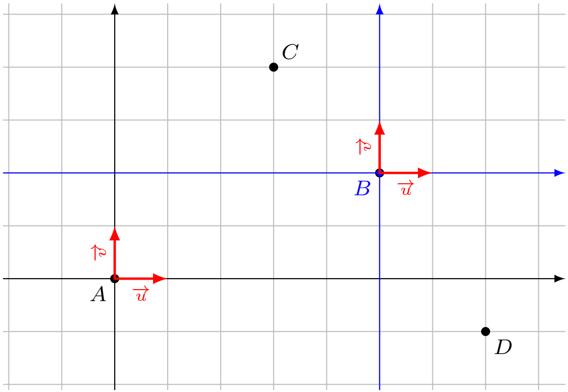
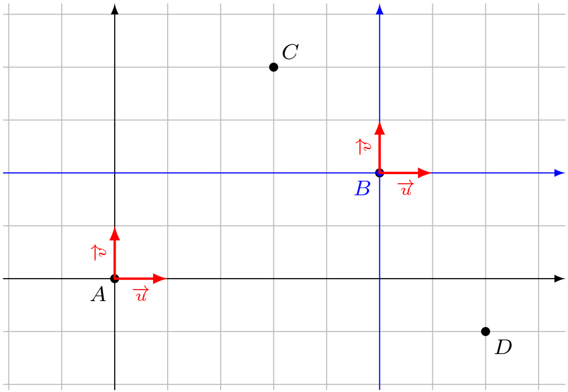
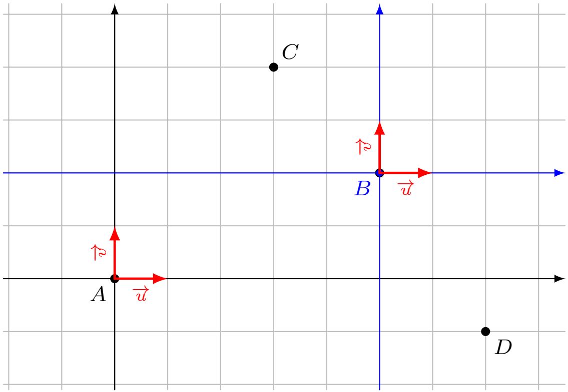
Diagonalisation d'endomorphisme et applications.



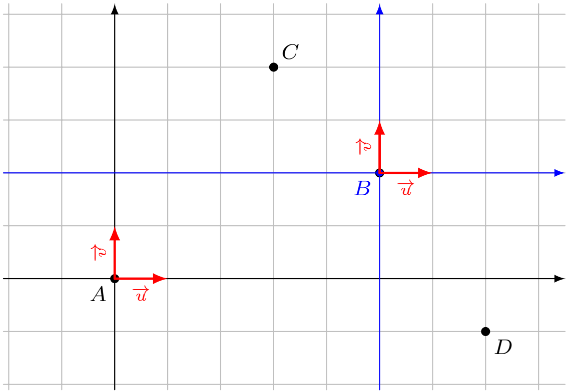
Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : A



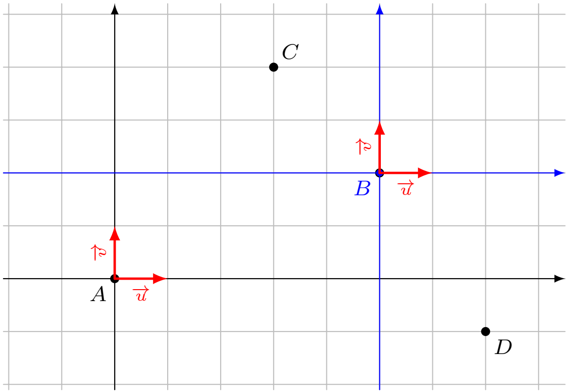
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$



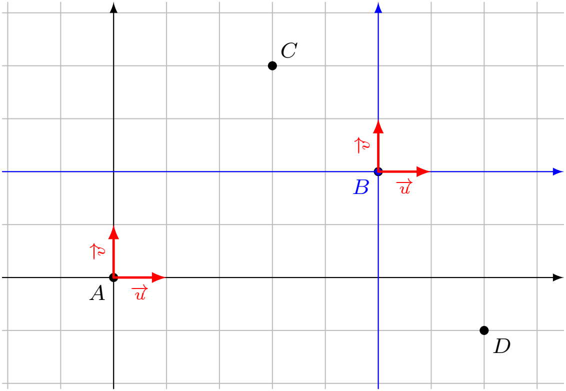
Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\quad B$



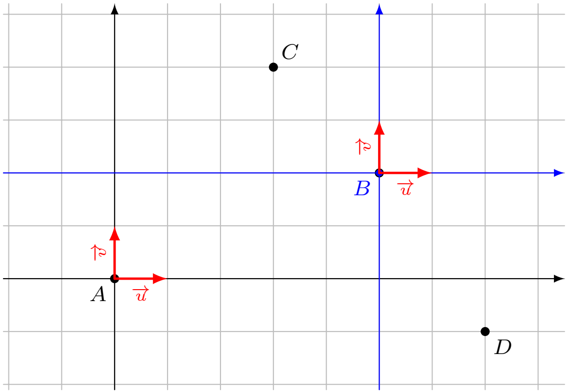
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\quad B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$



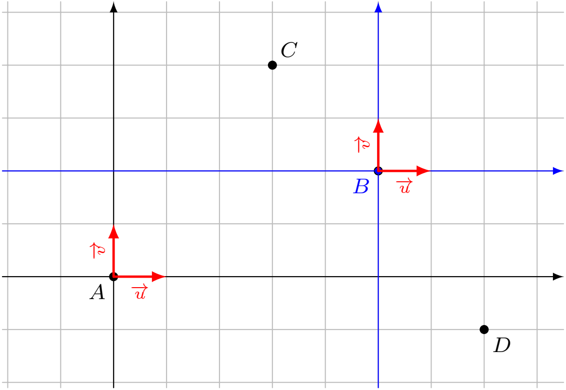
Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : $A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ C



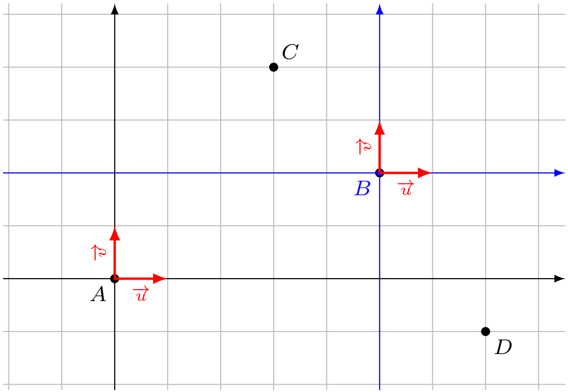
Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$



Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ D

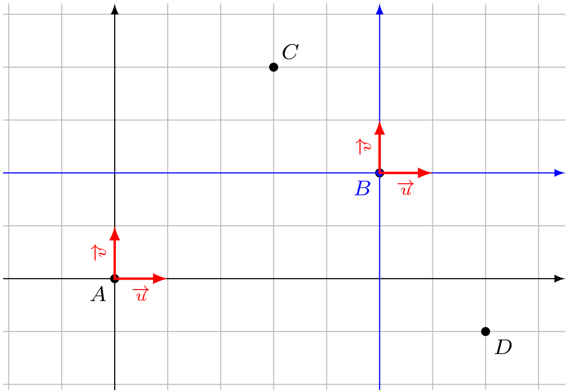


Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$



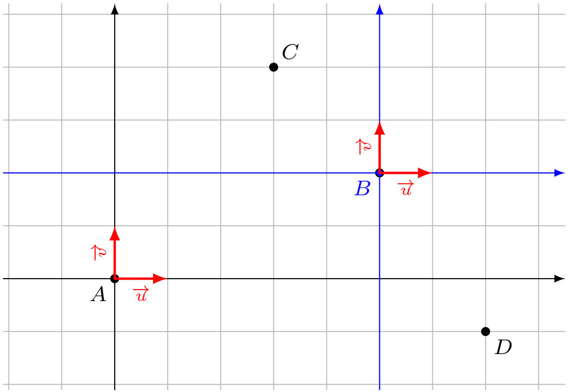
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AB} =$$



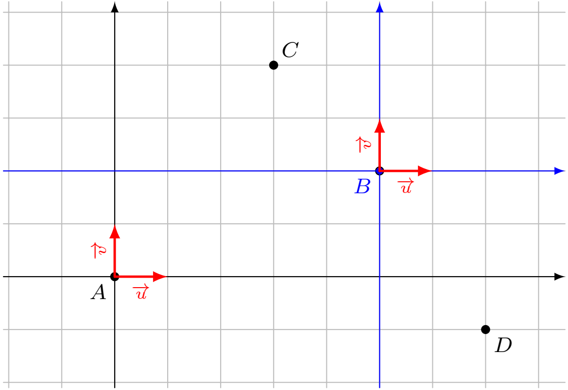
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc



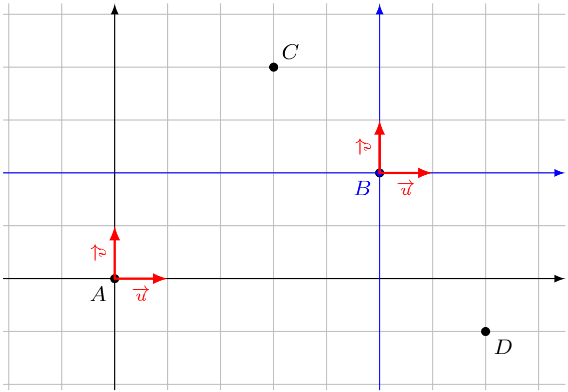
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}$



Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

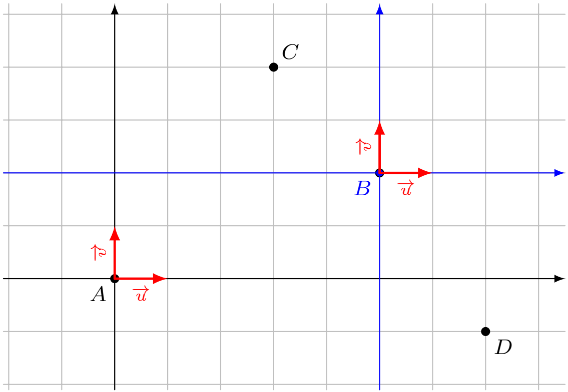
$\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$



Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

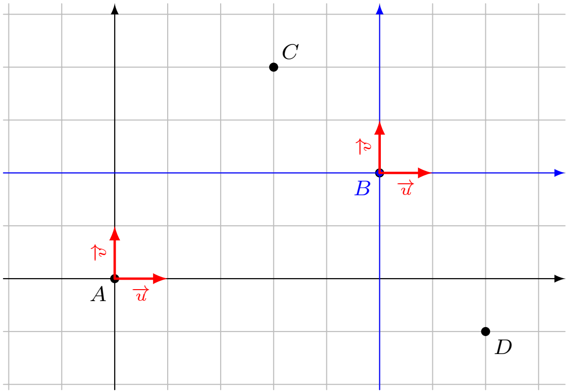
$\overrightarrow{BA} =$



Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

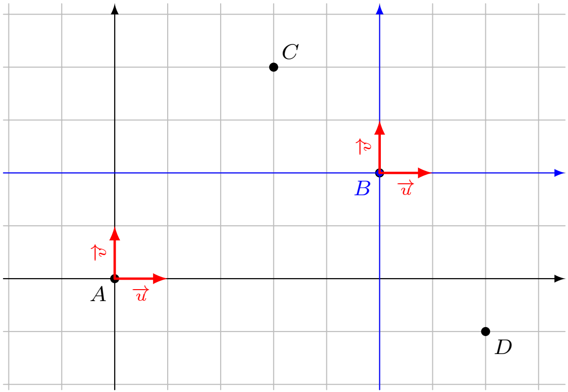
$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc



Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

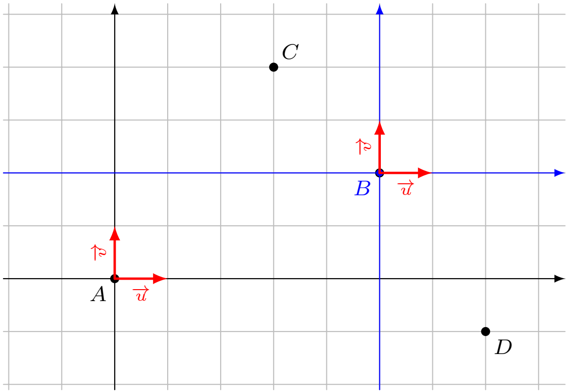
$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}$



Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

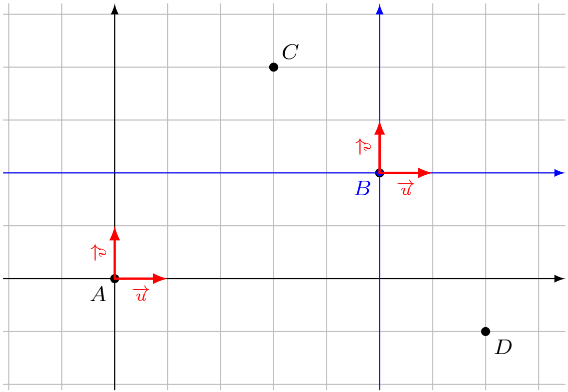


Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} =$

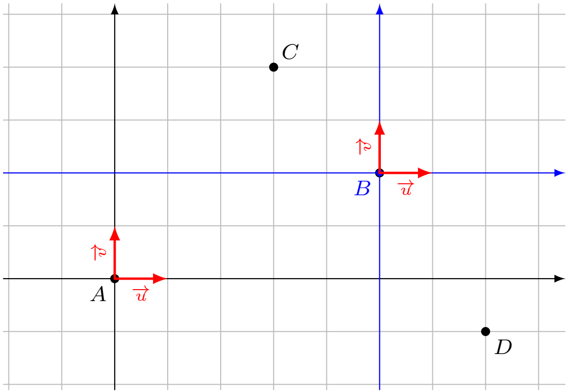


Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc

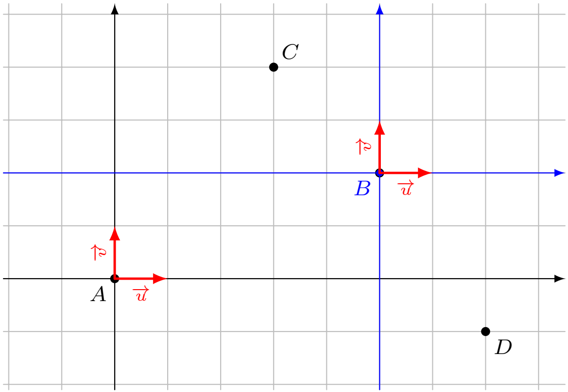


Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

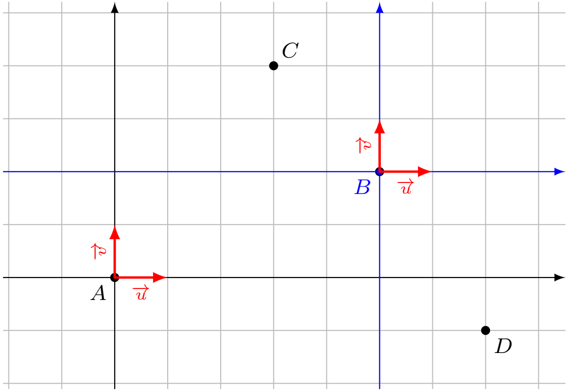


Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$



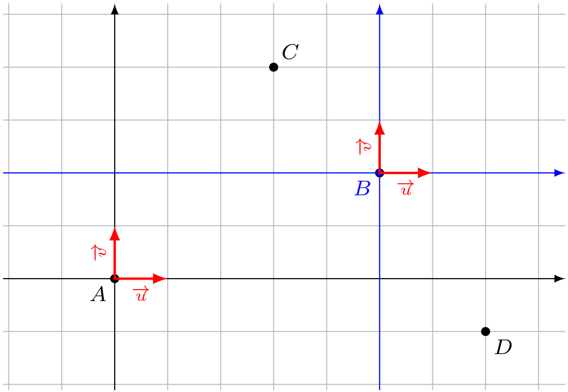
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}$



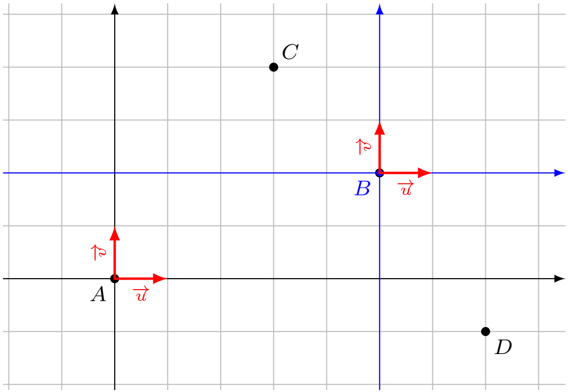
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$



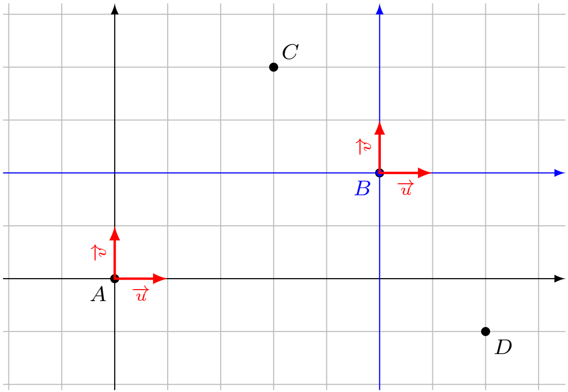
Dans le repère $(A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}$



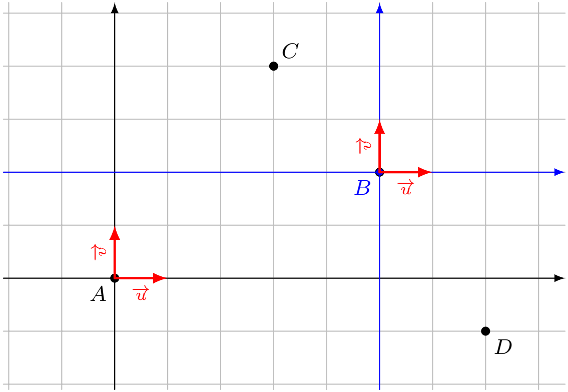
Dans le repère $(A, \vec{u}, \vec{v})$ on a les coordonnées : $A\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

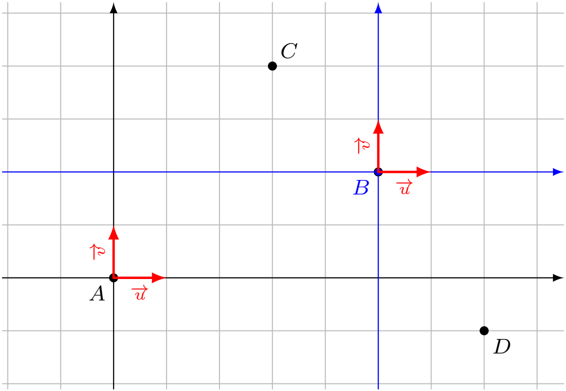
$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

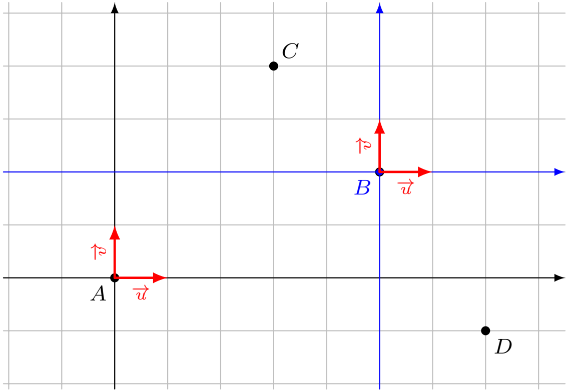
$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$



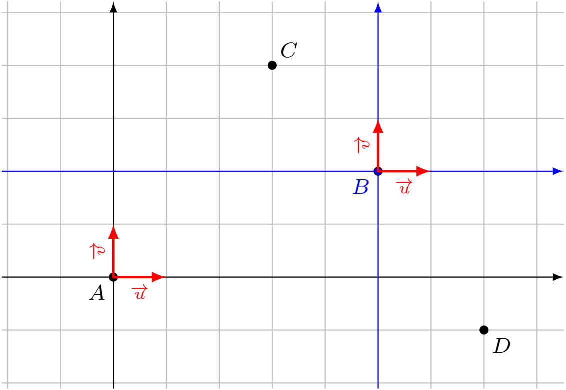
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : A



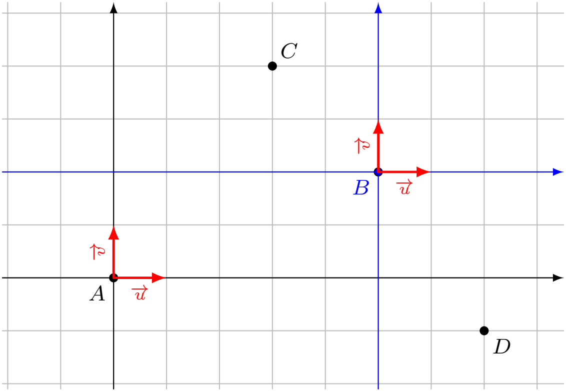
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $\quad B$



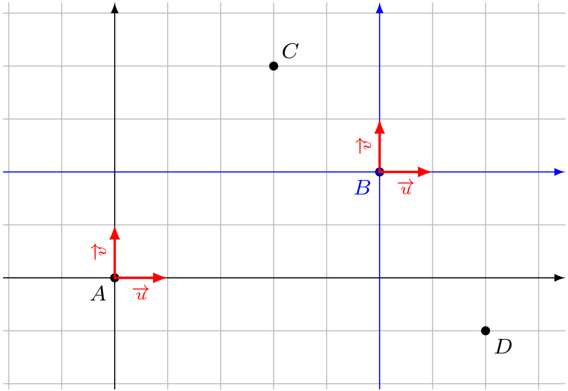
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $\quad B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$



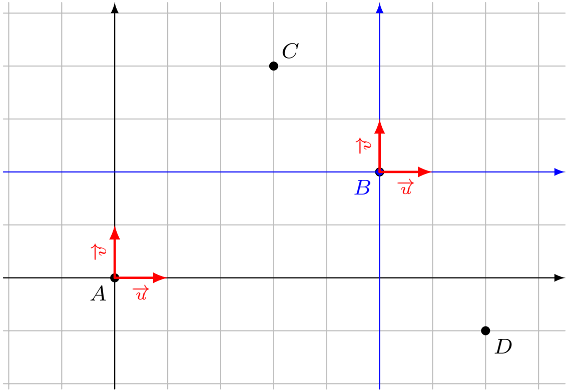
Dans le repère $(B, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $\quad B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\quad C$



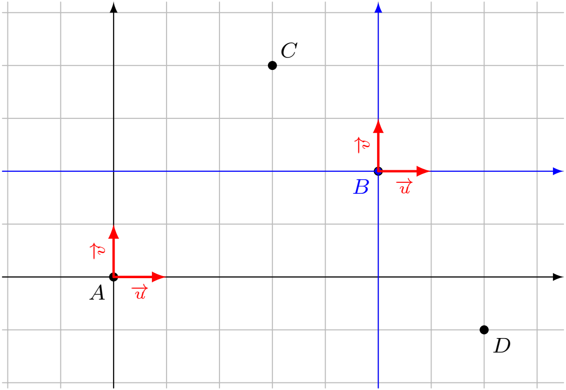
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$



Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ D

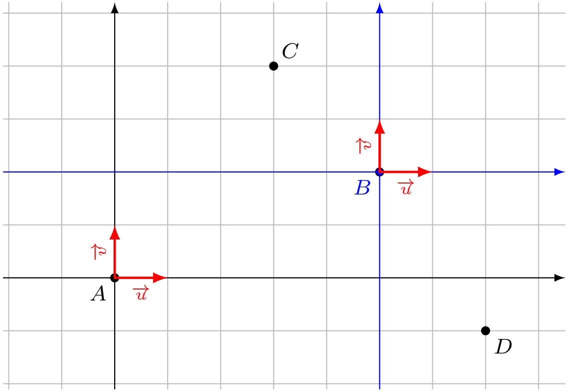


Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$



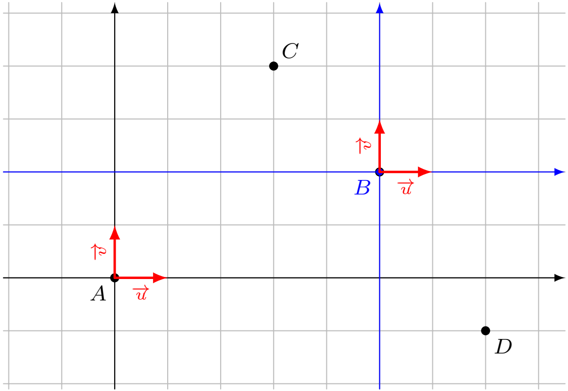
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $\quad B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\quad C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $\quad D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AB} =$$



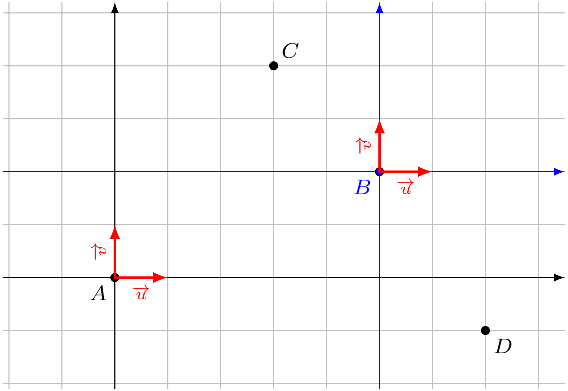
Dans le repère $(B, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$ donc



Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

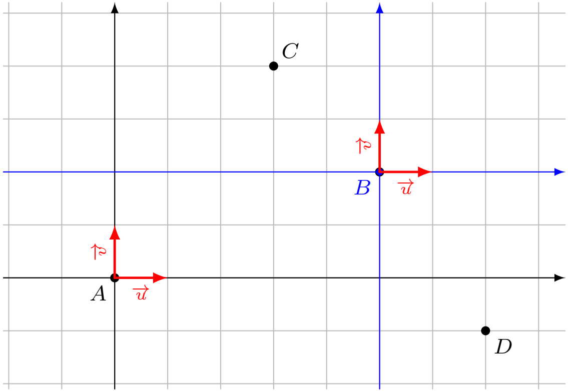
$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}$



Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

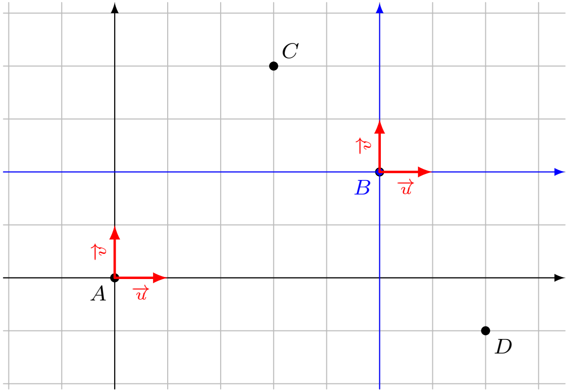
$\overrightarrow{BA} =$



Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

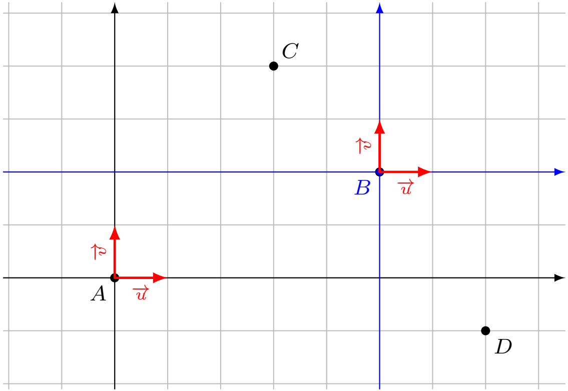
$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc



Dans le repère $(B, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $\quad B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $\quad C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $\quad D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{BA}$

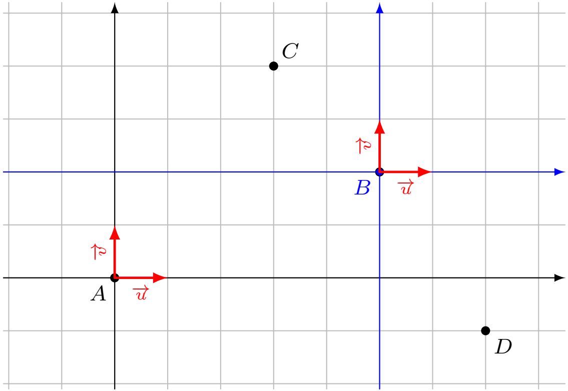


Dans le repère $(B, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} =$

$\overrightarrow{BA} = -5\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

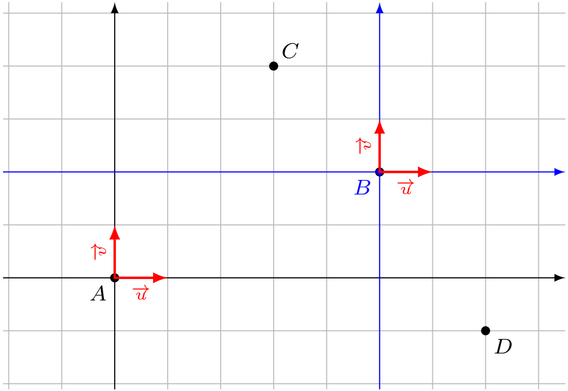


Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

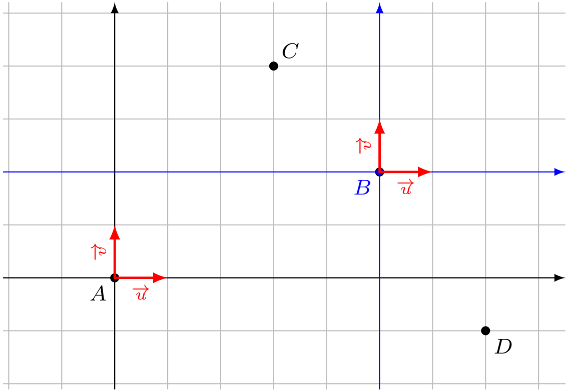


Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$



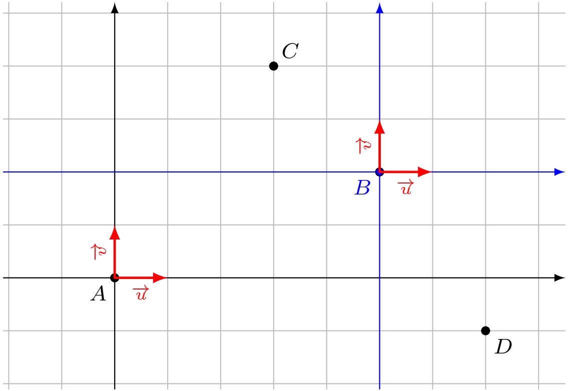
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}$



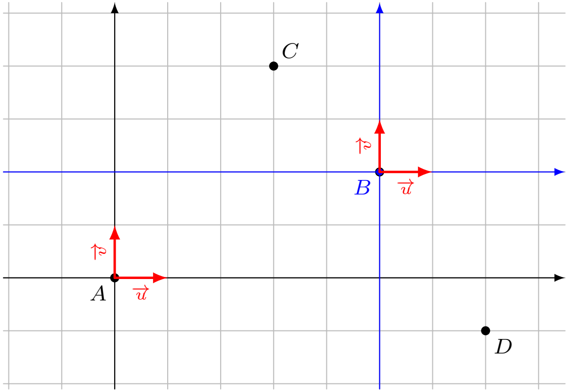
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$



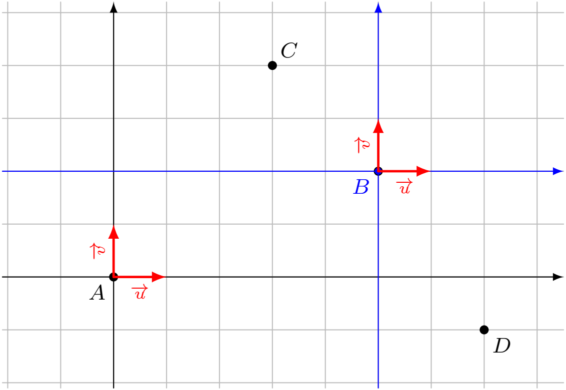
Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ • $\overrightarrow{BC}$



Dans le repère $(B, \vec{u}, \vec{v})$ on a : $A\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $D\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 5\vec{u} + 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BA} = -5\vec{u} - 2\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ • $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**.

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$,

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

$$\boldsymbol{\overrightarrow{m} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + \ldots + x_n\overrightarrow{e_n}}.$$

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

$$\boldsymbol{\overrightarrow{m} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + \ldots + x_n\overrightarrow{e_n}}.$$

- Les n réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sont les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base $\alpha = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n})$.

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\vec{u}, \vec{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \ldots, \vec{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\vec{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

$$\boldsymbol{\vec{m} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + \ldots + x_n\vec{e_n}}.$$

- Les n réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sont les **coordonnées** du vecteur $\vec{m}$ dans la base $\alpha = (\vec{e_1}, \vec{e_2}, \ldots, \vec{e_n})$.
- On note $\boldsymbol{(\vec{m})_\alpha}$ les coordonnées du vecteur $\vec{m}$ dans la base α.

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \dots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tel que

$$\boldsymbol{\overrightarrow{m} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + \ldots + x_n\overrightarrow{e_n}}.$$

- Les n réels $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ sont les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base $\alpha = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \dots, \overrightarrow{e_n})$.
- On note $(\overrightarrow{m})_{\alpha}$ les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base α.
- Dans le plan, pour que deux vecteurs forment une base, il faut et il suffit qu'ils ne soient pas **colinéaires**

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

$$\boldsymbol{\overrightarrow{m} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + \ldots + x_n\overrightarrow{e_n}}.$$

- Les n réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sont les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base $\alpha = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n})$.
- On note $\left(\overrightarrow{m}\right)_{\alpha}$ les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base α.
- Dans le plan, pour que deux vecteurs forment une base, il faut et il suffit qu'ils ne soient pas **colinéaires**
- Un espace vectoriel n'ayant pas de base est dit de dimension **infini**.

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\vec{u}, \vec{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \ldots, \vec{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\vec{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

$$\boldsymbol{\vec{m} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + \ldots + x_n\vec{e_n}}.$$

- Les n réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sont les **coordonnées** du vecteur $\vec{m}$ dans la base $\alpha = (\vec{e_1}, \vec{e_2}, \ldots, \vec{e_n})$.
- On note $\left(\vec{m}\right)_{\alpha}$ les coordonnées du vecteur $\vec{m}$ dans la base α.
- Dans le plan, pour que deux vecteurs forment une base, il faut et il suffit qu'ils ne soient pas **colinéaires**
- Un espace vectoriel n'ayant pas de base est dit de dimension **infini**.
- Si un espace vectoriel a une base, alors toutes les bases de cet espace vectoriel ont le même nombre de vecteurs.

Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

$$\boldsymbol{\overrightarrow{m} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + \ldots + x_n\overrightarrow{e_n}}.$$

- Les n réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sont les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base $\alpha = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n})$.
- On note $\left(\overrightarrow{m}\right)_\alpha$ les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base α.
- Dans le plan, pour que deux vecteurs forment une base, il faut et il suffit qu'ils ne soient pas **colinéaires**
- Un espace vectoriel n'ayant pas de base est dit de dimension **infini**.
- Si un espace vectoriel a une base, alors toutes les bases de cet espace vectoriel ont le même nombre de vecteurs.
- Un espace vectoriel est dit de dimension n s'il admet une base de n vecteurs.

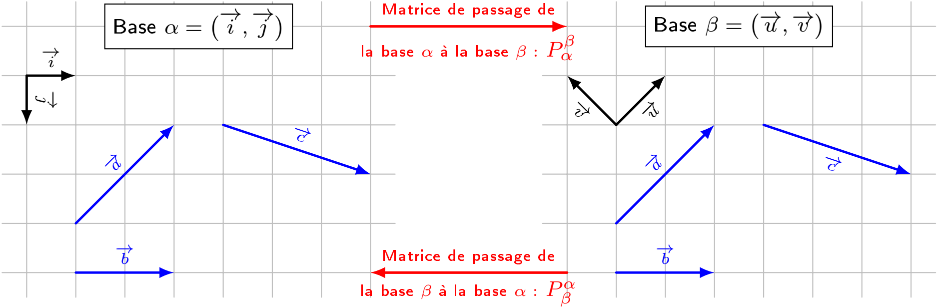
Les coordonnées d'un vecteur dans un repère ne dépendent pas du choix de **son origine**. Ainsi, si on retire l'origine d'un repère, il reste sa base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.

Définitions-propriétés

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n}$ forme une **base** d'un espace vectoriel si pour chaque vecteur $\overrightarrow{m}$, il existe **un et un seul** n-uplet de nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ tel que

$$\overrightarrow{m} = x_1\overrightarrow{e_1} + x_2\overrightarrow{e_2} + \ldots + x_n\overrightarrow{e_n}.$$

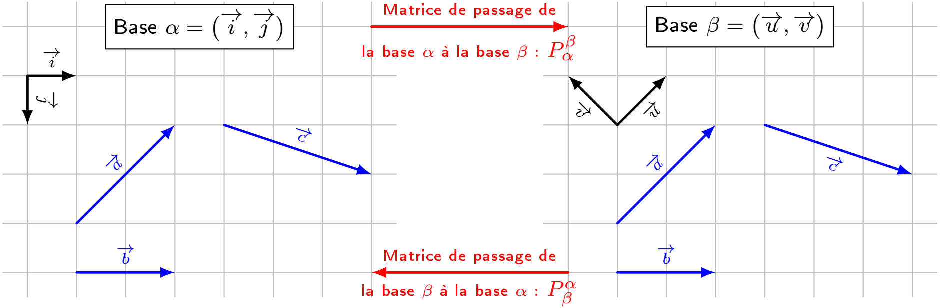
- Les n réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sont les **coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base $\alpha = (\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \ldots, \overrightarrow{e_n})$.
- On note $\left(\overrightarrow{m}\right)_\alpha$ les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{m}$ dans la base α.
- Dans le plan, pour que deux vecteurs forment une base, il faut et il suffit qu'ils ne soient pas **colinéaires**
- Un espace vectoriel n'ayant pas de base est dit de dimension **infini**.
- Si un espace vectoriel a une base, alors toutes les bases de cet espace vectoriel ont le même nombre de vecteurs.
- Un espace vectoriel est dit de dimension n s'il admet une base de n vecteurs.
- Le plan vectoriel est un espace vectoriel de dimension $\mathbf{2}$.



$$(\vec{i})_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \quad (\vec{j})_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \quad (\vec{b})_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \quad (\vec{c})_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

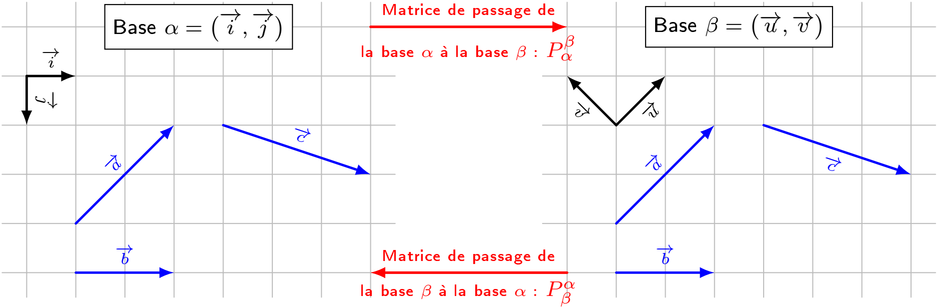
$$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \quad (\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$\left(\vec{i}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{j}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

$$\left(\vec{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{b}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{c}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

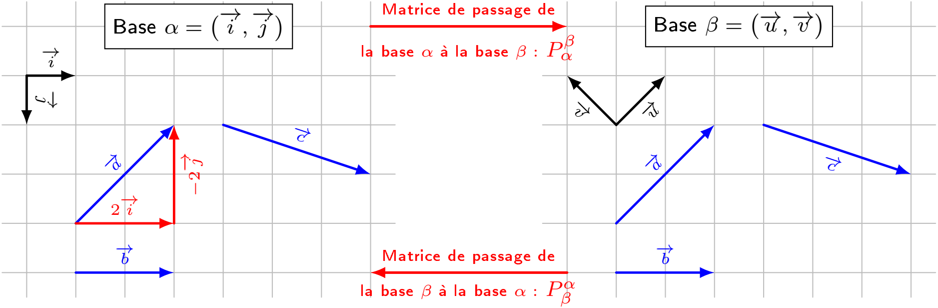
$$\left(\vec{u}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{v}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$\left(\vec{i}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{j}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$\left(\vec{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{b}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{c}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

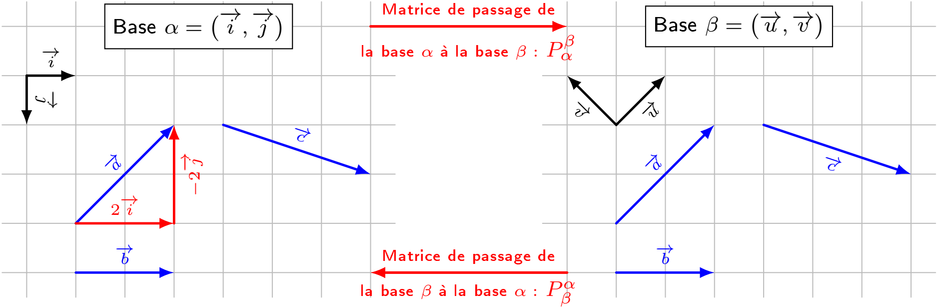
$$\left(\vec{u}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad \left(\vec{v}\right)_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{i})_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

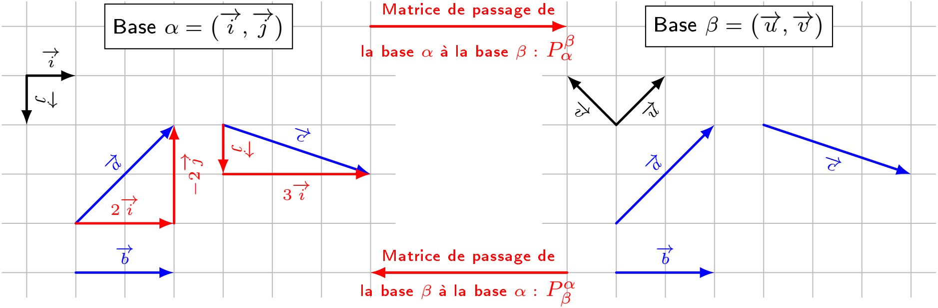
$$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{i})_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

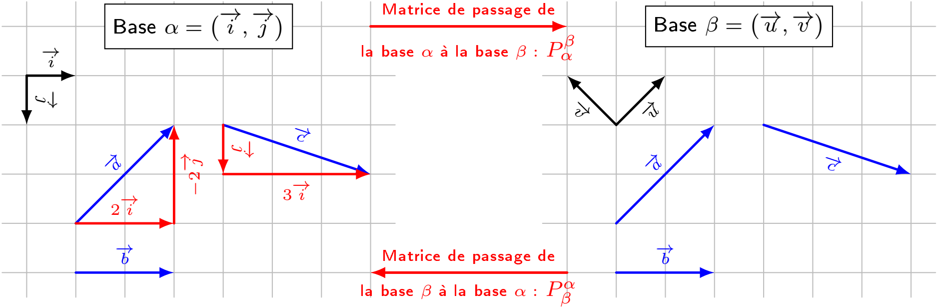
$$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{i})_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \quad (\vec{b})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\alpha = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$$

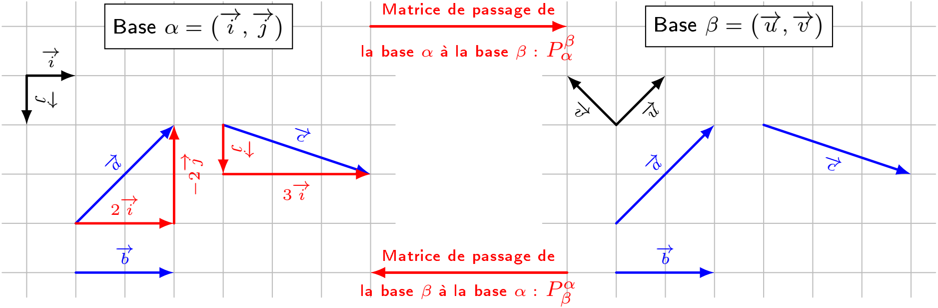
$$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \quad (\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{i})_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\alpha = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$$

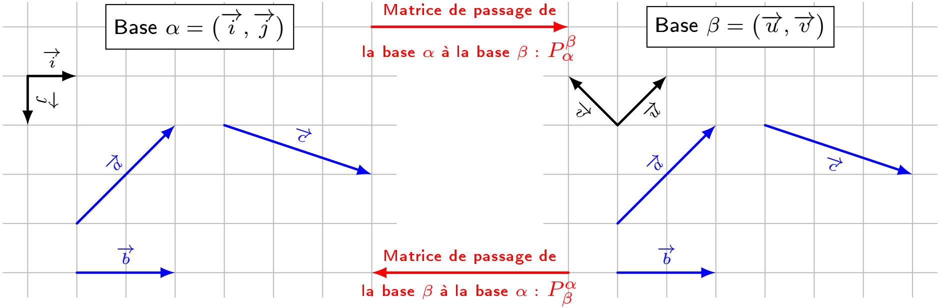
$$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{i})_\alpha = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\alpha = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\alpha = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$$

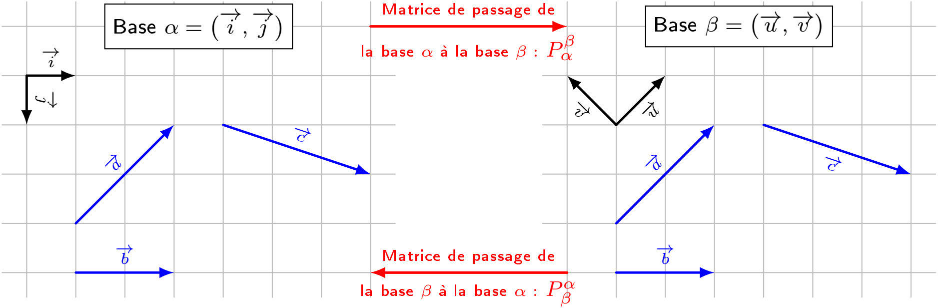
$$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

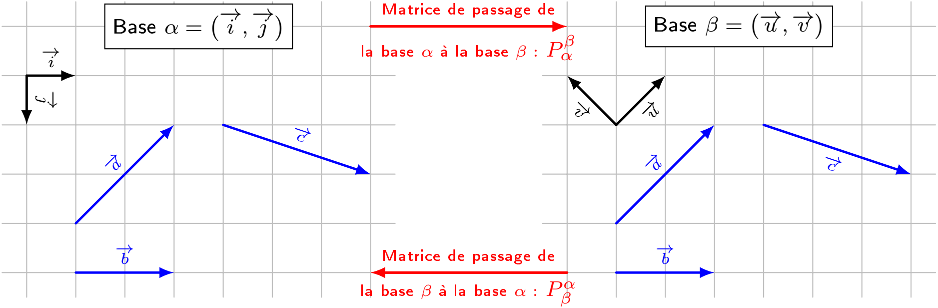
$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

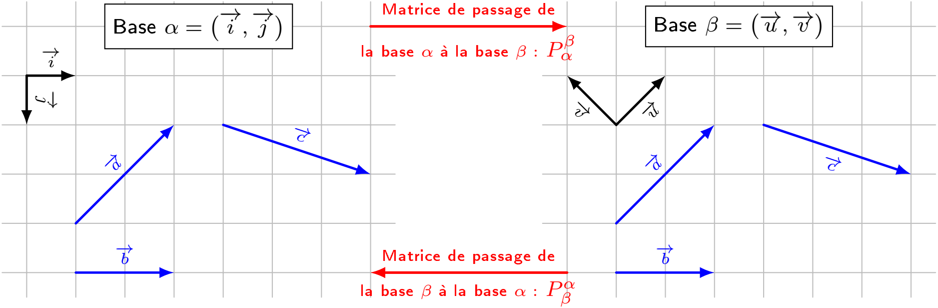
$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

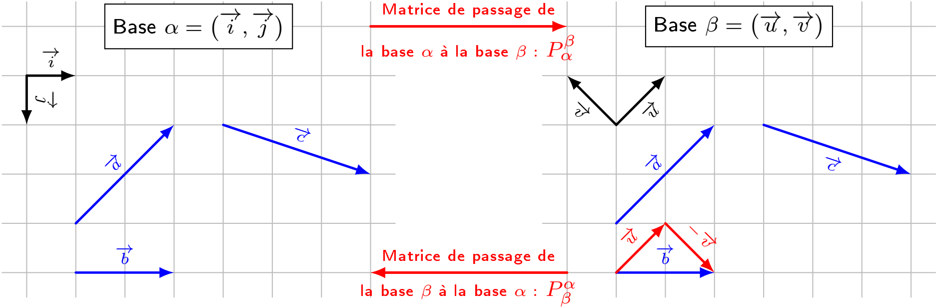
$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

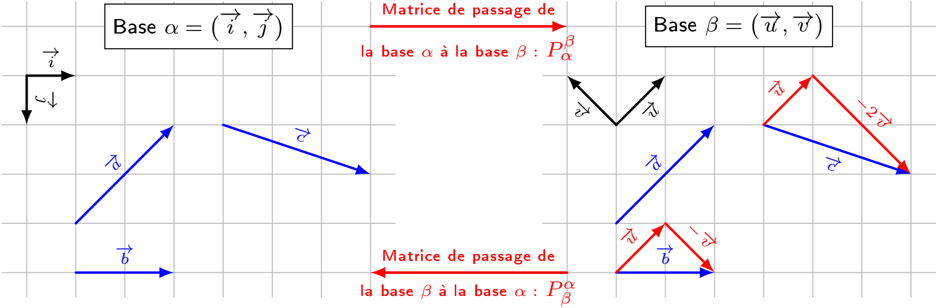
$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$

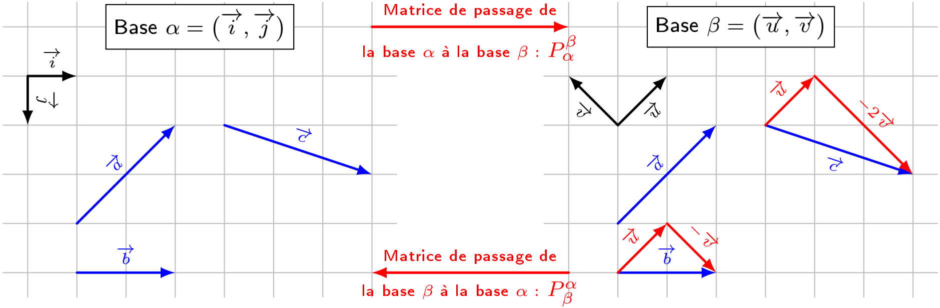
$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$$

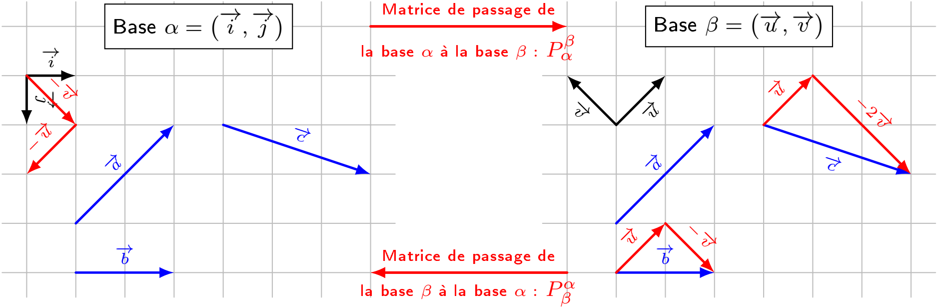
$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$$

$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix}\cdots\\\cdots\end{pmatrix}$$



$$(\vec{u})_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(\vec{a})_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (\vec{b})_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad (\vec{c})_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \qquad (\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $\boldsymbol{P_\alpha^\beta = \left((\overrightarrow{u})_\alpha, (\overrightarrow{v})_\alpha\right) =}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha , (\vec{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) =$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha , (\vec{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta , (\vec{j})_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha =$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

II. Changement de bases.

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha , (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta , (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha\,, (\vec{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta\,, (\vec{j})_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \quad \\ & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} \quad \\ \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \end{pmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}}\underbrace{\begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \qquad \end{pmatrix}}\underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha , (\vec{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta , (\vec{j})_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ \ \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix}}\underbrace{\begin{pmatrix} \ \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_{α}^{β}, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_{\alpha}^{\beta} = \left((\overrightarrow{u})_{\alpha}, (\overrightarrow{v})_{\alpha} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_{\beta}^{\alpha} = \left((\overrightarrow{i})_{\beta}, (\overrightarrow{j})_{\beta} \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\overrightarrow{m})_{\alpha} = P_{\alpha}^{\beta} (\overrightarrow{m})_{\beta}$

Ainsi : $(\overrightarrow{c})_{\alpha} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_{\alpha}^{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\overrightarrow{c})_{\beta}} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{c})_{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} \ \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha , (\vec{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta , (\vec{j})_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}}\underbrace{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_\alpha^\beta}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\alpha} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_{α}^{β}, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_{\alpha}^{\beta} = \left((\vec{u})_{\alpha}, (\vec{v})_{\alpha} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_{\beta}^{\alpha} = \left((\vec{i})_{\beta}, (\vec{j})_{\beta} \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_{\alpha} = P_{\alpha}^{\beta} (\vec{m})_{\beta}$

Ainsi : $(\vec{c})_{\alpha} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_{\alpha}^{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_{\beta}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}}_{P_{\beta}^{\alpha}} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_{\alpha}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ & \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\alpha} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\overrightarrow{u})_\alpha, (\overrightarrow{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\overrightarrow{i})_\beta, (\overrightarrow{j})_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\overrightarrow{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{m})_\beta$

Ainsi : $(\overrightarrow{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\overrightarrow{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}}_{(\overrightarrow{c})_\alpha} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha , (\vec{v})_\alpha \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta , (\vec{j})_\beta \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\alpha} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée $\boldsymbol{P_{\alpha}^{\beta}}$, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $\boldsymbol{P_{\alpha}^{\beta} = \left((\vec{u})_{\alpha}, (\vec{v})_{\alpha}\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}$
- la base β à la base α est $\boldsymbol{P_{\beta}^{\alpha} = \left((\vec{i})_{\beta}, (\vec{j})_{\beta}\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}$

Propriété

$$(\vec{m})_{\alpha} = P_{\alpha}^{\beta} (\vec{m})_{\beta}$$

Ainsi : $(\vec{c})_{\alpha} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_{\alpha}^{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_{\beta}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_{\beta}^{\alpha}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ \ \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_{\alpha}} = \begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\alpha} = \begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_{α}^{β}, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_{\alpha}^{\beta} = \left((\overrightarrow{u})_{\alpha}, (\overrightarrow{v})_{\alpha} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_{\beta}^{\alpha} = \left((\overrightarrow{i})_{\beta}, (\overrightarrow{j})_{\beta} \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\overrightarrow{m})_{\alpha} = P_{\alpha}^{\beta} (\overrightarrow{m})_{\beta}$

Ainsi : $(\overrightarrow{c})_{\alpha} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_{\alpha}^{\beta}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\overrightarrow{c})_{\beta}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{c})_{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_{\beta}^{\alpha}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{(\overrightarrow{c})_{\alpha}} = \begin{pmatrix} 1 \\ \end{pmatrix}$

Définition:

La matrice de passage de la base α à la base β, notée P_α^β, est la matrice dont les colonnes sont constituées des **coordonnées des vecteurs de la base β dans la base α.**

Ainsi, la matrice de passage de

- la base α à la base β est $P_\alpha^\beta = \left((\vec{u})_\alpha, (\vec{v})_\alpha\right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
- la base β à la base α est $P_\beta^\alpha = \left((\vec{i})_\beta, (\vec{j})_\beta\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Propriété

$(\vec{m})_\alpha = P_\alpha^\beta (\vec{m})_\beta$

Ainsi : $(\vec{c})_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{c})_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{(\vec{c})_\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Propriété

$$\left(\overrightarrow{m}\right)_{\alpha} = P_{\alpha}^{\boldsymbol{\beta}} \left(\overrightarrow{m}\right)_{\boldsymbol{\beta}}$$

Ainsi : $\left(\overrightarrow{c}\right)_{\alpha} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_{\alpha}^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\beta}}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{c}\right)_{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_{\beta}^{\boldsymbol{\alpha}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\alpha}}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Propriété

$$\left(\overrightarrow{m}\right)_{\alpha} = P_{\alpha}^{\boldsymbol{\beta}} \left(\overrightarrow{m}\right)_{\boldsymbol{\beta}}$$

Ainsi : $\left(\overrightarrow{c}\right)_{\alpha} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_{\alpha}^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\beta}}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{c}\right)_{\beta} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_{\beta}^{\boldsymbol{\alpha}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\alpha}}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

La matrice de passage de la base α à la base β transforme les coordonnées exprimée dans la base β d'un vecteur à celles exprimées dans la base α : ça marche à l'envers !

Propriété

$$\left(\overrightarrow{m}\right)_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\left(\overrightarrow{m}\right)_{\boldsymbol{\beta}}$$

Ainsi : $\left(\overrightarrow{c}\right)_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\beta}}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{c}\right)_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\alpha}}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

La matrice de passage de la base α à la base β transforme les coordonnées exprimée dans la base β d'un vecteur à celles exprimées dans la base α : ça marche à l'envers !

La matrice de passage est dite **contravariante** pour les coordonnées.

Alors pourquoi ce nom ?

$$P_\alpha^\beta\left(\overrightarrow{i}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \left(\overrightarrow{u}\right)_\alpha$$

Propriété

$$\left(\overrightarrow{m}\right)_\alpha = P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}\left(\overrightarrow{m}\right)_{\boldsymbol{\beta}}$$

Ainsi : $\left(\overrightarrow{c}\right)_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^{\boldsymbol{\beta}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\beta}}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{c}\right)_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^{\boldsymbol{\alpha}}} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_{\boldsymbol{\alpha}}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

La matrice de passage de la base α à la base β transforme les coordonnées exprimée dans la base β d'un vecteur à celles exprimées dans la base α : ça marche à l'envers !

La matrice de passage est dite **contravariante** pour les coordonnées.

Alors pourquoi ce nom ?

$$P_\alpha^\beta\left(\overrightarrow{i}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \left(\overrightarrow{u}\right)_\alpha$$

$$P_\alpha^\beta\left(\overrightarrow{j}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \left(\overrightarrow{v}\right)_\alpha$$

Propriété

$$\left(\overrightarrow{m}\right)_\alpha = P_\alpha^{\beta}\left(\overrightarrow{m}\right)_{\beta}$$

Ainsi : $\left(\overrightarrow{c}\right)_\alpha = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}_{P_\alpha^\beta} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{c}\right)_\beta = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{P_\beta^\alpha} \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\left(\overrightarrow{c}\right)_\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

La matrice de passage de la base α à la base β transforme les coordonnées exprimée dans la base β d'un vecteur à celles exprimées dans la base α : ça marche à l'envers !

La matrice de passage est dite **contravariante** pour les coordonnées.

Alors pourquoi ce nom ?

$$P_\alpha^\beta\left(\overrightarrow{i}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \left(\overrightarrow{u}\right)_\alpha$$

$$P_\alpha^\beta\left(\overrightarrow{j}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \left(\overrightarrow{v}\right)_\alpha$$

A réfléchir !...

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha =$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} =$

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{pmatrix}$

Propriété

P_α^β est la matrice inverse de P_β^α.

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$

Propriété

P_α^β est la matrice inverse de P_β^α.

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$

Propriété

P_α^β est la matrice inverse de P_β^α.

Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots \end{pmatrix}$

Propriété

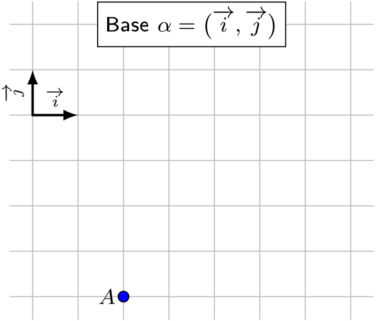
P_α^β est la matrice inverse de P_β^α.

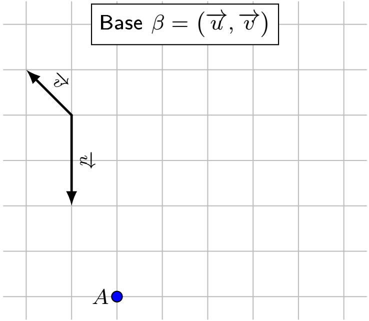
Calculons : $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

Propriété

P_α^β est la matrice inverse de P_β^α.

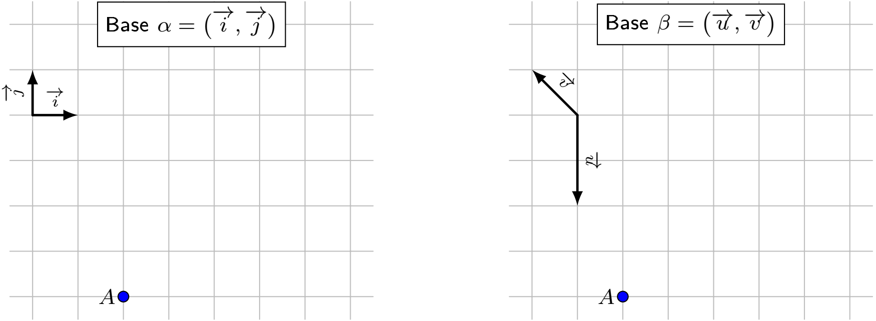
Exercice n° 1:





1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

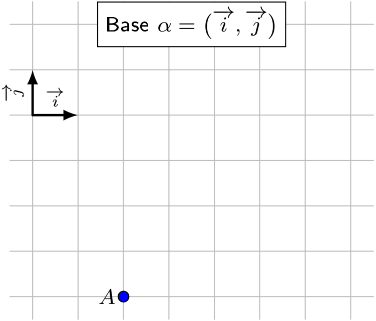
Exercice n° 1:

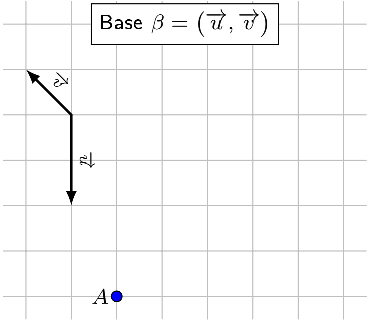


1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

$(\vec{u})_\alpha =$

Exercice n° 1:

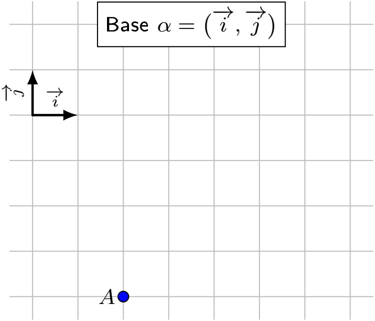


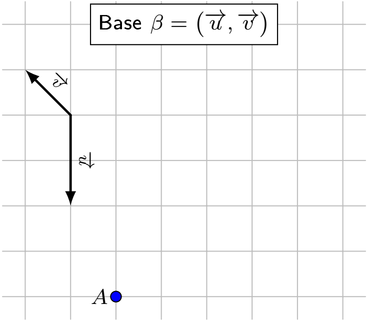


1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $(\vec{v})_\alpha =$

Exercice n° 1:

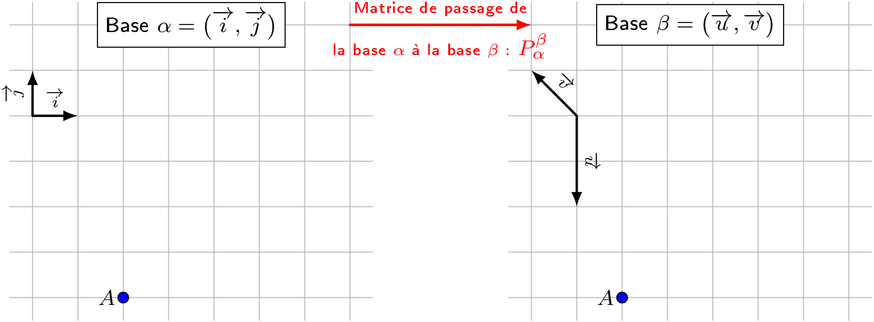




1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $(\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc

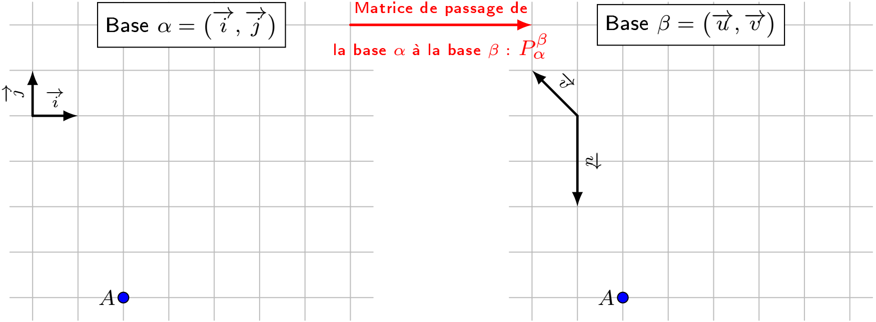
Exercice n° 1:



1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $(\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice n° 1:

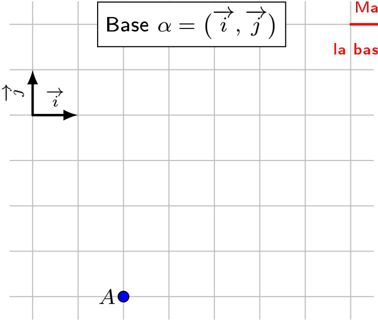


1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

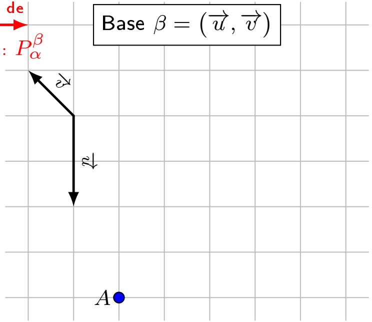
$$(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } (\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Détermine la matrice de passage de la base β à la base α.

Exercice n° 1:



Matrice de passage de
la base α à la base β : P_{α}^{β}



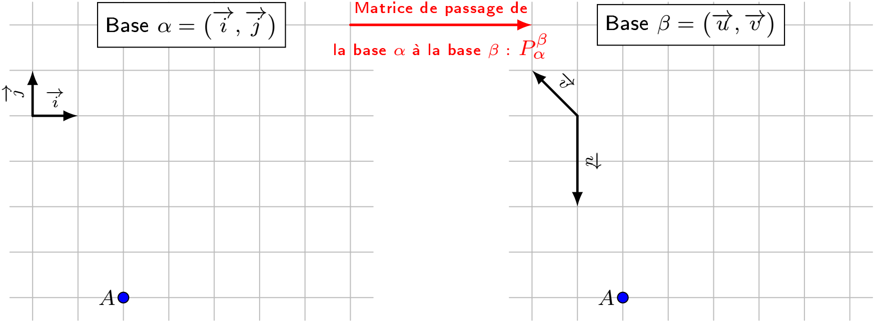
1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

   $(\vec{u})_{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $(\vec{v})_{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $P_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Détermine la matrice de passage de la base β à la base α.

   $(\vec{i})_{\beta} =$

Exercice n° 1:



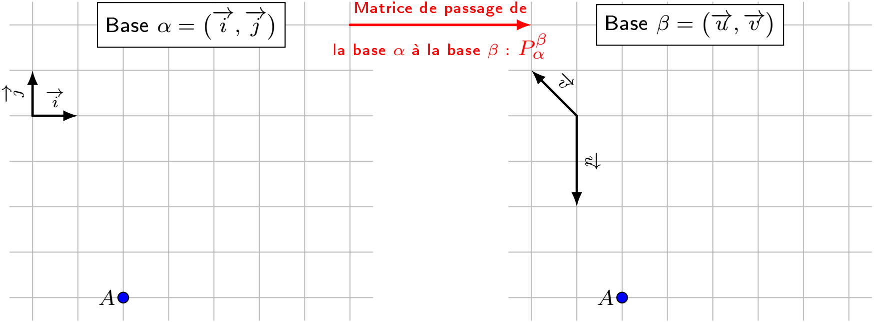
1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

   $\left(\vec{u}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\left(\vec{v}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Détermine la matrice de passage de la base β à la base α.

   $\left(\vec{i}\right)_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\left(\vec{j}\right)_\beta =$

Exercice n° 1:



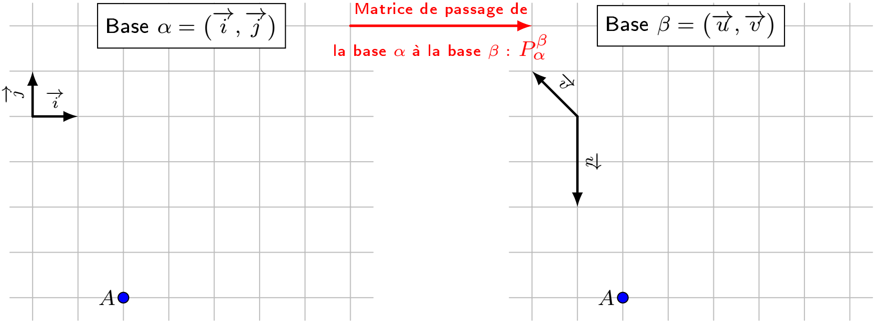
1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

   $\left(\vec{u}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\left(\vec{v}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Détermine la matrice de passage de la base β à la base α.

   $\left(\vec{i}\right)_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\left(\vec{j}\right)_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ donc

Exercice n° 1:



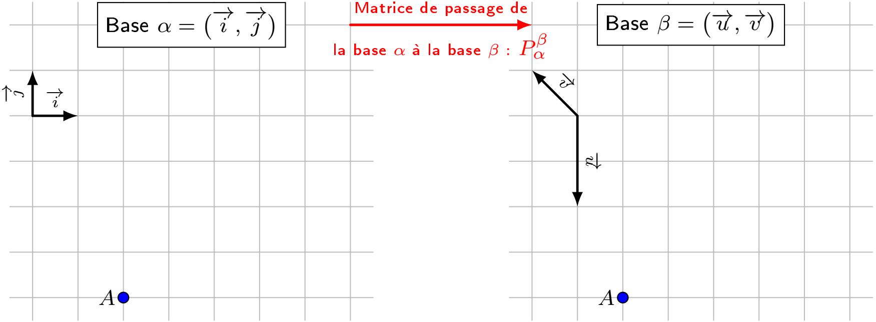
1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

   $(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $(\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Détermine la matrice de passage de la base β à la base α.

   $(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ donc $P_\beta^\alpha =$

Exercice n° 1:



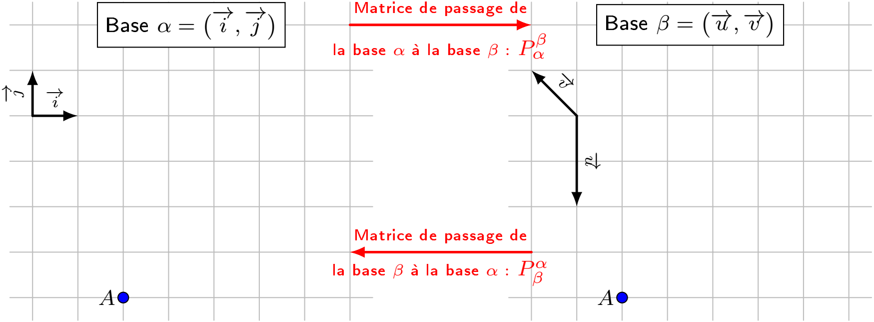
1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

$$\left(\vec{u}\right)_{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \left(\vec{v}\right)_{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } P_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Détermine la matrice de passage de la base β à la base α.

$$\left(\vec{i}\right)_{\beta} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \left(\vec{j}\right)_{\beta} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ donc } P_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice n° 1:

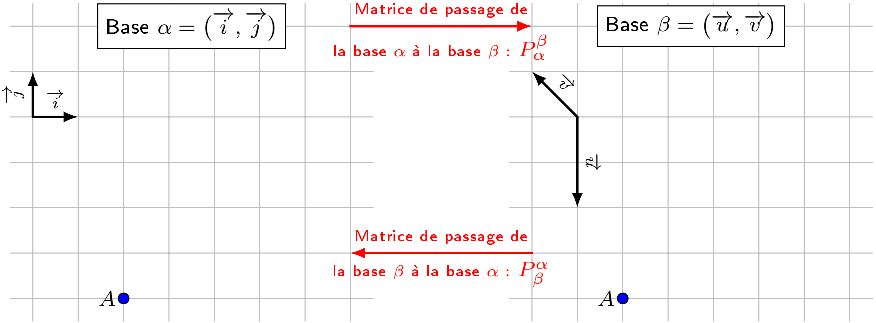


1. Détermine la matrice de passage de la base α à la base β.

   $(\vec{u})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $(\vec{v})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

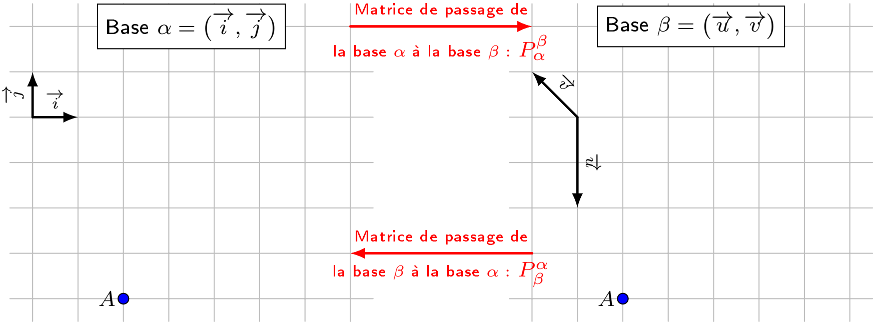
2. Détermine la matrice de passage de la base β à la base α.

   $(\vec{i})_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{pmatrix}$ et $(\vec{j})_\beta = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ donc $P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$



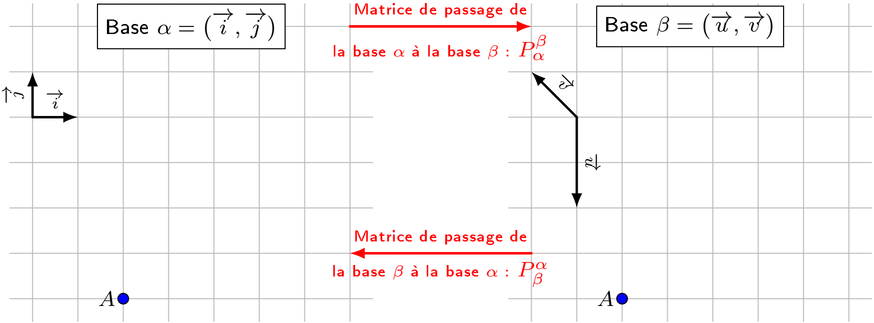
3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

II. Changement de bases.



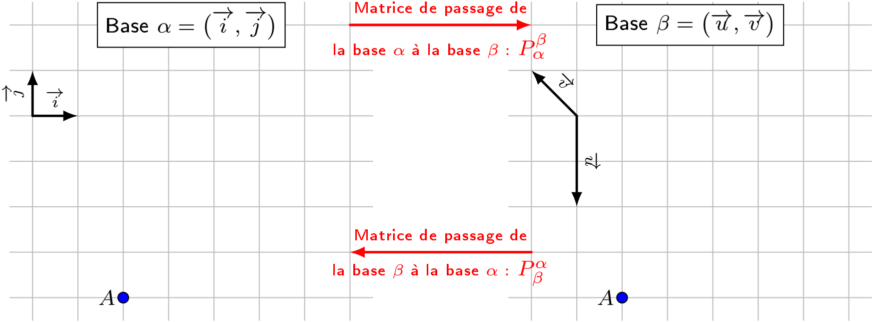
3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta =$$



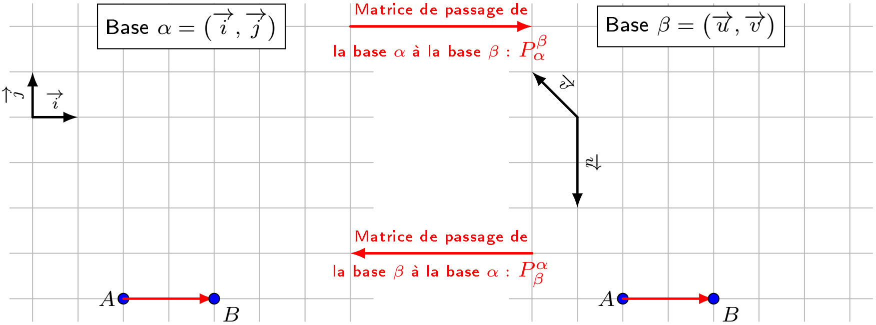
❸ Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} =$$



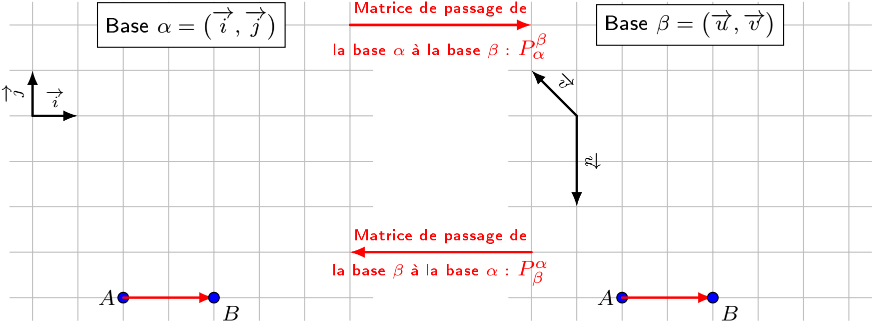
3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$



3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \binom{-1}{-2}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

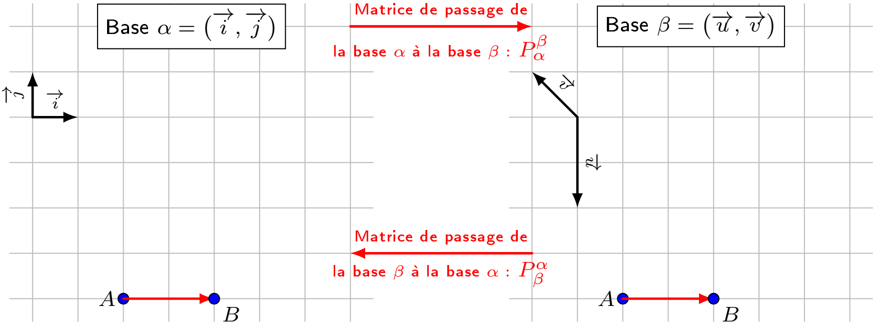
$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$



3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \binom{-1}{-2}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \binom{-1}{-2} = \binom{2}{0}$$

4. Sachant que $(\overrightarrow{BC})_\alpha \binom{0}{3}$, calcule ses coordonnées dans la base β, puis place le point C.

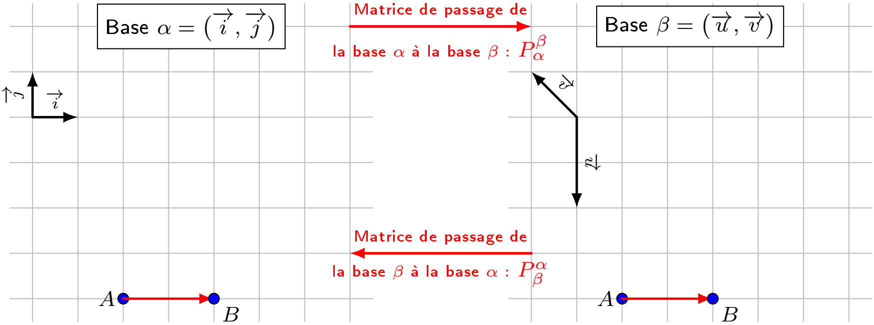


❸ Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix}0 & -1\\-2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$$

❹ Sachant que $(\overrightarrow{BC})_\alpha \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base β, puis place le point C.

$$(\overrightarrow{BC})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{BC})_\alpha =$$

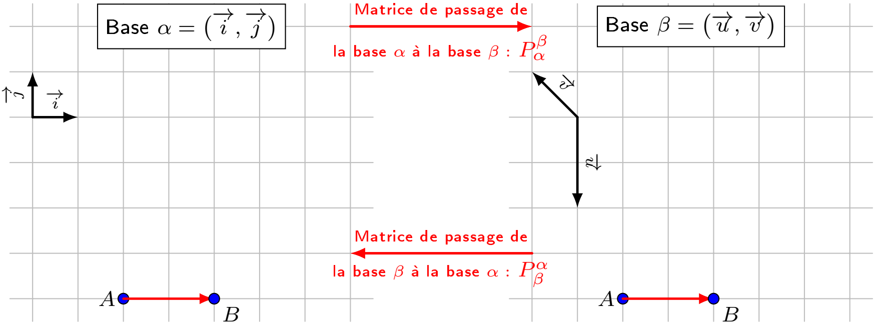


3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix}0 & -1\\-2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$$

4. Sachant que $(\overrightarrow{BC})_\alpha \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base β, puis place le point C.

$$(\overrightarrow{BC})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{BC})_\alpha = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix} =$$

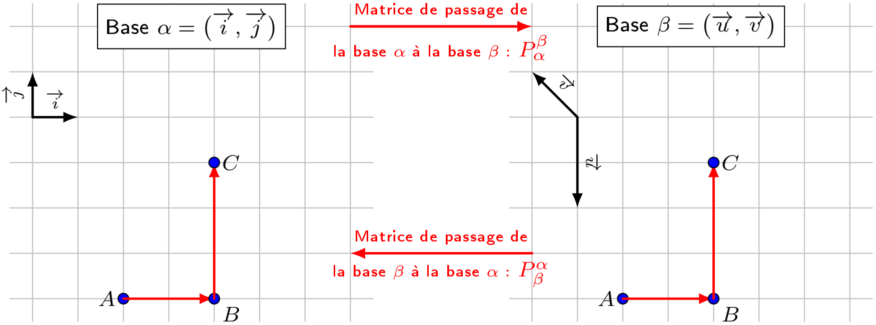


❸ Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix}0 & -1\\-2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$$

❹ Sachant que $(\overrightarrow{BC})_\alpha \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base β, puis place le point C.

$$(\overrightarrow{BC})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{BC})_\alpha = \begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\-1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\0\end{pmatrix}$$

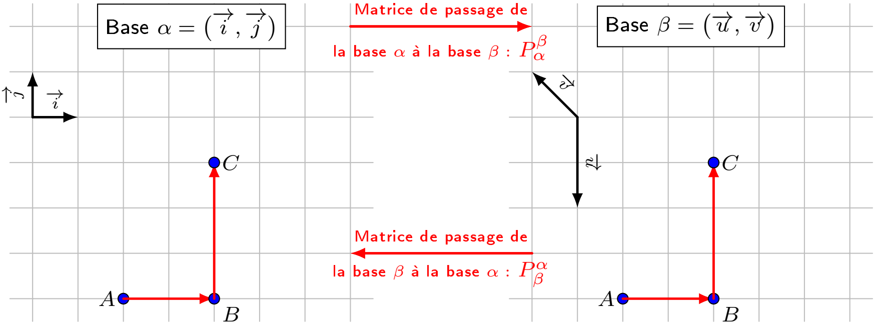


3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4. Sachant que $(\overrightarrow{BC})_\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base β, puis place le point C.

$$(\overrightarrow{BC})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{BC})_\alpha = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

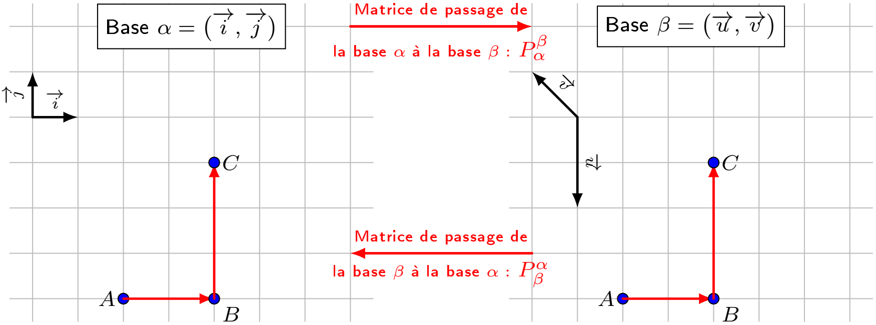


3. Sachant que $(\overrightarrow{AB})_\beta \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base α, puis place le point B.

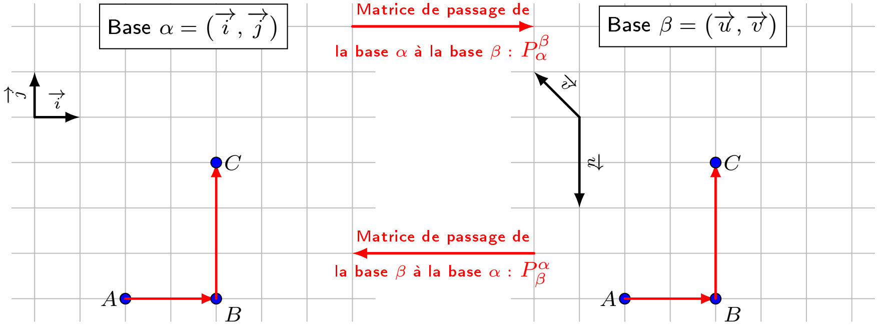
$$(\overrightarrow{AB})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{AB})_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4. Sachant que $(\overrightarrow{BC})_\alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, calcule ses coordonnées dans la base β, puis place le point C.

$$(\overrightarrow{BC})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{BC})_\alpha = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

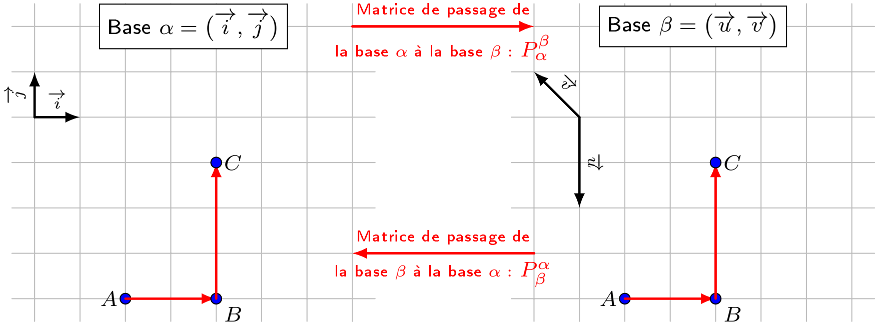


5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.



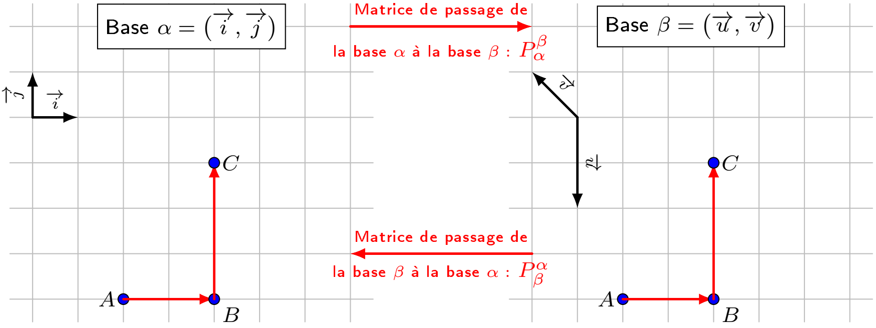
5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

$(\overrightarrow{AC})_\alpha =$



5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

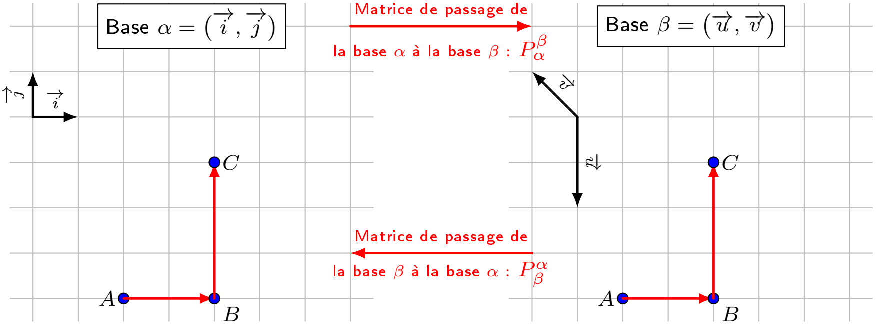
$$(\overrightarrow{AC})_\alpha = (\overrightarrow{AB})_\alpha + (\overrightarrow{BC})_\alpha =$$



5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

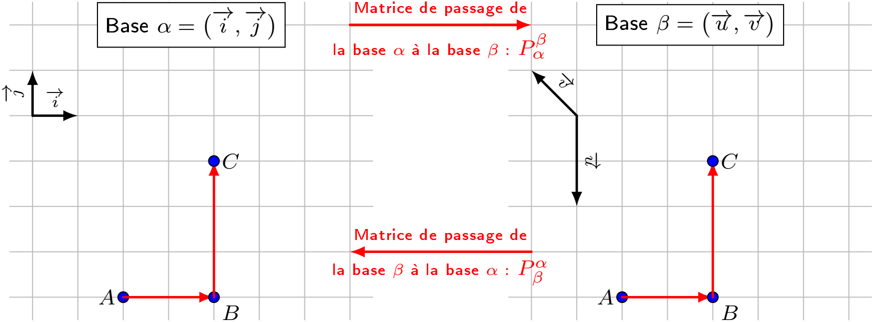
$$(\overrightarrow{AC})_\alpha = (\overrightarrow{AB})_\alpha + (\overrightarrow{BC})_\alpha = \binom{2}{0} + \binom{0}{3} =$$

II. Changement de bases.



5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

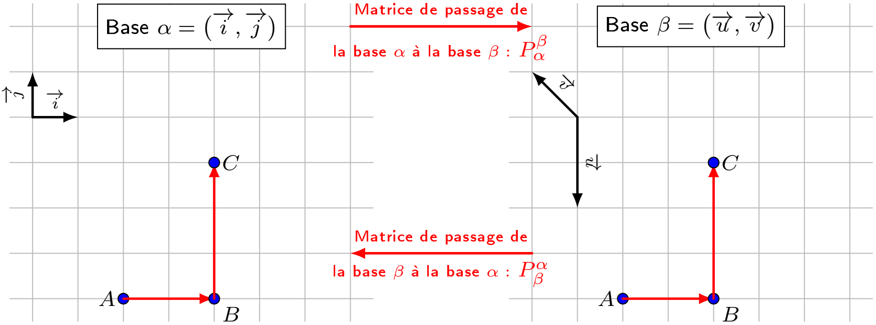
$$(\overrightarrow{AC})_\alpha = (\overrightarrow{AB})_\alpha + (\overrightarrow{BC})_\alpha = \binom{2}{0} + \binom{0}{3} = \binom{2}{3}$$



5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

$$\left(\overrightarrow{AC}\right)_\alpha = \left(\overrightarrow{AB}\right)_\alpha + \left(\overrightarrow{BC}\right)_\alpha = \binom{2}{0} + \binom{0}{3} = \binom{2}{3}$$

$$\left(\overrightarrow{AC}\right)_\beta =$$

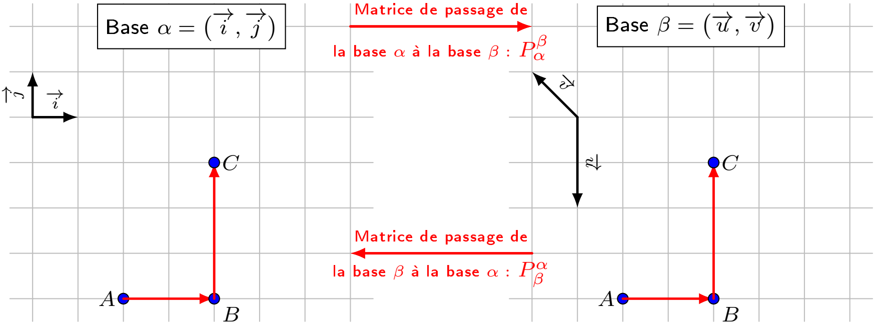


5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

$$(\overrightarrow{AC})_\alpha = (\overrightarrow{AB})_\alpha + (\overrightarrow{BC})_\alpha = \binom{2}{0} + \binom{0}{3} = \binom{2}{3}$$

$$(\overrightarrow{AC})_\beta = (\overrightarrow{AB})_\beta + (\overrightarrow{BC})_\beta =$$

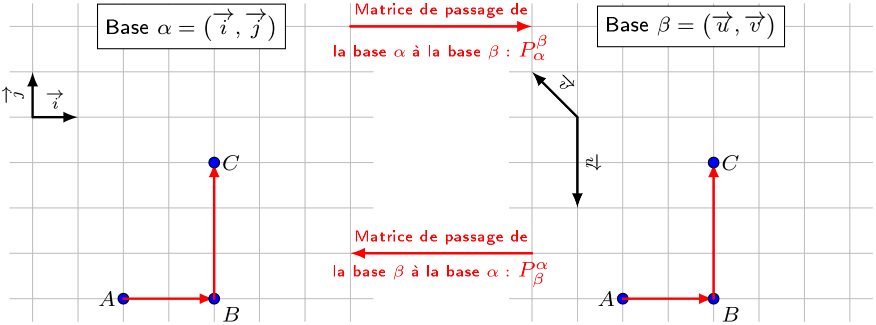
II. Changement de bases.



5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

$$(\overrightarrow{AC})_\alpha = (\overrightarrow{AB})_\alpha + (\overrightarrow{BC})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$$

$$(\overrightarrow{AC})_\beta = (\overrightarrow{AB})_\beta + (\overrightarrow{BC})_\beta = \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\0\end{pmatrix} =$$



5. Détermine les coordonnées du vecteur $(\overrightarrow{AC})$ dans la base α, puis dans la base β.

$$(\overrightarrow{AC})_\alpha = (\overrightarrow{AB})_\alpha + (\overrightarrow{BC})_\alpha = \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$$

$$(\overrightarrow{AC})_\beta = (\overrightarrow{AB})_\beta + (\overrightarrow{BC})_\beta = \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{5}{2}\\-2\end{pmatrix}$$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_α^β est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_α^β est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

   P_α^β est la matrice de passage de la base α à la base β.

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_α^β est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

   P_α^β est la matrice de passage de la base α à la base β.

2. On sait que $P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$. Détermine a.

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_α^β est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

   P_α^β est la matrice de passage de la base α à la base β.

2. On sait que $P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$. Détermine a.

   On sait que $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = I$ soit

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_α^β est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

   P_α^β est la matrice de passage de la base α à la base β.

2. On sait que $P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$. Détermine a.

   On sait que $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = I$ soit $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix} =$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_{α}^{β} est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

   P_{α}^{β} est la matrice de passage de la base α à la base β.

2. On sait que $P_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$. Détermine a.

   On sait que $P_{\alpha}^{\beta} P_{\beta}^{\alpha} = I$ soit $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice nº 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_α^β est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

   P_α^β est la matrice de passage de la base α à la base β.

2. On sait que $P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$. Détermine a.

   On sait que $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = I$ soit $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   Ainsi, $-2 \times (-1) + 1 \times a = 0$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n^o 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. P_α^β est la matrice de passage de quelle base à quelle base ?

   P_α^β est la matrice de passage de la base α à la base β.

2. On sait que $P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$. Détermine a.

   On sait que $P_\alpha^\beta P_\beta^\alpha = I$ soit $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ a & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   Ainsi, $-2 \times (-1) + 1 \times a = 0$ d'où $a = -2$.

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $\left(\overrightarrow{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $\left(\overrightarrow{a}\right)_\beta$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\alpha$.

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $(\overrightarrow{a})_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{b})_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $(\overrightarrow{a})_\beta$ et $(\overrightarrow{b})_\alpha$.

$(\overrightarrow{a})_\beta =$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $\left(\overrightarrow{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $\left(\overrightarrow{a}\right)_\beta$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\alpha$.

$\left(\overrightarrow{a}\right)_\beta = P_\beta^\alpha \left(\overrightarrow{a}\right)_\alpha =$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $(\overrightarrow{a})_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{b})_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $(\overrightarrow{a})_\beta$ et $(\overrightarrow{b})_\alpha$.

$$(\overrightarrow{a})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{a})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} =$$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $(\overrightarrow{a})_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{b})_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $(\overrightarrow{a})_\beta$ et $(\overrightarrow{b})_\alpha$.

$$(\overrightarrow{a})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{a})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_{\alpha}^{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $(\overrightarrow{a})_{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{b})_{\beta} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $(\overrightarrow{a})_{\beta}$ et $(\overrightarrow{b})_{\alpha}$.

$$(\overrightarrow{a})_{\beta} = P_{\beta}^{\alpha}(\overrightarrow{a})_{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$(\overrightarrow{b})_{\alpha} =$$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $\left(\overrightarrow{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $\left(\overrightarrow{a}\right)_\beta$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\alpha$.

$$\left(\overrightarrow{a}\right)_\beta = P_\beta^\alpha \left(\overrightarrow{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\left(\overrightarrow{b}\right)_\alpha = P_\alpha^\beta \left(\overrightarrow{b}\right)_\beta =$$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice nº 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $(\overrightarrow{a})_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{b})_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $(\overrightarrow{a})_\beta$ et $(\overrightarrow{b})_\alpha$.

$$(\overrightarrow{a})_\beta = P_\beta^\alpha (\overrightarrow{a})_\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$(\overrightarrow{b})_\alpha = P_\alpha^\beta (\overrightarrow{b})_\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Définition:

On appelle base **canonique** d'un espace vectoriel, une base qui se présente de manière naturelle.

Exercice n° 2: Soit α la base canonique du laboratoire, et $\beta = (\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ une base dont la matrice de passage est

$$P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Soient $\left(\overrightarrow{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\beta = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Détermine $\left(\overrightarrow{a}\right)_\beta$ et $\left(\overrightarrow{b}\right)_\alpha$.

$$\left(\overrightarrow{a}\right)_\beta = P_\beta^\alpha \left(\overrightarrow{a}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\left(\overrightarrow{b}\right)_\alpha = P_\alpha^\beta \left(\overrightarrow{b}\right)_\beta = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

III. Application linéaire et matrice.

Normalement, dans cette branche des mathématiques, l'algèbre linéaire, on ne travaille qu'avec des vecteurs. Pour des raisons didactiques, Normalement, dans cette branche des mathématiques, l'algèbre linéaire, on ne travaille qu'avec des vecteurs. Pour des raisons didactiques, nous allons représenter les vecteurs par des points.

Normalement, dans cette branche des mathématiques, l'algèbre linéaire, on ne travaille qu'avec des vecteurs. Pour des raisons didactiques, nous allons représenter les vecteurs par des points. A chaque point M du repère nous associerons le vecteur $\overrightarrow{m}$ partant de l'origine et allant vers le point M.

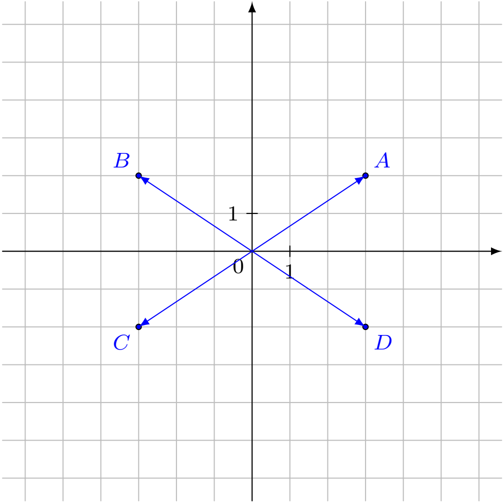
Normalement, dans cette branche des mathématiques, l'algèbre linéaire, on ne travaille qu'avec des vecteurs. Pour des raisons didactiques, nous allons représenter les vecteurs par des points. A chaque point M du repère nous associerons le vecteur $\overrightarrow{m}$ partant de l'origine et allant vers le point M.

Rappel:

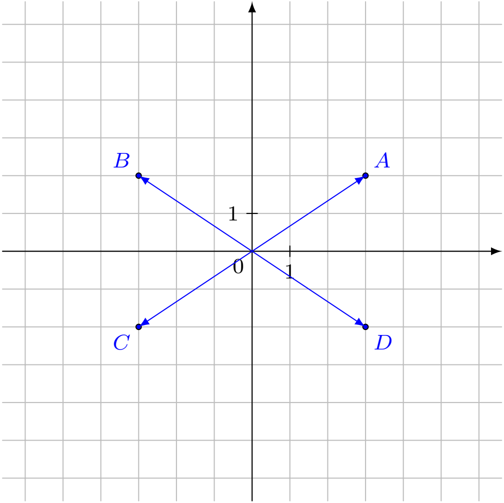
On dit qu'une application f est linéaire si pour tout vecteur $\overrightarrow{u}$, vecteur $\overrightarrow{v}$, réel a :

$$f(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}) = \boldsymbol{f(\overrightarrow{u})} + \boldsymbol{f(\overrightarrow{v})} \text{ et } f(a\overrightarrow{u}) = \boldsymbol{af(\overrightarrow{u})}$$

Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :

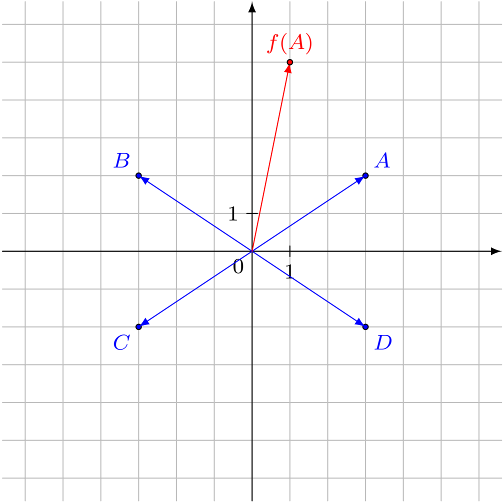


Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :



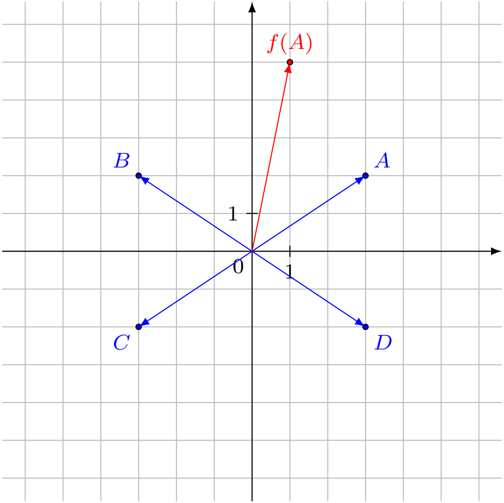
- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} =$

Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :



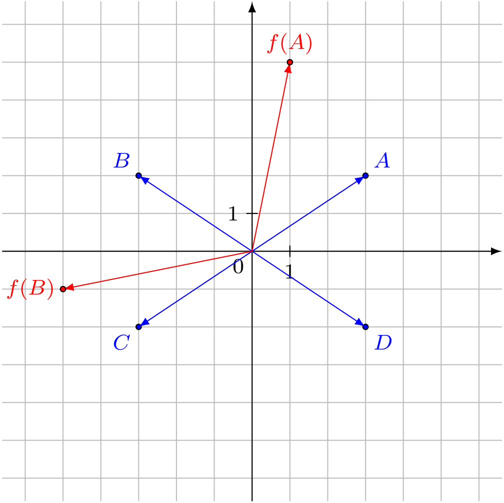
- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :



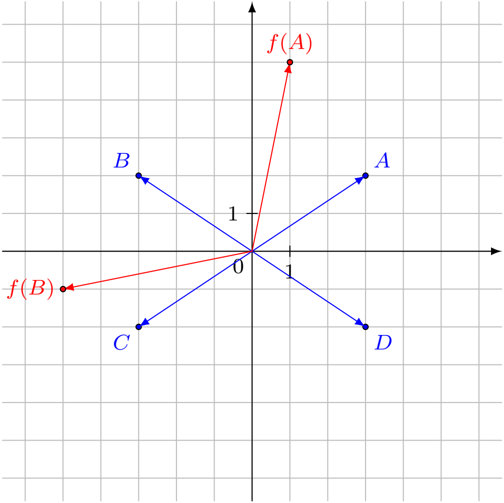
- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $f(B) = f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} =$

Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :



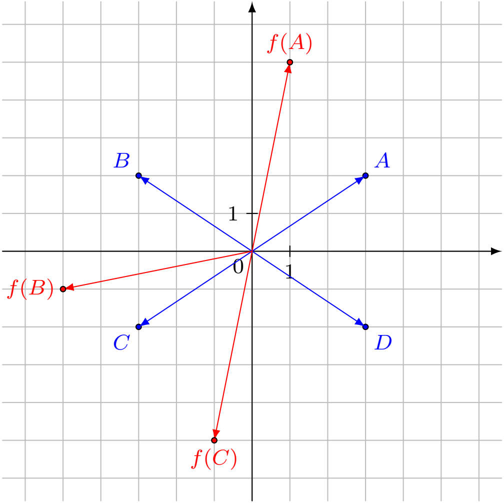
- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $f(B) = f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$

Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :



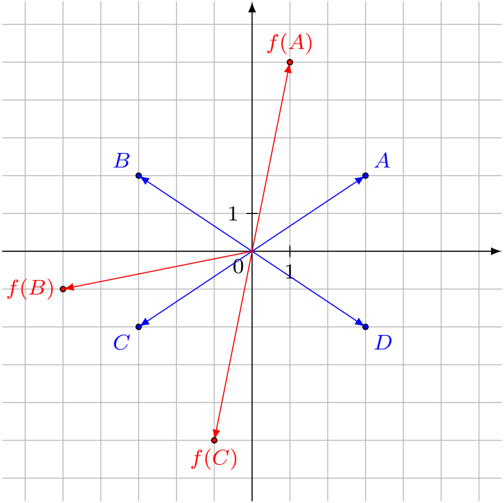
- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $f(B) = f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $f(C) = f\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} =$

Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :



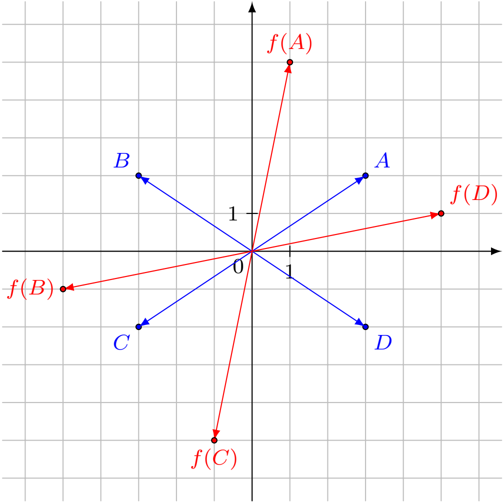
- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $f(B) = f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $f(C) = f\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$

Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :

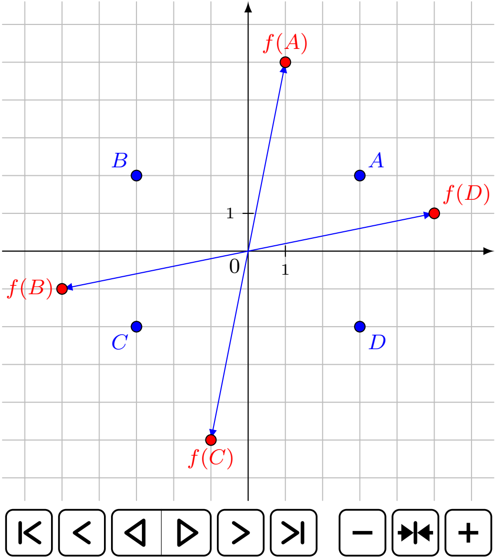


- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $f(B) = f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $f(C) = f\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$
- $f(D) = f\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} =$

Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} \end{array}$, et considérons les quatre points A, B, C et D suivants :

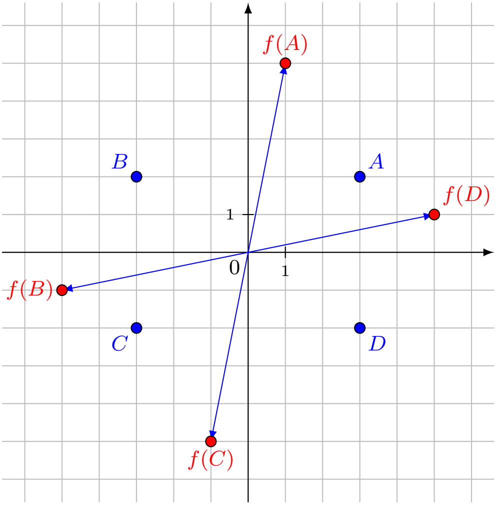


- $f(A) = f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $f(B) = f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $f(C) = f\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$
- $f(D) = f\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$



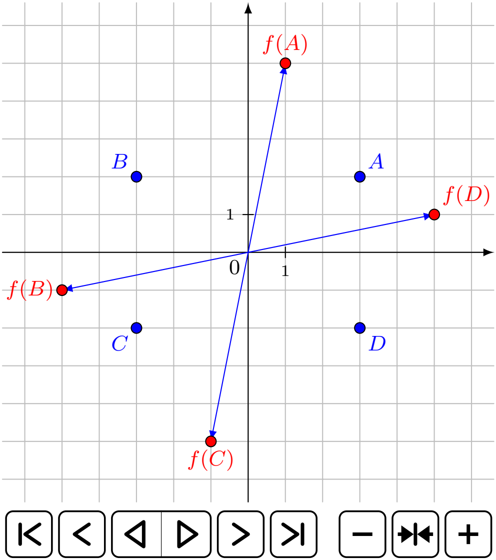
<u>**Point de vu matriciel :**</u>

- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$



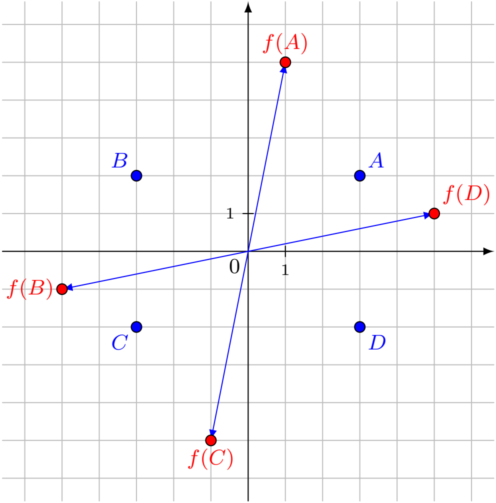
Point de vu matriciel :

- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} =$



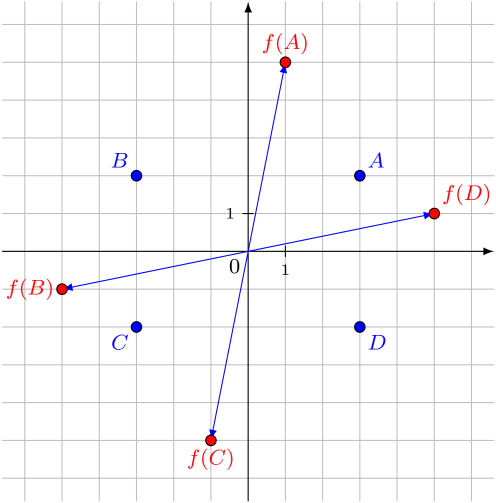
Point de vu matriciel :

- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} = f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$



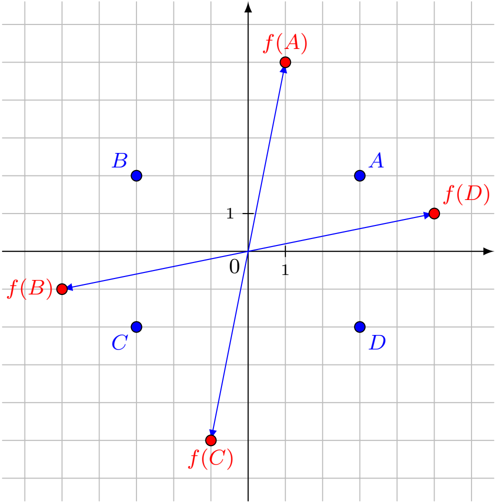
Point de vu matriciel :

- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} = f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- $f(A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} =$



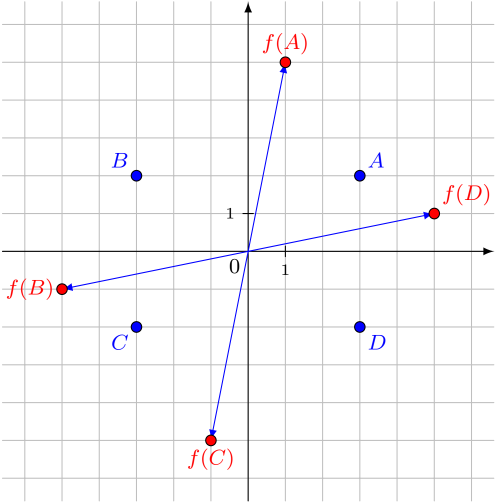
Point de vu matriciel :

- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} = f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- $f(A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$



Point de vu matriciel :

- $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix} = f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
- $f(A) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
- $f(B) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} =$

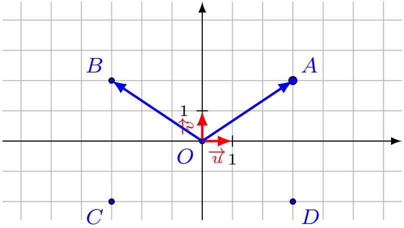


Point de vu matriciel :

- $\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x-y\\ x+y\end{pmatrix} = f\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$
- $f(A) = \begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ 5\end{pmatrix}$
- $f(B) = \begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\ 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-5\\ -1\end{pmatrix}$

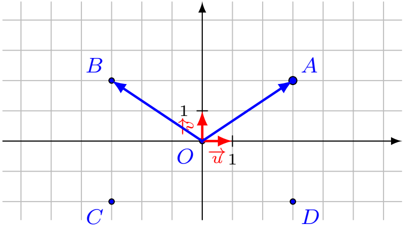
Autrement dit, il semble qu'on puisse associer la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ à l'application linéaire f.

Exercice nº 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_{α}^{β}.

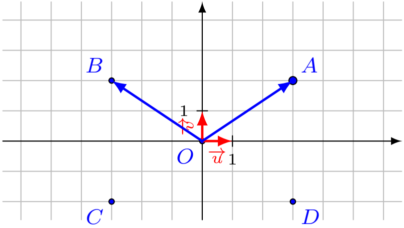
Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_{α}^{β}.

$(\overrightarrow{OA})_{\alpha} =$

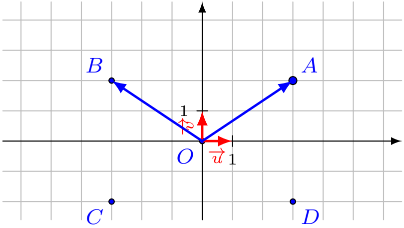
Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \binom{3}{2}$ et

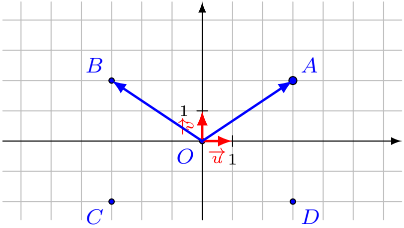
Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \binom{3}{2}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha =$

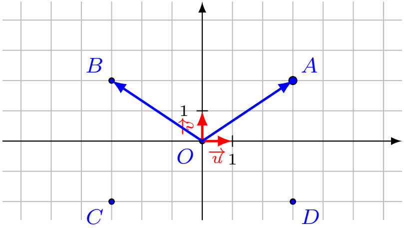
Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \binom{3}{2}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \binom{-3}{2}$ donc $P_\alpha^\beta =$

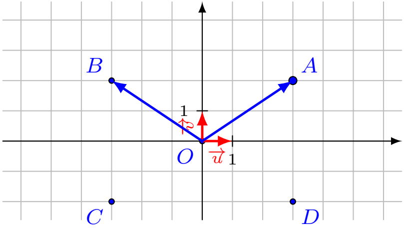
Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$\left(\overrightarrow{OA}\right)_\alpha = \binom{3}{2}$ et $\left(\overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \binom{-3}{2}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

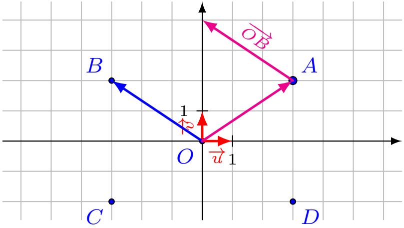


1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \binom{3}{2}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \binom{-3}{2}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{v})_\beta$.

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



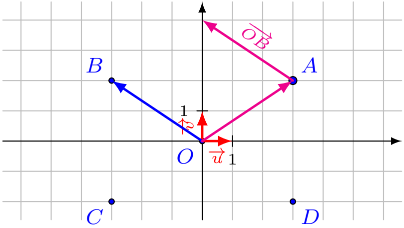
1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

   $\left(\overrightarrow{OA}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha$ et déduis-en $\left(\vec{v}\right)_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} =$

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



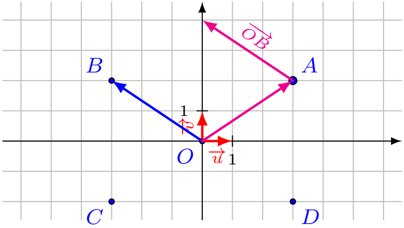
1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

   $(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{v})_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha =$

Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



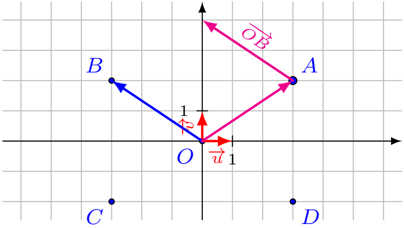
1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

   $\left(\overrightarrow{OA}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha$ et déduis-en $\left(\overrightarrow{v}\right)_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{v}$ donc $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



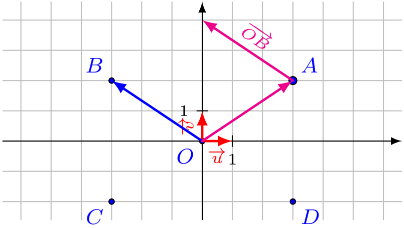
1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

   $\left(\overrightarrow{OA}\right)_\alpha = \binom{3}{2}$ et $\left(\overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \binom{-3}{2}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha$ et déduis-en $\left(\vec{v}\right)_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \binom{0}{4}$. $\vec{v} =$

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



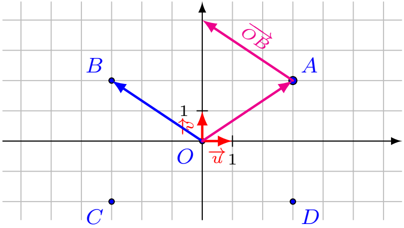
1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{v})_\beta$.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\vec{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



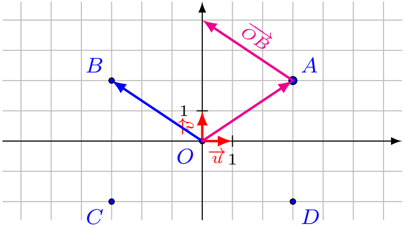
1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$\left(\overrightarrow{OA}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\left(\overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha$ et déduis-en $\left(\vec{v}\right)_\beta$.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\vec{v} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$ donc $\left(\vec{v}\right)_\beta =$

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



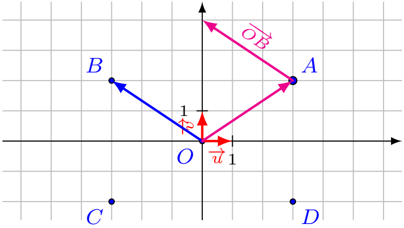
1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$\left(\overrightarrow{OA}\right)_\alpha = \binom{3}{2}$ et $\left(\overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \binom{-3}{2}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha$ et déduis-en $\left(\vec{v}\right)_\beta$.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)_\alpha = \binom{0}{4}$. $\vec{v} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$ donc $\left(\vec{v}\right)_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

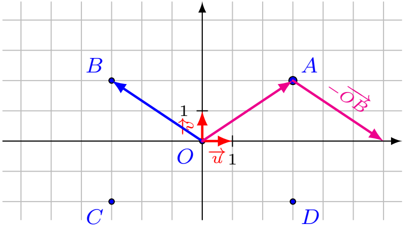
$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{v})_\beta$.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\vec{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc $(\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

3. Calcule $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{u})_\beta$.

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

   $(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

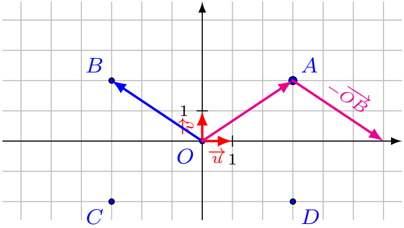
2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{v})_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\vec{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc $(\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

3. Calcule $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{u})_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} =$

Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

   $(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

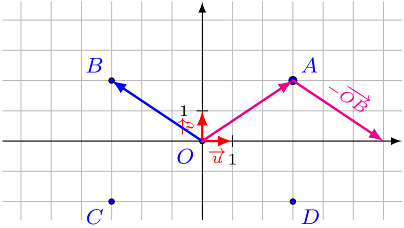
2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\overrightarrow{v})_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\overrightarrow{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc $(\overrightarrow{v})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

3. Calcule $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\overrightarrow{u})_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = 6\overrightarrow{u}$

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

   $(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

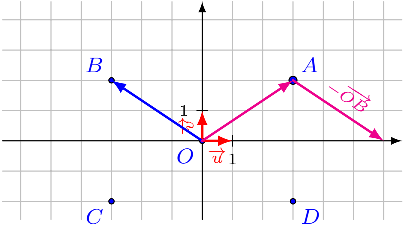
2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{v})_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\vec{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc $(\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

3. Calcule $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{u})_\beta$.

   $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = 6\vec{u}$ donc $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha =$

Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

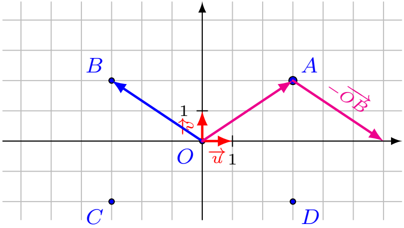
2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\overrightarrow{v})_\beta$.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\overrightarrow{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc $(\overrightarrow{v})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

3. Calcule $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\overrightarrow{u})_\beta$.

$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = 6\overrightarrow{u}$ donc $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 3: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \binom{3}{2}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \binom{-3}{2}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

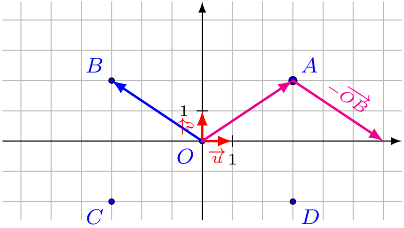
2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{v})_\beta$.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\vec{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \binom{0}{4}$. $\vec{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc $(\vec{v})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

3. Calcule $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\vec{u})_\beta$.

$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = 6\vec{u}$ donc $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha = \binom{6}{0}$. $\vec{u} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})$ donc $(\vec{u})_\beta =$

Exercice n° 3: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



1. Détermine la matrice de passage P_α^β.

$(\overrightarrow{OA})_\alpha = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ donc $P_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

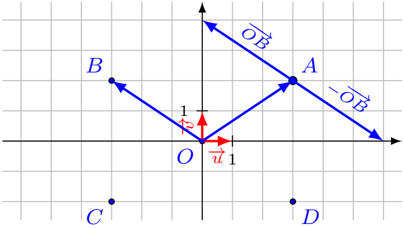
2. Calcule $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\overrightarrow{v})_\beta$.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{v}$ donc $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$. $\overrightarrow{v} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$ donc $(\overrightarrow{v})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$.

3. Calcule $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha$ et déduis-en $(\overrightarrow{u})_\beta$.

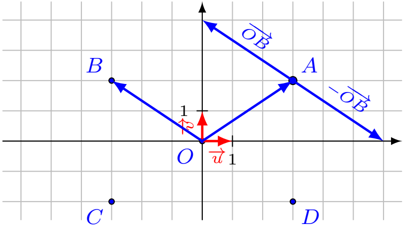
$\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = 6\overrightarrow{u}$ donc $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})_\alpha = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$. $\overrightarrow{u} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB})$ donc $(\overrightarrow{u})_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$.

Exercice n° 4: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

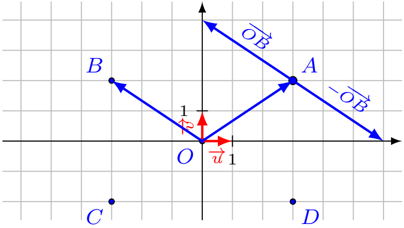
Exercice n° 4: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

$P_{\beta}^{\alpha} =$

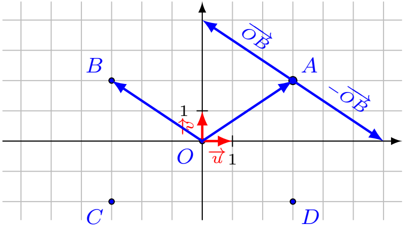
Exercice n° 4: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} =$$

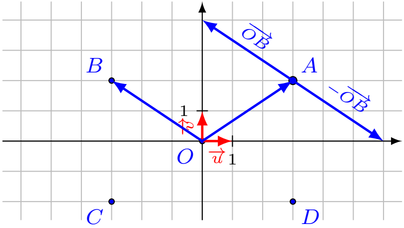
Exercice n° 4: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12}$$

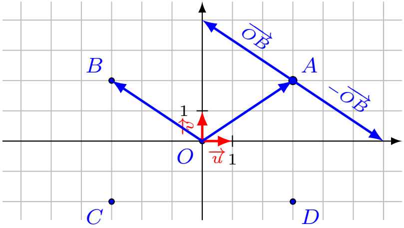
Exercice n° 4: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Exercice n° 4: On note α la base $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

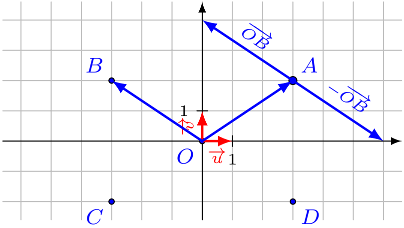


4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

$$P_{\beta}^{\alpha} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Déduis-en les coordonnées de $f(A)$ dans la base β.

Exercice n° 4: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



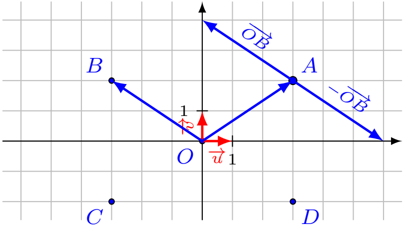
4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Déduis-en les coordonnées de $f(A)$ dans la base β.

On sait que $[f(A)]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha$ donc

Exercice n° 4: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

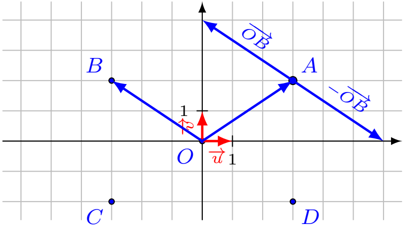
$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Déduis-en les coordonnées de $f(A)$ dans la base β.

On sait que $[f(A)]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha$ donc

$[f(A)]_\beta =$

Exercice n° 4: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

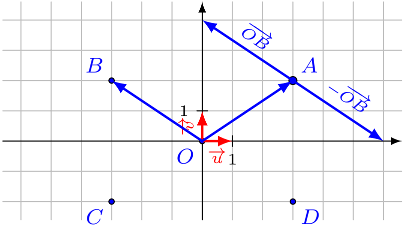
$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Déduis-en les coordonnées de $f(A)$ dans la base β.

On sait que $[f(A)]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha$ donc

$[f(A)]_\beta = P_\beta^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha =$

Exercice n° 4: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

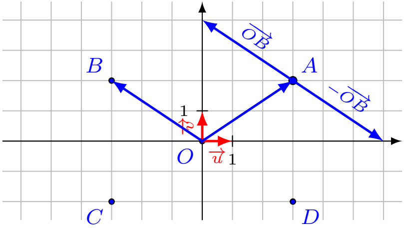
$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Déduis-en les coordonnées de $f(A)$ dans la base β.

On sait que $[f(A)]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha$ donc

$$[f(A)]_\beta = P_\beta^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 17 \\ 13 \end{pmatrix}_\beta =$$

Exercice n° 4: On note α la base $(\vec{u}, \vec{v})$ et β la base $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$



4. Déduis-en la matrice de passage de la base β à la base α.

$$P_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Déduis-en les coordonnées de $f(A)$ dans la base β.

On sait que $[f(A)]_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha$ donc

$$[f(A)]_\beta = P_\beta^\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}_\alpha = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 17 \\ 13 \end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix} \frac{17}{12} \\ \frac{13}{12} \end{pmatrix}_\beta$$

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a vu que $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a vu que $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}P_\alpha^\beta\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = P_\beta^\alpha\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}P_\alpha^\beta\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a vu que $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = P_\beta^\alpha \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}2 & 3\\-2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -3\\2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$$

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

Notons (x,y) les coordonnées dans la base α et (x',y') celles dans la base β.

On a vu que $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = P_\beta^\alpha \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}2 & 3\\-2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -3\\2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}5 & 1\\1 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -3\\2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$$

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

Notons (x,y) les coordonnées dans la base α et (x',y') celles dans la base β.

On a vu que $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = P_\beta^\alpha \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}2 & 3\\-2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -3\\2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}5 & 1\\1 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -3\\2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}17 & -13\\13 & 7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta =$$

6. Déduis-en l'expression de l'application linéaire f dans la base β.

Notons (x, y) les coordonnées dans la base α et (x', y') celles dans la base β.

On a vu que $\left[f\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right]_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}_\alpha = \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

Donc, $\left[f\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}\right]_\beta = P_\beta^\alpha \begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix} P_\alpha^\beta \begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}2 & 3\\-2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -3\\2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}5 & 1\\1 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -3\\2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta$$

$$= \frac{1}{12}\begin{pmatrix}17 & -13\\13 & 7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}_\beta = \begin{pmatrix}\frac{17}{12}x' - \frac{13}{12}y'\\ \frac{13}{12}x' + \frac{7}{12}y'\end{pmatrix}$$

Notations :

La matrice de l'application linéaire f est notée $\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f)$ dans la base α, et $\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathbf{mat}}(\boldsymbol{f})$ dans la base β.

Notations :

La matrice de l'application linéaire f est notée $\underset{\alpha}{\text{mat}}(f)$ dans la base α, et $\underset{\boldsymbol{\beta}}{\textbf{mat}}(\boldsymbol{f})$ dans la base β.

$\underset{\alpha}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $\underset{\beta}{\text{mat}}(f) =$

Notations :

La matrice de l'application linéaire f est notée $\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f)$ dans la base α, et $\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f)$ dans la base β.

$$\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{pmatrix} \frac{17}{12} & -\frac{13}{12} \\ \frac{13}{12} & \frac{7}{12} \end{pmatrix}$$

Notations :

La matrice de l'application linéaire f est notée $\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f)$ dans la base α, et $\underset{\boldsymbol{\beta}}{\mathbf{mat}}(\boldsymbol{f})$ dans la base β.

$$\underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{pmatrix} \frac{17}{12} & -\frac{13}{12} \\ \frac{13}{12} & \frac{7}{12} \end{pmatrix}$$

Propriété

$$\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = P_\beta^\alpha \, \underset{\alpha}{\mathrm{mat}}(f) \, P_\alpha^\beta$$

Définition:

Soit f une application linéaire. Un nombre λ est une **valeur propre** de f s'il existe un vecteur $\overrightarrow{v}$ **non nul** tel que :

$$f(\overrightarrow{v}) = \lambda \overrightarrow{v}$$

Définition:

Soit f une application linéaire. Un nombre λ est une **valeur propre** de f s'il existe un vecteur $\overrightarrow{v}$ **non nul** tel que :

$$f(\overrightarrow{v}) = \lambda \overrightarrow{v}$$

Le vecteur $\overrightarrow{v}$ est appelé **vecteur propre** associé à la valeur propre λ.

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire f : $\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x + 2y & = 4x \\ 3x + 2y & = 4y \end{cases}$$

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x + 2y & = 4x \\ 3x + 2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x + 2y & = 0 \\ 3x - 2y & = 0 \end{cases}$$

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0$$

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire f : $\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

En prenant $y = 3$ on obtient

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x + 2y & = 4x \\ 3x + 2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x + 2y & = 0 \\ 3x - 2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x - 2y = 0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire $f:\begin{array}{ccc}\mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix}x+2y\\3x+2y\end{pmatrix}\end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.

Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

  $$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

  En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

  Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \binom{x+2y}{3x+2y} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

  $$\begin{cases} x+2y &= 4x \\ 3x+2y &= 4y \end{cases} \quad \begin{cases} -3x+2y &= 0 \\ 3x-2y &= 0 \end{cases} \quad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

  En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \binom{2}{3}$.

  Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

  $$\begin{cases} x+2y &= -x \\ 3x+2y &= -y \end{cases}$$

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

$$\begin{cases} x+2y & = -x \\ 3x+2y & = -y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+2y & = 0 \\ 3x+3y & = 0 \end{cases}$$

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

$$\begin{cases} x+2y & = -x \\ 3x+2y & = -y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+2y & = 0 \\ 3x+3y & = 0 \end{cases} \qquad x+y=0$$

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire f : $\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \quad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \quad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

$$\begin{cases} x+2y & = -x \\ 3x+2y & = -y \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+2y & = 0 \\ 3x+3y & = 0 \end{cases} \quad x+y=0 \iff y = -x$$

Exemple n° 1 : Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} x+2y &= 4x \\ 3x+2y &= 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y &= 0 \\ 3x-2y &= 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

$$\begin{cases} x+2y &= -x \\ 3x+2y &= -y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+2y &= 0 \\ 3x+3y &= 0 \end{cases} \qquad x+y=0 \iff y=-x$$

En prenant $y = 1$ on obtient

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

  $$\begin{cases} x+2y & = 4x \\ 3x+2y & = 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y & = 0 \\ 3x-2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

  En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

  Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

  $$\begin{cases} x+2y & = -x \\ 3x+2y & = -y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+2y & = 0 \\ 3x+3y & = 0 \end{cases} \qquad x+y=0 \iff y = -x$$

  En prenant $y = 1$ on obtient $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Exemple n° 1 :Considérons l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} x+2y \\ 3x+2y \end{pmatrix} \end{array}$.

Vérifie que $\lambda_1 = 4$ et $\lambda_2 = -1$ sont des valeurs propres de f.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 4\overrightarrow{u}$.

  $$\begin{cases} x+2y &= 4x \\ 3x+2y &= 4y \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x+2y &= 0 \\ 3x-2y &= 0 \end{cases} \qquad 3x-2y=0 \iff x = \frac{2}{3}y$$

  En prenant $y = 3$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

  Donc $\lambda_1 = 4$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{u}$.

- On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{v}) = -\overrightarrow{v}$.

  $$\begin{cases} x+2y &= -x \\ 3x+2y &= -y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+2y &= 0 \\ 3x+3y &= 0 \end{cases} \qquad x+y=0 \iff y=-x$$

  En prenant $y = 1$ on obtient $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

  Donc $\lambda_2 = -1$ est une valeur propre associée au vecteur propre $\overrightarrow{v}$.

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda \overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

IV. Diagonalisation.

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

<u>**Exemple n° 2 :**</u>Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y &= \lambda x \\ 3x + 2y &= \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y &= 0 \\ 3x + 2y - \lambda y &= 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y &= 0 \\ 3x + (2-\lambda)y &= 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Si λ est une valeur propre,

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\binom{x}{y}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda \overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\binom{x}{y} = \binom{0}{0}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\overrightarrow{u}\binom{x}{y}$.

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. Ce système a alors plusieurs solutions, son déterminant $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix}$ est donc nulle :

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda \overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Ce système a alors plusieurs solutions, son déterminant $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix}$ est donc nulle : $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix} =$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y &= \lambda x \\ 3x + 2y &= \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y &= 0 \\ 3x + 2y - \lambda y &= 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y &= 0 \\ 3x + (2-\lambda)y &= 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. Ce système a alors plusieurs solutions, son déterminant $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix}$ est donc nulle : $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(2-\lambda) - 6 = 0$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\binom{x}{y}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\binom{x}{y} = \binom{0}{0}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\overrightarrow{u}\binom{x}{y}$. Ce système a alors plusieurs solutions, son déterminant $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix}$ est donc nulle : $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(2-\lambda) - 6 = 0 \qquad \left(\det(A - \lambda I) = 0\right)$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A-\lambda I)=0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u})=\lambda\overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases}x+2y &= \lambda x\\ 3x+2y &= \lambda y\end{cases}$ soit $\begin{cases}x-\lambda x+2y &= 0\\ 3x+2y-\lambda y &= 0\end{cases}$ $\begin{cases}(1-\lambda)x+2y &= 0\\ 3x+(2-\lambda)y &= 0\end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$. Ce système a alors plusieurs solutions, son déterminant $\begin{vmatrix}1-\lambda & 2\\ 3 & 2-\lambda\end{vmatrix}$ est donc nulle : $\begin{vmatrix}1-\lambda & 2\\ 3 & 2-\lambda\end{vmatrix}=(1-\lambda)(2-\lambda)-6=0 \quad \big(\det(A-\lambda I)=0\big)$

$$\lambda^2-3\lambda-4=0$$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\overrightarrow{u}) = \lambda \overrightarrow{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Ce système a alors plusieurs solutions, son déterminant $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix}$ est donc nulle : $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(2-\lambda) - 6 = 0 \quad \big(\det(A - \lambda I) = 0\big)$

$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0$, $\Delta = 25$

Théorème

Soit f une application linéaire. On note A la matrice de f dans une base quelconque. Les valeurs propres de f sont les solutions de l'équation :

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Exemple n° 2 : Reprenons l'application linéaire précédente, et déterminons ses valeurs propres.

Notons λ une valeur propre de f et $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur propre associé.

$f(\vec{u}) = \lambda \vec{u}$ s'écrit $\begin{cases} x + 2y & = \lambda x \\ 3x + 2y & = \lambda y \end{cases}$ soit $\begin{cases} x - \lambda x + 2y & = 0 \\ 3x + 2y - \lambda y & = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y & = 0 \\ 3x + (2-\lambda)y & = 0 \end{cases}$

Ce système à une solution évidente : $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Si λ est une valeur propre, il a une autre solution non nulle $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Ce système a alors plusieurs solutions, son déterminant $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix}$ est donc nulle : $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)(2-\lambda) - 6 = 0 \quad (\det(A - \lambda I) = 0)$

$$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0,\ \Delta = 25 \text{ et } \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{3+5}{2} = 4 \\ \lambda_2 = \dfrac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$$

Définition:

Soit f une application linéaire. On dit que f est **diagonalisable** s'il existe une base β de E tel que :

$$\underset{\beta}{mat}(f) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Définition:

Soit f une application linéaire. On dit que f est **diagonalisable** s'il existe une base β de E tel que :

$$\underset{\beta}{mat}(f) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Théorème

Soit f une application linéaire.

$$\underset{\beta}{\text{mat}}(f) \text{ est diagonale} \iff \beta \text{ est une base constituée de vecteurs propres}$$

Exemple n° 3 : Détermine une base β où la matrice de l'application linéaire précédente est diagonale

Exemple n° 3 : Détermine une base β où la matrice de l'application linéaire précédente est diagonale

- Dans la base $\beta_1 = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ on a $\underset{\beta_1}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Exemple n° 3 : Détermine une base β où la matrice de l'application linéaire précédente est diagonale

- Dans la base $\beta_1 = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ on a $\underset{\beta_1}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- Dans la base $\beta_2 = \left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$ on a $\underset{\beta_2}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

1. A quelle application linéaire f correspond-elle ?

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

1. A quelle application linéaire f correspond-elle ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \binom{y}{6x-y} \end{array}$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

1. A quelle application linéaire f correspond-elle ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \binom{y}{6x-y} \end{array}$$

2. Détermine ses valeurs propres.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

1. A quelle application linéaire f correspond-elle ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \binom{y}{6x-y} \end{array}$$

2. Détermine ses valeurs propres.

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ 6 & -1-\lambda \end{vmatrix} =$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

1. A quelle application linéaire f correspond-elle ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \binom{y}{6x-y} \end{array}$$

2. Détermine ses valeurs propres.

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ 6 & -1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda(-1-\lambda) - 6 = \lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

1. A quelle application linéaire f correspond-elle ?

   $$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \binom{y}{6x-y} \end{array}$$

2. Détermine ses valeurs propres.

   $$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ 6 & -1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda(-1-\lambda) - 6 = \lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

   $\Delta = 25$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

1. A quelle application linéaire f correspond-elle ?

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \binom{y}{6x-y} \end{array}$$

2. Détermine ses valeurs propres.

$$\begin{vmatrix} 0-\lambda & 1 \\ 6 & -1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda(-1-\lambda) - 6 = \lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

$$\Delta = 25 \text{ et } \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{-1+5}{2} = 2 \\ \lambda_2 = \dfrac{-1-5}{2} = -3 \end{cases}$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases}$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases}$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases} \qquad -2x + y = 0 \iff y = 2x$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases} \qquad -2x + y = 0 \iff y = 2x$$

En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

     $\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases}$ $\begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases}$ $-2x + y = 0 \iff y = 2x$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = -3\overrightarrow{v}$.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

     $$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases} \quad \begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases} \quad -2x + y = 0 \iff y = 2x$$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = -3\overrightarrow{v}$.

     $$\begin{cases} y & = -3x \\ 6x - y & = -3y \end{cases}$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

     $$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases} \qquad -2x + y = 0 \iff y = 2x$$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = -3\overrightarrow{v}$.

     $$\begin{cases} y & = -3x \\ 6x - y & = -3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + y & = 0 \\ 6x + 2y & = 0 \end{cases}$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases} \qquad -2x + y = 0 \iff y = 2x$$

En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = -3\overrightarrow{v}$.

$$\begin{cases} y & = -3x \\ 6x - y & = -3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + y & = 0 \\ 6x + 2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x + y = 0 \iff y = -3x$$

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{u}$.

     $$\begin{cases} y & = 2x \\ 6x - y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x + y & = 0 \\ 6x - 3y & = 0 \end{cases} \qquad -2x + y = 0 \iff y = 2x$$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = -3\overrightarrow{v}$.

     $$\begin{cases} y & = -3x \\ 6x - y & = -3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + y & = 0 \\ 6x + 2y & = 0 \end{cases} \qquad 3x + y = 0 \iff y = -3x$$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Détermine une base β où la la matrice de l'application f est diagonale.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Détermine une base β où la la matrice de l'application f est diagonale.

   Dans la base $\beta = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \right)$

5. Détermine la matrice de f dans la base β.

Exercice n° 5: On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Détermine une base β où la la matrice de l'application f est diagonale.

   Dans la base $\beta = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \right)$

5. Détermine la matrice de f dans la base β.

   $\underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

Exercice nº 6: On considère l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} =$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} 3x & = 3x \\ x + 2y & = 3y \end{cases}$$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} 3x & = 3x \\ x+2y & = 3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 0 & = 0 \\ x-y & = 0 \end{cases}$$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f:\begin{array}{ccc}\mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2\\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix}3x\\ x+2y\end{pmatrix}\end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix}3-\lambda & 0\\ 1 & 2-\lambda\end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} 3x & = 3x\\ x+2y & = 3y\end{cases} \qquad \begin{cases} 0 & = 0\\ x-y & = 0\end{cases} \qquad x = y$$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

$$\begin{cases} 3x & = 3x \\ x+2y & = 3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 0 & = 0 \\ x-y & = 0 \end{cases} \qquad x = y$$

En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

     $$\begin{cases} 3x & = 3x \\ x+2y & = 3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 0 & = 0 \\ x-y & = 0 \end{cases} \qquad x = y$$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{v}$.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

     $\begin{cases} 3x & = 3x \\ x+2y & = 3y \end{cases} \quad \begin{cases} 0 & = 0 \\ x-y & = 0 \end{cases} \quad x = y$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{v}$.

     $\begin{cases} 3x & = 2x \\ x+2y & = 2y \end{cases}$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

     $$\begin{cases} 3x & = 3x \\ x+2y & = 3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 0 & = 0 \\ x-y & = 0 \end{cases} \qquad x = y$$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{v}$.

     $$\begin{cases} 3x & = 2x \\ x+2y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} x & = 0 \\ x & = 0 \end{cases}$$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \binom{x}{y} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

1. Détermine ses valeurs propres. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(2-\lambda) - 0 = \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$

   $\Delta = 1$ d'où $\lambda_1 = \dfrac{5+1}{2} = 3$ et $\lambda_2 = \dfrac{5-1}{2} = 2$

2. Détermine un vecteur propre associé à chaque des valeurs propres.
   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{u} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 3\overrightarrow{u}$.

     $$\begin{cases} 3x & = 3x \\ x+2y & = 3y \end{cases} \qquad \begin{cases} 0 & = 0 \\ x-y & = 0 \end{cases} \qquad x = y$$

     En prenant $x = 1$ on obtient $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   - On cherche un vecteur $\overrightarrow{v} = \binom{x}{y}$ tel que $f(\overrightarrow{u}) = 2\overrightarrow{v}$.

     $$\begin{cases} 3x & = 2x \\ x+2y & = 2y \end{cases} \qquad \begin{cases} x & = 0 \\ x & = 0 \end{cases}$$

     En prenant $y = 1$ on obtient $\overrightarrow{v} = \binom{0}{1}$.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire f :
$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$$

3. Détermine une base β où la la matrice de l'application f est diagonale.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire f : $\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

3. Détermine une base β où la la matrice de l'application f est diagonale.

Dans la base $\beta = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire f : $\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

3. Détermine une base β où la la matrice de l'application f est diagonale.

   Dans la base $\beta = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

4. Détermine la matrice de f dans la base β.

Exercice n° 6: On considère l'application linéaire $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & \longmapsto & \begin{pmatrix} 3x \\ x+2y \end{pmatrix} \end{array}$

3. Détermine une base β où la la matrice de l'application f est diagonale.

   Dans la base $\beta = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

4. Détermine la matrice de f dans la base β.

   $\underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Propriété

Si dans une base β, la matrice d'une application linéaire f est triangulaire :

$$\underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a_{n-1,n} \\ 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix} \text{ ou } \underset{\beta}{\mathrm{mat}}(f) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ a_{n1} & \dots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Alors ses valeurs propres sont les valeurs portées par sa diagonale.

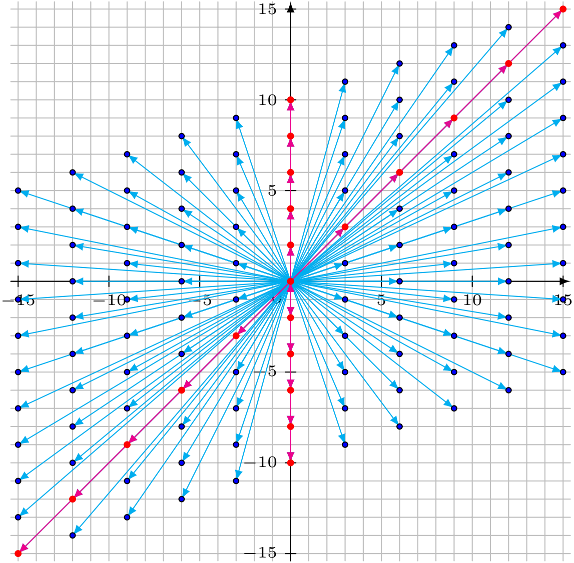
Propriété

Si dans une base β, la matrice d'une application linéaire f est triangulaire :

$$\underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a_{n-1,n} \\ 0 & \dots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix} \text{ ou } \underset{\beta}{\text{mat}}(f) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ a_{n1} & \dots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Alors ses valeurs propres sont les valeurs portées par sa diagonale.

Exemple n° 4 : Dans l'exemple précédent, la matrice de f est $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, ses valeurs propres sont donc 3 et 2.


15
10
5
−5
−10
−15
−15
−10
−5
0
5
10
15