouve $y_H(x) = Ay_1(x) + By_2(x)$

Une solution particulière s'écrit : $y_P(x) = A(x)y_1(x) + B(x)y_1(x)$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} A'(x)y_1' + B'(x)y_2' = f(x) \\ A'(x)y_1 + B'(x)y_2 = 0 \end{cases}$$

Solution générale y_H l'équation homogène + **une solution particulière y_P de l'EDL** = **solution générale de l'EDL**

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée :

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$

L'EC est $r^2 - 1 = 0$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$

L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.

On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) =$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$

L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.

On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) =$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 + L_2 : \\ L_2 - L_1 : \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 + L_2 : 2B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ L_2 - L_1 : \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 + L_2 : 2B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ L_2 - L_1 : 2A'(x)\mathrm{e}^{-x} = -\sin(x) \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 + L_2 : 2B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ L_2 - L_1 : 2A'(x)\mathrm{e}^{-x} = -\sin(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B'(x) = \\ \\ \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 + L_2 : 2B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ L_2 - L_1 : 2A'(x)\mathrm{e}^{-x} = -\sin(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B'(x) = \dfrac{1}{2}\sin(x)\mathrm{e}^{-x} \\ \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 + L_2 : 2B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ L_2 - L_1 : 2A'(x)\mathrm{e}^{-x} = -\sin(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B'(x) = \dfrac{1}{2}\sin(x)\mathrm{e}^{-x} \\ A'(x) = \end{cases}$$

Exemple n° 2 : Résous $y'' - y = \sin(x)$

☞ On résous l'EDH associée : $y'' - y = 0$
L'EC est $r^2 - 1 = 0$ qui a deux racines : $r_1 = -1$ et $r_2 = 1$.
On trouve $y_H(x) = A\mathrm{e}^{-x} + B\mathrm{e}^{x}$ on a donc $y_1(x) = \mathrm{e}^{-x}$ et $y_2(x) = \mathrm{e}^{x}$

☞ Une solution particulière s'écrit : $\boldsymbol{y_P(x) = A(x)\mathrm{e}^{-x} + B(x)\mathrm{e}^{x}}$
où $A(x)$ et $B(x)$ sont solutions du système :

$$\begin{cases} -A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ A'(x)\mathrm{e}^{-x} + B'(x)\mathrm{e}^{x} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 + L_2 : 2B'(x)\mathrm{e}^{x} = \sin(x) \\ L_2 - L_1 : 2A'(x)\mathrm{e}^{-x} = -\sin(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B'(x) = \dfrac{1}{2}\sin(x)\mathrm{e}^{-x} \\ A'(x) = -\dfrac{1}{2}\sin(x)\mathrm{e}^{x} \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\frac{1}{2}\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \cos(x)\mathrm{e}^x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \cos(x)\mathrm{e}^x - \int -\sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \cos(x)\mathrm{e}^x - \int -\sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \cos(x)\mathrm{e}^x - \int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \cos(x)\mathrm{e}^x - \int -\sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \cos(x)\mathrm{e}^x - \int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$= \frac{1}{2}\left[\sin(x)\mathrm{e}^x - \cos(x)\mathrm{e}^x\right]$$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \cos(x)\mathrm{e}^x - \int -\sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \cos(x)\mathrm{e}^x - \int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$= \frac{1}{2}\left[\sin(x)\mathrm{e}^x - \cos(x)\mathrm{e}^x\right]$$

$A(x) =$

Commençons par déterminer $A(x) = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \cos(x)\mathrm{e}^x - \int -\sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^x \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^x \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = \sin(x)\mathrm{e}^x - \cos(x)\mathrm{e}^x - \int \sin(x)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$

$$= \frac{1}{2}\left[\sin(x)\mathrm{e}^x - \cos(x)\mathrm{e}^x\right]$$

$$A(x) = \frac{1}{4}\left[\cos(x) - \sin(x)\right]\mathrm{e}^x$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x}$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = \\ v'(x) = \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x =$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$= -\frac{1}{2}\left[\sin(x)\mathrm{e}^{-x} + \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\right]$$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$= -\frac{1}{2}\left[\sin(x)\mathrm{e}^{-x} + \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\right]$$

$B(x) =$

Puis déterminons $B(x) = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \sin(x)\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \int -\cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \sin(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = \cos(x) \end{cases}$$

- Intégrons par partie : $\displaystyle\int \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -\cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$

$$\begin{cases} u'(x) = \mathrm{e}^{-x} \\ v(x) = \cos(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = -\sin(x) \end{cases}$$

Donc, $$\begin{aligned}\int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x &= -\sin(x)\mathrm{e}^{-x} - \cos(x)\mathrm{e}^{-x} - \int \sin(x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}\left[\sin(x)\mathrm{e}^{-x} + \cos(x)\mathrm{e}^{-x}\right]\end{aligned}$$

$$B(x) = -\frac{1}{4}\left[\sin(x) + \cos(x)\right]\mathrm{e}^{-x}$$

☞ Une solution particulière s'écrit :

Une solution particulière s'écrit :

$$y_P(x) =$$

Une solution particulière s'écrit :

$$y_P(x) = \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big]\mathrm{e}^{x}\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big]\mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{x}$$

☞ Une solution particulière s'écrit :

$$y_P(x) = \frac{1}{4}\left[\cos(x) - \sin(x)\right]\mathrm{e}^{x}\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{4}\left[\sin(x) + \cos(x)\right]\mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{x}$$

$$=$$

Une solution particulière s'écrit :

$$\begin{aligned} y_P(x) &= \frac{1}{4}\left[\cos(x) - \sin(x)\right]e^x e^{-x} - \frac{1}{4}\left[\sin(x) + \cos(x)\right]e^{-x}e^x \\ &= \frac{1}{4}\left[\cos(x) - \sin(x)\right] - \frac{1}{4}\left[\sin(x) + \cos(x)\right] \end{aligned}$$

☞ Une solution particulière s'écrit :

$$\begin{aligned} y_P(x) &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big]\mathrm{e}^{x}\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big]\mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{x} \\ &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big] - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big] \\ &= \frac{1}{4}\big[-2\sin(x)\big] \end{aligned}$$

☞ Une solution particulière s'écrit :

$$\begin{aligned} y_P(x) &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big]\mathrm{e}^{x}\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big]\mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{x} \\ &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big] - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big] \\ &= \frac{1}{4}\big[-2\sin(x)\big] \\ &= -\frac{1}{2}\sin(x) \end{aligned}$$

Une solution particulière s'écrit :

$$\begin{aligned} y_P(x) &= \frac{1}{4}\big[\cos(x)-\sin(x)\big]\mathrm{e}^{x}\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{4}\big[\sin(x)+\cos(x)\big]\mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{x} \\ &= \frac{1}{4}\big[\cos(x)-\sin(x)\big] - \frac{1}{4}\big[\sin(x)+\cos(x)\big] \\ &= \frac{1}{4}\big[-2\sin(x)\big] \\ &= -\frac{1}{2}\sin(x) \end{aligned}$$

Solution générale y_H l'équation homogène	+	**une solution particulière y_P de l'EDL**	=	**solution générale de l'EDL**

Une solution particulière s'écrit :

$$\begin{aligned} y_P(x) &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big]\mathrm{e}^{x}\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big]\mathrm{e}^{-x}\mathrm{e}^{x} \\ &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big] - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big] \\ &= \frac{1}{4}\big[-2\sin(x)\big] \\ &= -\frac{1}{2}\sin(x) \end{aligned}$$

Solution générale y_H l'équation homogène + **une solution particulière y_P de l'EDL** = **solution générale de l'EDL**

La solution générale est $y(x) =$

Une solution particulière s'écrit :

$$\begin{aligned} y_P(x) &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big]e^{x}e^{-x} - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big]e^{-x}e^{x} \\ &= \frac{1}{4}\big[\cos(x) - \sin(x)\big] - \frac{1}{4}\big[\sin(x) + \cos(x)\big] \\ &= \frac{1}{4}\big[-2\sin(x)\big] \\ &= -\frac{1}{2}\sin(x) \end{aligned}$$

Solution générale y_H l'équation homogène + **une solution particulière y_P de l'EDL** = **solution générale de l'EDL**

La solution générale est $\boxed{y(x) = Ae^{-x} + Be^{x} - \frac{1}{2}\sin(x)}$