Chap 5 : Statistiques inférentielles :

Test de validité d'hypothèses.

Nous parlerons de tests de comparaisons d'un paramètre à une norme ou une spécification :

Nous parlerons de tests de comparaisons d'un paramètre à une norme ou une spécification :

Par exemple :

- Lorsqu'un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie d'une bougie est de 8h. On testera cette information en la comparant à la moyenne $\overline{x}$ d'un échantillon.

Nous parlerons de tests de comparaisons d'un paramètre à une norme ou une spécification :

Par exemple :

- Lorsqu'un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie d'une bougie est de 8h. On testera cette information en la comparant à la moyenne $\overline{x}$ d'un échantillon.
- Lorsque la proportion de pièces défectueuses fabriquées par une machine ne doit pas dépasser 2%. On testera cette information en la comparant à la proportion $\hat{p}$ d'un échantillon.

Nous parlerons de tests de comparaisons d'un paramètre à une norme ou une spécification :

Par exemple :

- Lorsqu'un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie d'une bougie est de 8h. On testera cette information en la comparant à la moyenne $\overline{x}$ d'un échantillon.
- Lorsque la proportion de pièces défectueuses fabriquées par une machine ne doit pas dépasser 2%. On testera cette information en la comparant à la proportion $\hat{p}$ d'un échantillon.

Nous parlerons de tests de comparaisons entre deux paramètres de même nature, associés à deux populations.

Nous parlerons de tests de comparaisons d'un paramètre à une norme ou une spécification :

Par exemple :

- Lorsqu'un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie d'une bougie est de 8h. On testera cette information en la comparant à la moyenne $\overline{x}$ d'un échantillon.
- Lorsque la proportion de pièces défectueuses fabriquées par une machine ne doit pas dépasser 2%. On testera cette information en la comparant à la proportion $\hat{p}$ d'un échantillon.

Nous parlerons de tests de comparaisons entre deux paramètres de même nature, associés à deux populations.

Par exemple :

- En comparant, à l'aide de deux échantillons, la durée moyenne de séchage de deux peintures de marques différentes.

I. Variables d'échantillonnages.

Nous parlerons de tests de comparaisons d'un paramètre à une norme ou une spécification :

Par exemple :

- Lorsqu'un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie d'une bougie est de 8h. On testera cette information en la comparant à la moyenne $\overline{x}$ d'un échantillon.
- Lorsque la proportion de pièces défectueuses fabriquées par une machine ne doit pas dépasser 2%. On testera cette information en la comparant à la proportion $\hat{p}$ d'un échantillon.

Nous parlerons de tests de comparaisons entre deux paramètres de même nature, associés à deux populations.

Par exemple :

- En comparant, à l'aide de deux échantillons, la durée moyenne de séchage de deux peintures de marques différentes.
- En comparant, à l'aide de deux échantillons, la proportion de réussite au baccalauréat entre les filles et les garçons.

1. Etude du déroulement d'un test d'hypothèses de comparaison de moyenne.

Soit une population pour laquelle, théoriquement la moyenne μ de la variable X est égale à μ_0.

1. Etude du déroulement d'un test d'hypothèses de comparaison de moyenne.

Soit une population pour laquelle, théoriquement la moyenne μ de la variable X est égale à μ_0. On va tester l'exactitude de cette valeur théorique. Pour ce faire, on va la comparer à la moyenne m prise par X sur un échantillon.

1. Etude du déroulement d'un test d'hypothèses de comparaison de moyenne.

Soit une population pour laquelle, théoriquement la moyenne μ de la variable X est égale à μ_0.
On va tester l'exactitude de cette valeur théorique. Pour ce faire, on va la comparer à la moyenne m prise par X sur un échantillon.

Nous sommes donc en présence de deux hypothèses possibles :

1. Etude du déroulement d'un test d'hypothèses de comparaison de moyenne.

Soit une population pour laquelle, théoriquement la moyenne μ de la variable X est égale à μ_0. On va tester l'exactitude de cette valeur théorique. Pour ce faire, on va la comparer à la moyenne m prise par X sur un échantillon.

Nous sommes donc en présence de deux hypothèses possibles :

- L'hypothèse nulle, hypothèse du statu quo, que nous noterons H_0 signifiant qu'il n'y a aucune différence, aucun changement, que « μ_0 est exacte ».

1. Etude du déroulement d'un test d'hypothèses de comparaison de moyenne.

Soit une population pour laquelle, théoriquement la moyenne μ de la variable X est égale à μ_0. On va tester l'exactitude de cette valeur théorique. Pour ce faire, on va la comparer à la moyenne m prise par X sur un échantillon.

Nous sommes donc en présence de deux hypothèses possibles :

- L'hypothèse nulle, hypothèse du statu quo, que nous noterons H_0 signifiant qu'il n'y a aucune différence, aucun changement, que « μ_0 est exacte ».
- L'hypothèse **alternative**, que nous noterons H_1, signifiant qu'un changement est survenu, qu'il y a une différence, que « μ_0 est inexacte ».

1. Etude du déroulement d'un test d'hypothèses de comparaison de moyenne.

Soit une population pour laquelle, théoriquement la moyenne μ de la variable X est égale à μ_0. On va tester l'exactitude de cette valeur théorique. Pour ce faire, on va la comparer à la moyenne m prise par X sur un échantillon.

Nous sommes donc en présence de deux hypothèses possibles :

- L'hypothèse nulle, hypothèse du statu quo, que nous noterons H_0 signifiant qu'il n'y a aucune différence, aucun changement, que « μ_0 est exacte ».
- L'hypothèse **alternative**, que nous noterons H_1, signifiant qu'un changement est survenu, qu'il y a une différence, que « μ_0 est inexacte ».

Paires d'hypothèses possibles relativement à une moyenne

Test **bilatéral :**	Test **unilatéral** à droite :	Test **unilatéral** à gauche :
$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$H_1 : \mu > \mu_0$	$H_1 : \mu < \mu_0$

Exemple n° 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h.

Exemple n° 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h. Une association de consommateur se demande si cette durée est exacte.

Exemple n° 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h. Une association de consommateur se demande si cette durée est exacte. On suppose l'écart-type σ connu.

Exemple n° 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h. Une association de consommateur se demande si cette durée est exacte. On suppose l'écart-type σ connu.

Soit X la durée de vie d'une bougie : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 8 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu \neq 8 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Exemple n^o 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h. Une association de consommateur se demande si cette durée est exacte. On suppose l'écart-type σ connu.

Soit X la durée de vie d'une bougie : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 8 \text{ (hypothèse nulle)} \\ \\ H_1 : \ \mu \neq 8 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = \mu_0$, on choisit au hasard un échantillon, de taille $n \geqslant 30$, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ afin de la comparer à $\mu_0 = 8$.

Exemple n° 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h. Une association de consommateur se demande si cette durée est exacte. On suppose l'écart-type σ connu.

Soit X la durée de vie d'une bougie : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 8 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu \neq 8 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = \mu_0$, on choisit au hasard un échantillon, de taille $n \geqslant 30$, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ afin de la comparer à $\mu_0 = 8$.

Première ébauche d'une règle de décision :

- Si la moyenne observée $\overline{x}$ est « près » de la valeur $\mu_0 = 8$, alors on accepte l'hypothèse H

Exemple n° 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h. Une association de consommateur se demande si cette durée est exacte. On suppose l'écart-type σ connu.

Soit X la durée de vie d'une bougie : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 8 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu \neq 8 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = \mu_0$, on choisit au hasard un échantillon, de taille $n \geqslant 30$, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ afin de la comparer à $\mu_0 = 8$.

Première ébauche d'une règle de décision :

- Si la moyenne observée $\overline{x}$ est « près » de la valeur $\mu_0 = 8$, alors on accepte l'hypothèse H
- Si la moyenne observée $\overline{x}$ est « loin » de la valeur $\mu_0 = 8$, alors on rejette l'hypothèse H_0

Exemple n° 1 : Un fabricant déclare que la moyenne de durée de vie de ses bougies est de 8h. Une association de consommateur se demande si cette durée est exacte. On suppose l'écart-type σ connu.

Soit X la durée de vie d'une bougie : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 8 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu \neq 8 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = \mu_0$, on choisit au hasard un échantillon, de taille $n \geqslant 30$, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ afin de la comparer à $\mu_0 = 8$.

Première ébauche d'une règle de décision :

- Si la moyenne observée $\overline{x}$ est « près » de la valeur $\mu_0 = 8$, alors on accepte l'hypothèse H
- Si la moyenne observée $\overline{x}$ est « loin » de la valeur $\mu_0 = 8$, alors on rejette l'hypothèse H_0

Mais, que signifient « $\overline{x}$ est près de $\mu_0 = 8$ » ou « $\overline{x}$ est loin de $\mu_0 = 8$ » ?

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha$$

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \text{ soit } P\left(\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \overline{X} \leqslant \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \text{ soit } P\left(\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \overline{X} \leqslant \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

Autrement dit, pour un $\alpha \in]0, 1[$ donné, la probabilité que la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'échantillon soit dans l'intervalle

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \text{ soit } P\left(\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \overline{X} \leqslant \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

Autrement dit, pour un $\alpha \in]0, 1[$ donné, la probabilité que la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'échantillon soit dans l'intervalle **d'acceptation de (H_0) :**

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \text{ soit } P\left(\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \overline{X} \leqslant \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

Autrement dit, pour un $\alpha \in]0,1[$ donné, la probabilité que la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'échantillon soit dans l'intervalle **d'acceptation de (H_0) :**

$$\textbf{IA} = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \text{ soit } P\left(\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \overline{X} \leqslant \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

Autrement dit, pour un $\alpha \in]0, 1[$ donné, la probabilité que la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'échantillon soit dans l'intervalle **d'acceptation de (H_0) :**

$$\textbf{IA} = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

est égale à $1-\alpha$.

Plaçons nous dans le cas où l'hypothèse H_0 est vraie :

On a vu dans le chapitre précédent que $\overline{X}$ suit approximativement une loi $\mathcal{N}\left(\mu_0, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

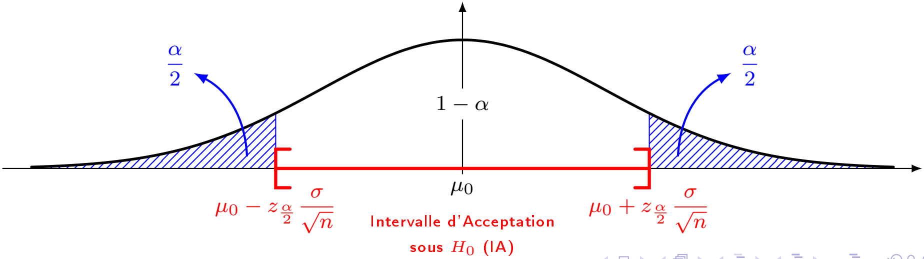
Pour un α donné, il existe un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ tel que :

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leqslant \frac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha \text{ soit } P\left(\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leqslant \overline{X} \leqslant \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

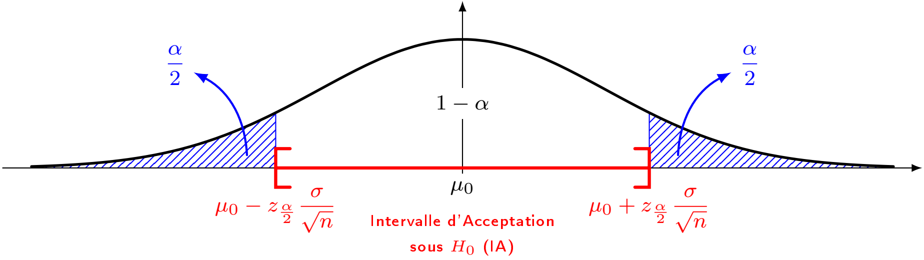
Autrement dit, pour un $\alpha \in]0, 1[$ donné, la probabilité que la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'échantillon soit dans l'intervalle **d'acceptation de (H_0) :**

$$\textbf{IA} = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

est égale à $1-\alpha$.



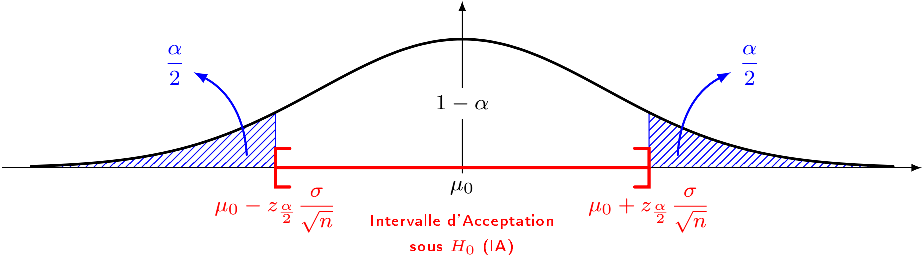
$$I = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$



IA n'est pas un intervalle de confiance.

I. Variables d'échantillonnages.

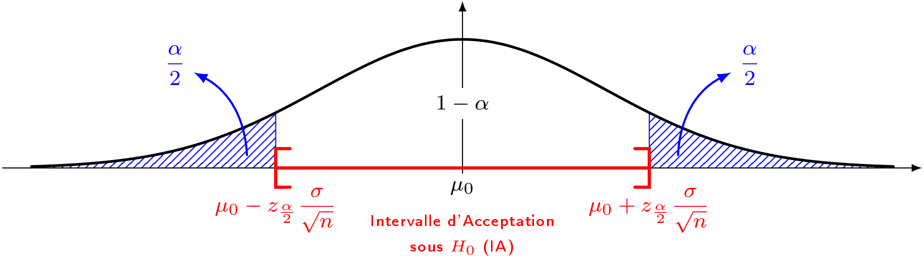
$$I = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$



IA n'est pas un intervalle de confiance. On a supposé que l'hypothèse H_0 était vraie.

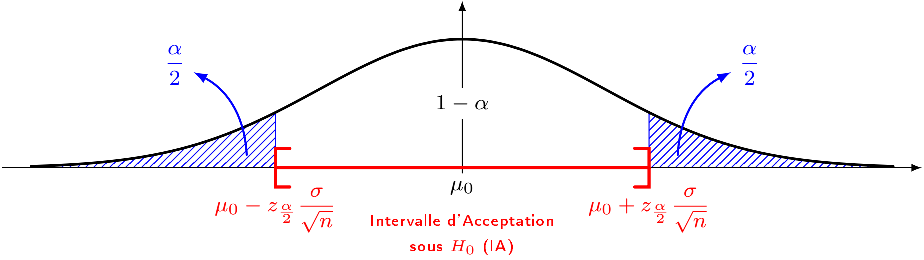
I. Variables d'échantillonnages.

$$I = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$



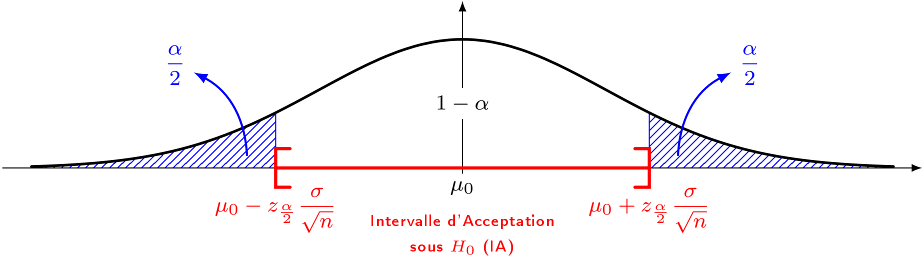
IA n'est pas un intervalle de confiance. On a supposé que l'hypothèse H_0 était vraie. Donc que la moyenne dans la population était bien μ_0, dans notre exemple $\mu_0 = 8$.

$$I = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$



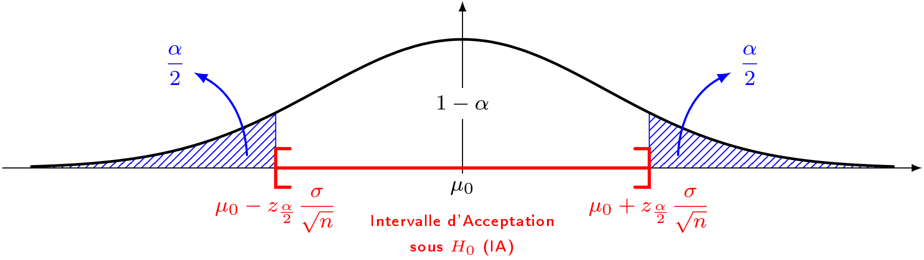
IA n'est pas un intervalle de confiance. On a supposé que l'hypothèse H_0 était vraie. Donc que la moyenne dans la population était bien μ_0, dans notre exemple $\mu_0 = 8$. Lorsqu'on prend un échantillon, il est « plus ou moins représentatif » :

$$I = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$



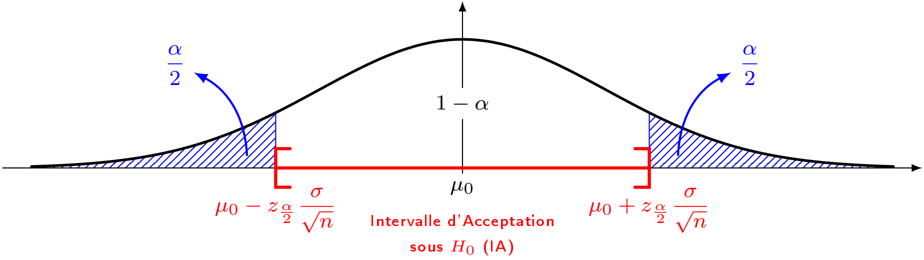
IA n'est pas un intervalle de confiance. On a supposé que l'hypothèse H_0 était vraie. Donc que la moyenne dans la population était bien μ_0, dans notre exemple $\mu_0 = 8$. Lorsqu'on prend un échantillon, il est « plus ou moins représentatif » : la moyenne observée sur l'échantillon est « plus ou moins proche » de celle de la population.

$$I = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

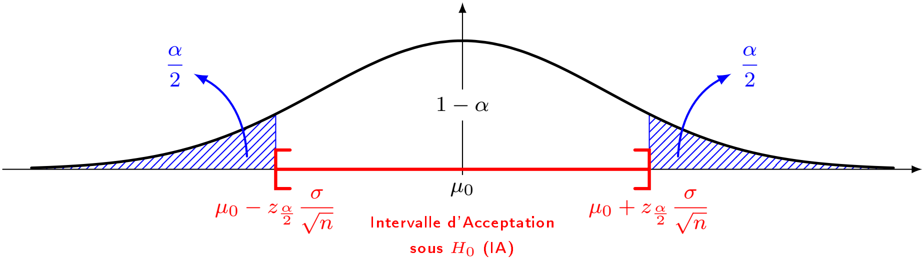


IA n'est pas un intervalle de confiance. On a supposé que l'hypothèse H_0 était vraie. Donc que la moyenne dans la population était bien μ_0, dans notre exemple $\mu_0 = 8$. Lorsqu'on prend un échantillon, il est « plus ou moins représentatif » : la moyenne observée sur l'échantillon est « plus ou moins proche » de celle de la population. Cette variation, cette fluctuation de la moyenne observée autour de la moyenne μ_0 est appelée la fluctuation d'échantillonnage.

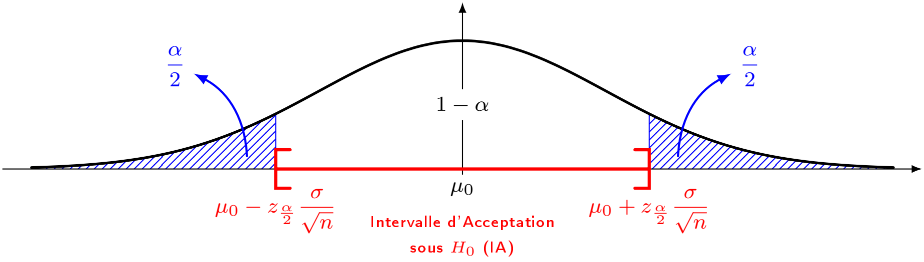
$$I = \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$



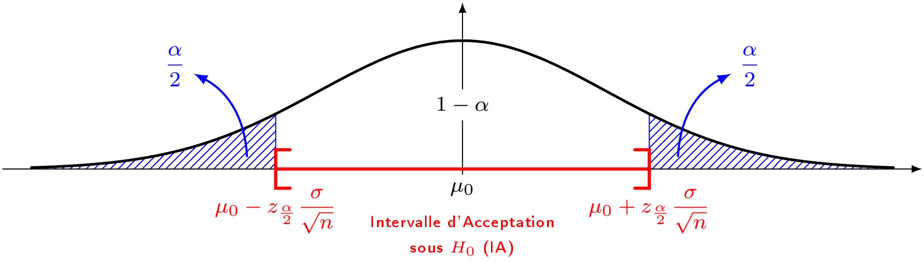
IA n'est pas un intervalle de confiance. On a supposé que l'hypothèse H_0 était vraie. Donc que la moyenne dans la population était bien μ_0, dans notre exemple $\mu_0 = 8$. Lorsqu'on prend un échantillon, il est « plus ou moins représentatif » : la moyenne observée sur l'échantillon est « plus ou moins proche » de celle de la population. Cette variation, cette fluctuation de la moyenne observée autour de la moyenne μ_0 est appelée la fluctuation d'échantillonnage. L'intervalle d'acceptation IA est un intervalle de **fluctuation d'échantillon**.



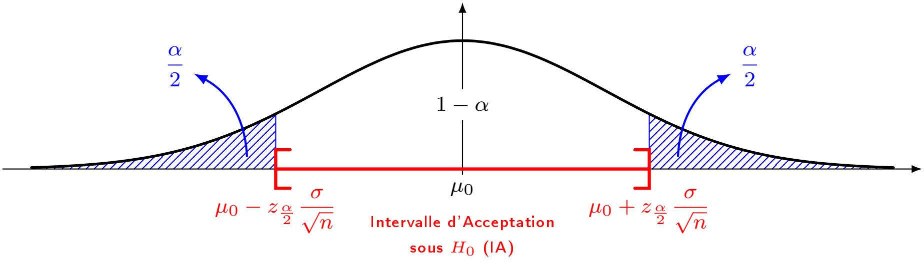
Si on choisit, par exemple, $\alpha = 5\%$.



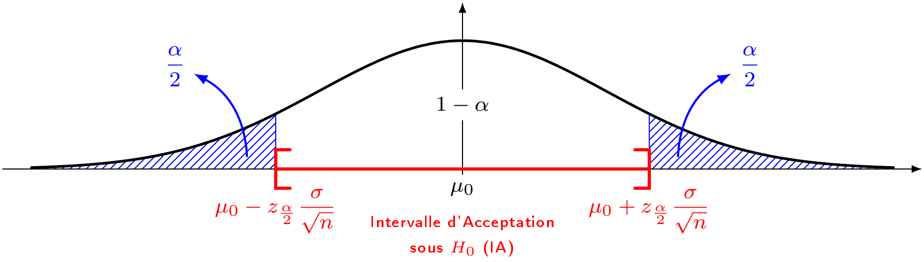
Si on choisit, par exemple, $\alpha = 5\%$. On sait que 95% des moyennes observées dans les échantillons seront comprise dans l'intervalle IA$= [\mu_0 - \ldots , \mu_0 + \ldots]$.



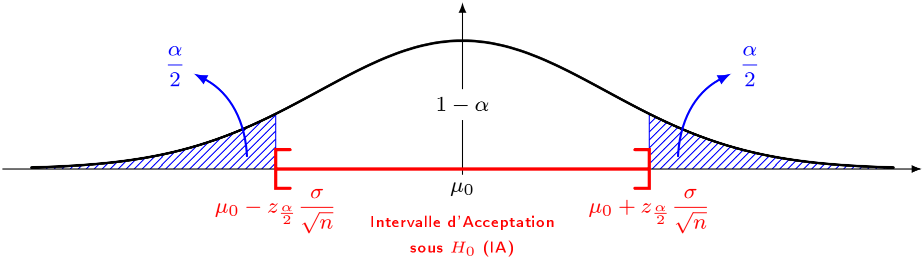
Si on choisit, par exemple, $\alpha = 5\%$. On sait que 95% des moyennes observées dans les échantillons seront comprise dans l'intervalle IA$= [\mu_0 - \ldots, \mu_0 + \ldots]$. On peut donc émettre un jugement en décidant que, si dans notre échantillon, la moyenne observée $\overline{x}$ n'est pas dans I, alors l'hypothèse H_0 est fausse.



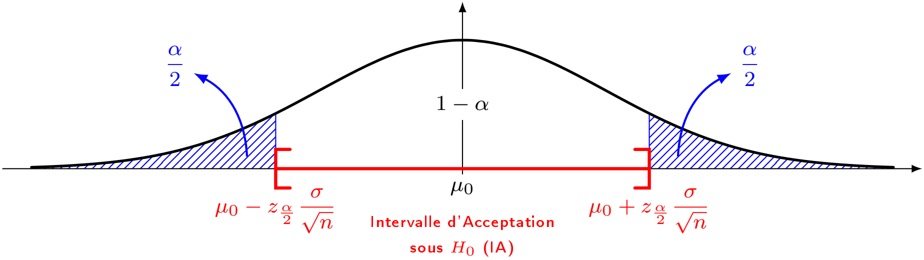
Si on choisit, par exemple, $\alpha = 5\%$. On sait que 95% des moyennes observées dans les échantillons seront comprise dans l'intervalle IA$= [\mu_0 - \dots, \mu_0 + \dots]$. On peut donc émettre un jugement en décidant que, si dans notre échantillon, la moyenne observée $\overline{x}$ n'est pas dans I, alors l'hypothèse H_0 est fausse. Autrement dit, que la moyenne dans la population n'est pas μ_0.



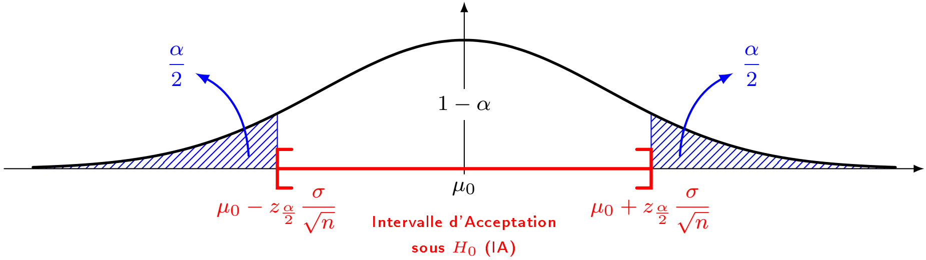
Si on choisit, par exemple, $\alpha = 5\%$. On sait que 95% des moyennes observées dans les échantillons seront comprise dans l'intervalle IA$= [\mu_0 - \dots , \mu_0 + \dots]$. On peut donc émettre un jugement en décidant que, si dans notre échantillon, la moyenne observée $\overline{x}$ n'est pas dans I, alors l'hypothèse H_0 est fausse. Autrement dit, que la moyenne dans la population n'est pas μ_0. Mais, il se peut que l'échantillon prélevé ne soit pas représentatif (5% de chance), et que l'hypothèse H_0 soit quand même vraie. Le choix de la valeur de α revient à décider de ce qui relève de la fluctuation d'échantillon ou pas.



Si on choisit, par exemple, $\alpha = 5\%$. On sait que 95% des moyennes observées dans les échantillons seront comprise dans l'intervalle IA$= [\mu_0 - \dots, \mu_0 + \dots]$. On peut donc émettre un jugement en décidant que, si dans notre échantillon, la moyenne observée $\overline{x}$ n'est pas dans I, alors l'hypothèse H_0 est fausse. Autrement dit, que la moyenne dans la population n'est pas μ_0. Mais, il se peut que l'échantillon prélevé ne soit pas représentatif (5% de chance), et que l'hypothèse H_0 soit quand même vraie. Le choix de la valeur de α revient à décider de ce qui relève de la fluctuation d'échantillon ou pas. C'est un jugement de signification du test, et il est arbitraire.

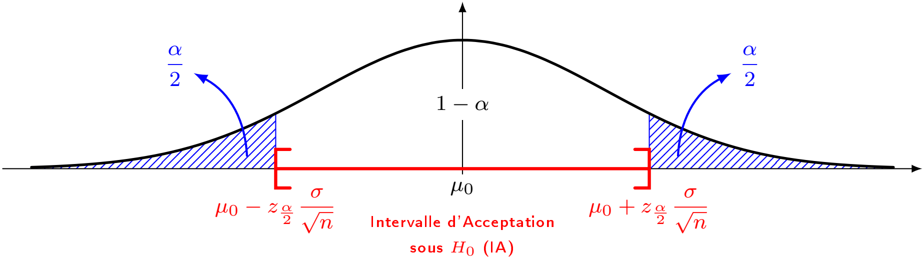


Deuxième ébauche d'une règle de décision :



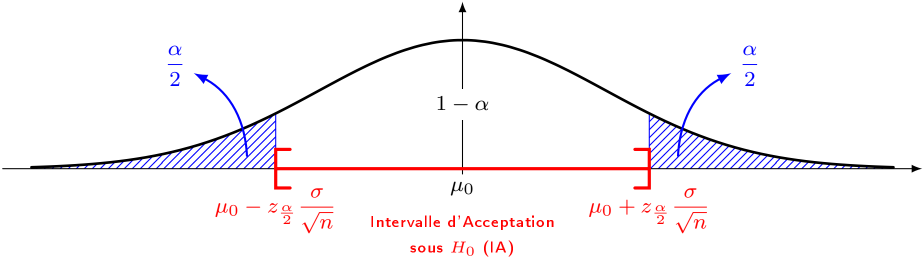
Deuxième ébauche d'une règle de décision :

- Si $\overline{x} \in$



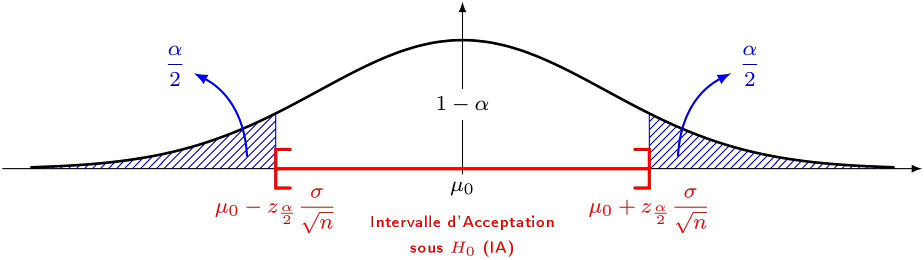
Deuxième ébauche d'une règle de décision :

- Si $\overline{x} \in$ **IA (intervalle d'acceptation)**, alors on accepte l'hypothèse H_0.



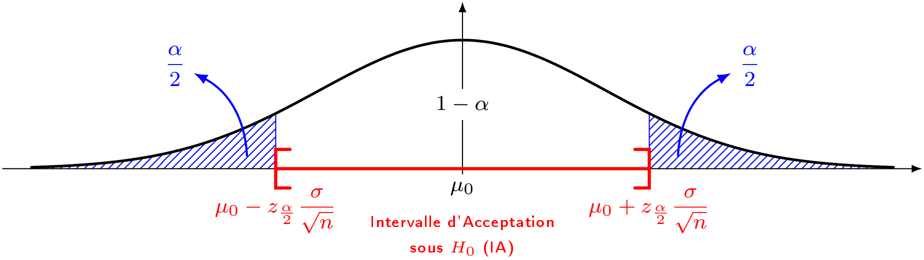
Deuxième ébauche d'une règle de décision :

- Si $\overline{x} \in$ **IA (intervalle d'acceptation)**, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\overline{x} \notin$



Deuxième ébauche d'une règle de décision :

- Si $\overline{x} \in$ **IA (intervalle d'acceptation)**, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\overline{x} \notin$ **IA**, alors on rejette l'hypothèse H_0.



Deuxième ébauche d'une règle de décision :

- Si $\overline{x} \in$ **IA (intervalle d'acceptation)**, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\overline{x} \notin$ **IA**, alors on rejette l'hypothèse H_0.

Définition:

α est appelé le **seuil de signification du test**

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h.

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}} =$

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} =$

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \dfrac{0,5}{\sqrt{50}} \simeq 0,14$

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \dfrac{0,5}{\sqrt{50}} \simeq 0,14$

$$\left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \, ; \, \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] =$$

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \dfrac{0,5}{\sqrt{50}} \simeq 0,14$

$$\left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [8 - 0,14 \; ; \; 8 + 0,14] =$$

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \dfrac{0,5}{\sqrt{50}} \simeq 0,14$

$$\left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ ; \ \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [8 - 0,14 \ ; \ 8 + 0,14] = \ [7,86 \ ; \ 8,14]$$

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \dfrac{0,5}{\sqrt{50}} \simeq 0,14$

$$\left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [8 - 0,14 \; ; \; 8 + 0,14] = [7,86 \; ; \; 8,14]$$

$\overline{x} = 7,68$

Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}}$ =**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \dfrac{0,5}{\sqrt{50}} \simeq 0,14$

$$\left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [8 - 0,14 \; ; \; 8 + 0,14] = [7,86 \; ; \; 8,14]$$

$\overline{x} = 7,68 \notin [7,86 \; ; \; 8,14]$ **donc, on rejette H_0.**

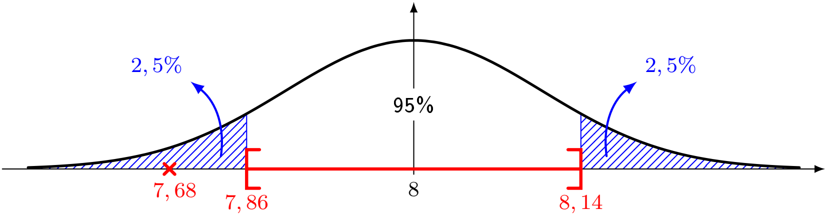
Dans notre exemple, le seuil de signification signifie que la moyenne observée $\overline{x}$ a moins de 5% de chances d'être obtenu par hasard.

Supposons, dans notre exemple, que $\sigma = 0,5$h, que l'échantillon soit de $n = 50$ bougies, et que la moyenne observée sur l'échantillon soit $\overline{x} = 7,68$h. On fixe $\alpha = 5\%$ soit $z_{\frac{\alpha}{2}} =$**1,96** (table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite).

On a : $z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \times \dfrac{0,5}{\sqrt{50}} \simeq 0,14$

$$\left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = [8 - 0,14 \; ; \; 8 + 0,14] = [7,86 \; ; \; 8,14]$$

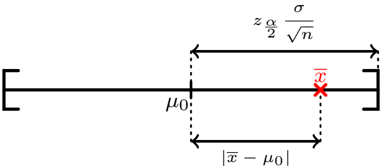
$\overline{x} = 7,68 \notin [7,86 \; ; \; 8,14]$ **donc, on rejette H_0.**



Test **bilatéral**

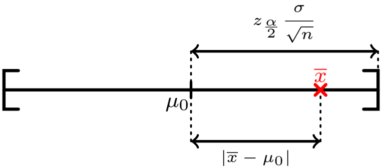
Formulons autrement cette règle de décision :

$$\overline{x} \in \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \iff$$



Formulons autrement cette règle de décision :

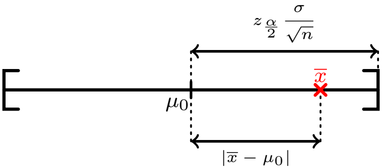
$$\overline{x} \in \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \iff$$



$$\iff \quad |\overline{x} - \mu_0| \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Formulons autrement cette règle de décision :

$$\overline{x} \in \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \iff$$



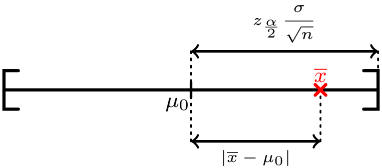
$$\iff \quad |\overline{x} - \mu_0| \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\iff \quad \frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$$

I. Variables d'échantillonnages.

Formulons autrement cette règle de décision :

$$\overline{x} \in \left[\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] \iff$$



$$\iff \quad |\overline{x} - \mu_0| \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\iff \quad \frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$$

Règle de décision :

- Si $\dfrac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\dfrac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on rejette l'hypothèse H_0.

Règle de décision :

- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} > z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on rejette l'hypothèse H_0.

> Reprenons notre exemple, au lieu d'écrire

Règle de décision :

- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} > z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on rejette l'hypothèse H_0.

Reprenons notre exemple, au lieu d'écrire

« $\overline{x} = 7,68 \notin [7,86\ ;\ 8,14]$ donc, on rejette H_0 »,

Règle de décision :

- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} > z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on rejette l'hypothèse H_0.

Reprenons notre exemple, au lieu d'écrire

$$\text{« } \overline{x} = 7,68 \notin [7,86\ ;\ 8,14] \text{ donc, on rejette } H_0 \text{ »},$$

on préférera :

Règle de décision :

- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} > z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on rejette l'hypothèse H_0.

> Reprenons notre exemple, au lieu d'écrire
>
> $$\text{« } \overline{x} = 7,68 \notin [7,86\ ;\ 8,14] \text{ donc, on rejette } H_0 \text{ »},$$
>
> on préférera :
>
> $$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|7,68-8|}{\dfrac{0,5}{\sqrt{50}}} \simeq 4,53 > z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

Règle de décision :

- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on accepte l'hypothèse H_0.
- Si $\dfrac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} > z_{\frac{\alpha}{2}}$, alors on rejette l'hypothèse H_0.

Reprenons notre exemple, au lieu d'écrire

« $\overline{x} = 7,68 \notin [7,86\ ;\ 8,14]$ donc, on rejette H_0 »,

on préférera :

$$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|7,68-8|}{\dfrac{0,5}{\sqrt{50}}} \simeq 4,53 > z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96 \text{ donc, on rejette } H_0.$$

Définition:

Lors d'un test, on commet une erreur de **1er espèce** lorsqu'on décide de rejeter l'hypothèse H_0 alors qu'elle est vraie. La probabilité de cette erreur est notée α :

Définition:

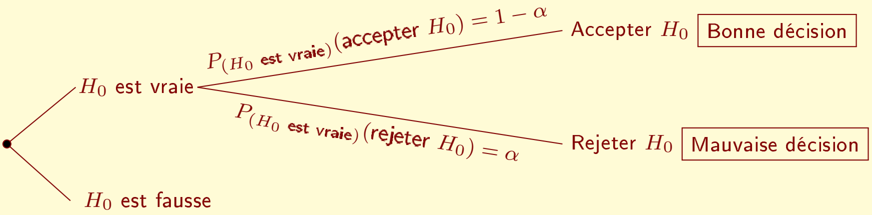
Lors d'un test, on commet une erreur de **1^er^ espèce** lorsqu'on décide de rejeter l'hypothèse H_0 alors qu'elle est vraie. La probabilité de cette erreur est notée α :

$$\alpha = P_{(H_0 \text{ est vraie})}(\textbf{rejeter} H_0)$$

Définition:

Lors d'un test, on commet une erreur de **1er espèce** lorsqu'on décide de rejeter l'hypothèse H_0 alors qu'elle est vraie. La probabilité de cette erreur est notée α :

$$\alpha = P_{(H_0 \text{ est vraie})}(\textbf{rejeter} H_0)$$



Exemple n° 2 : La durée de vie d'une certaine marque de lampe était de 2500h en 2015. Suite à des avancées technologiques, on pense que la durée de vie de la nouvelle génération de ces lampes a augmenté.

Exemple n° 2 : La durée de vie d'une certaine marque de lampe était de 2500h en 2015. Suite à des avancées technologiques, on pense que la durée de vie de la nouvelle génération de ces lampes a augmenté. On sait que la durée de vie de ces lampes suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 30$h.

Exemple n° 2 : La durée de vie d'une certaine marque de lampe était de 2500h en 2015. Suite à des avancées technologiques, on pense que la durée de vie de la nouvelle génération de ces lampes a augmenté. On sait que la durée de vie de ces lampes suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 30$h.

Soit X la durée de vie d'une lampe : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu > 2500 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Exemple n° 2 : La durée de vie d'une certaine marque de lampe était de 2500h en 2015. Suite à des avancées technologiques, on pense que la durée de vie de la nouvelle génération de ces lampes a augmenté. On sait que la durée de vie de ces lampes suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 30$h.

Soit X la durée de vie d'une lampe : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu > 2500 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

Exemple n° 2 : La durée de vie d'une certaine marque de lampe était de 2500h en 2015. Suite à des avancées technologiques, on pense que la durée de vie de la nouvelle génération de ces lampes a augmenté. On sait que la durée de vie de ces lampes suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 30$h.

Soit X la durée de vie d'une lampe : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu > 2500 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

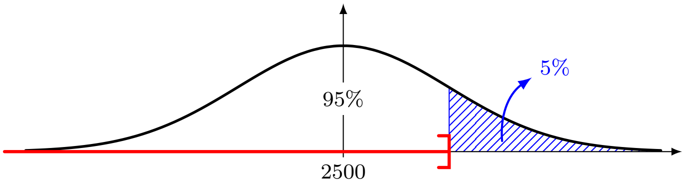
On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.

Exemple n° 2 : La durée de vie d'une certaine marque de lampe était de 2500h en 2015. Suite à des avancées technologiques, on pense que la durée de vie de la nouvelle génération de ces lampes a augmenté. On sait que la durée de vie de ces lampes suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 30$h.

Soit X la durée de vie d'une lampe : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu > 2500 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

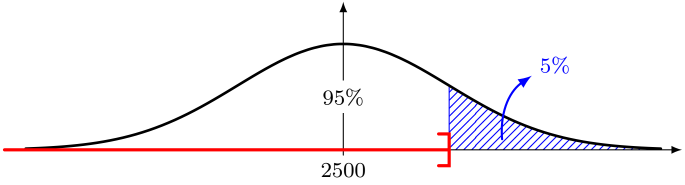
On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.



Test **unilatéral à droite**

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

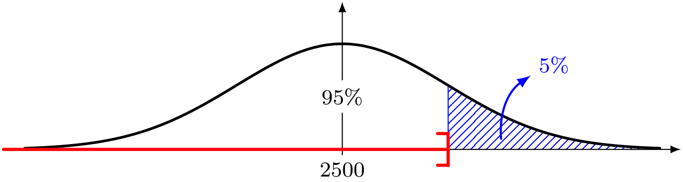
On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :



Test **unilatéral à droite**

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :

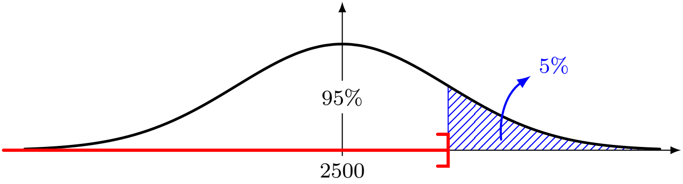


Test **unilatéral à droite**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :

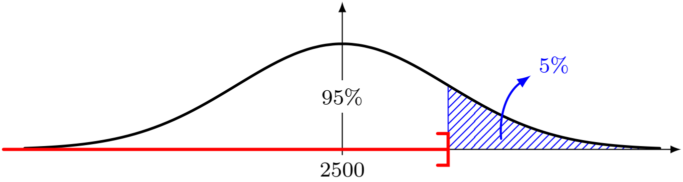


Test **unilatéral à droite**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :



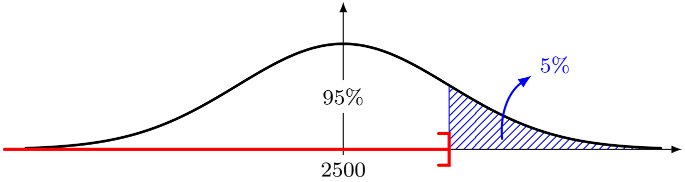
Test **unilatéral à droite**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

$$\frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} =$$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :



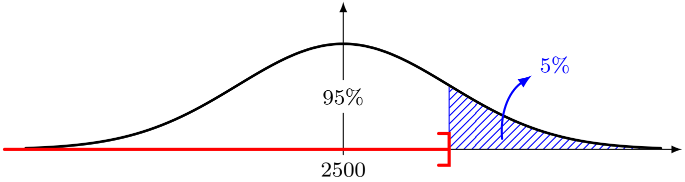
Test **unilatéral à droite**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

$$\frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|2584 - 2500|}{\frac{30}{\sqrt{64}}} =$$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :



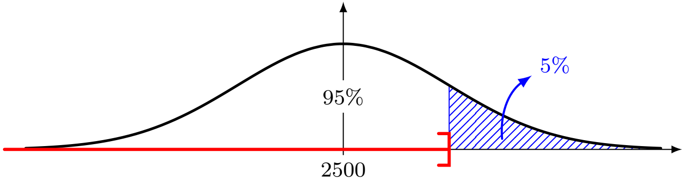
Test **unilatéral à droite**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

$$\frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|2584 - 2500|}{\frac{30}{\sqrt{64}}} = 22,4 > z_\alpha = 1,645 \textbf{ donc,}$$

Pour confronter l'hypothèse nulle, $\mu = 2500$, on choisit au hasard un échantillon de 64 lampes, on y calcule la moyenne $\overline{x}$ de leurs durées de vie qui est égale à 2584 heures.

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :



Test **unilatéral à droite**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

$$\frac{|\overline{x} - \mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|2584 - 2500|}{\frac{30}{\sqrt{64}}} = 22,4 > z_\alpha = 1,645 \textbf{ donc, on accepte } H_1.$$

Exemple n° 3 : La durée moyenne d'une opération par un robot de soudage était de 36,24 secondes.

Exemple n° 3 : La durée moyenne d'une opération par un robot de soudage était de 36,24 secondes. Après un réglage, sur un échantillon de 42 opérations, la durée moyenne est de 36,16 secondes.

Exemple n° 3 : La durée moyenne d'une opération par un robot de soudage était de 36,24 secondes. Après un réglage, sur un échantillon de 42 opérations, la durée moyenne est de 36,16 secondes. Sachant que le temps d'une opération suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 0,15$ seconde.

Exemple n° 3 : La durée moyenne d'une opération par un robot de soudage était de 36,24 secondes. Après un réglage, sur un échantillon de 42 opérations, la durée moyenne est de 36,16 secondes. Sachant que le temps d'une opération suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 0,15$ seconde.

Soit X la durée moyenne d'une opération : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 36,24 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu < 36,24 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

Exemple n° 3 : La durée moyenne d'une opération par un robot de soudage était de 36,24 secondes. Après un réglage, sur un échantillon de 42 opérations, la durée moyenne est de 36,16 secondes. Sachant que le temps d'une opération suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 0,15$ seconde.

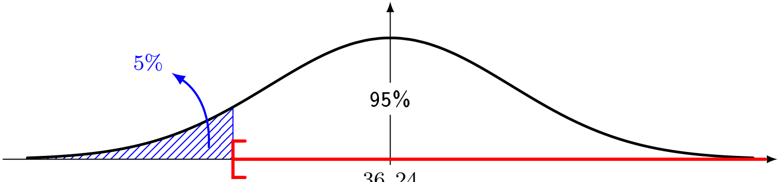
Soit X la durée moyenne d'une opération : $\left| \begin{array}{l} H_0 \ : \ \ \mu = 36,24 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 \ : \ \ \mu < 36,24 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :

Exemple n° 3 : La durée moyenne d'une opération par un robot de soudage était de 36,24 secondes. Après un réglage, sur un échantillon de 42 opérations, la durée moyenne est de 36,16 secondes. Sachant que le temps d'une opération suit une loi normale d'écart-type $\sigma = 0,15$ seconde.

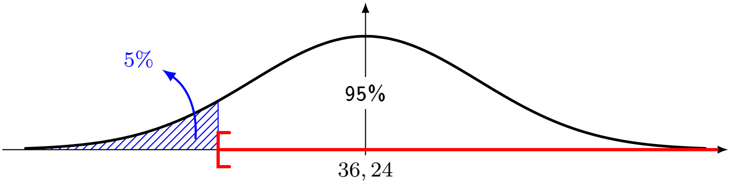
Soit X la durée moyenne d'une opération : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 36,24 \text{ (hypothèse nulle)} \\ H_1 : \ \mu < 36,24 \text{ (hypothèse alternative)} \end{array} \right.$

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5% :



Test **unilatéral à gauche**

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.

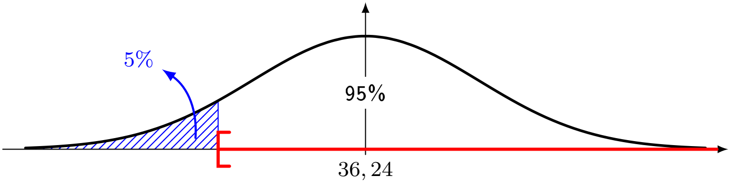


Test **unilatéral à gauche**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.



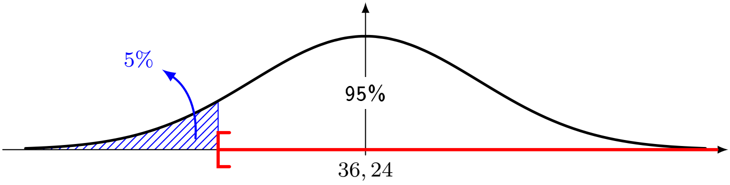
Test **unilatéral à gauche**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :

$$\frac{\overline{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} =$$

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.

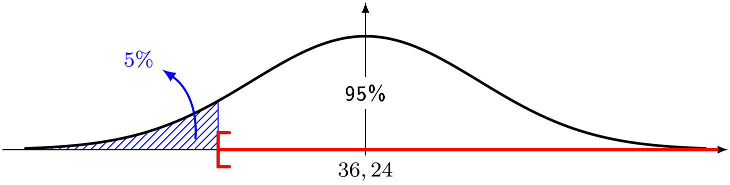


Test **unilatéral à gauche**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :
$$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{36,16-36,24}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = -3,456 < -z_\alpha = -1,645 \textbf{ donc,}$$

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.

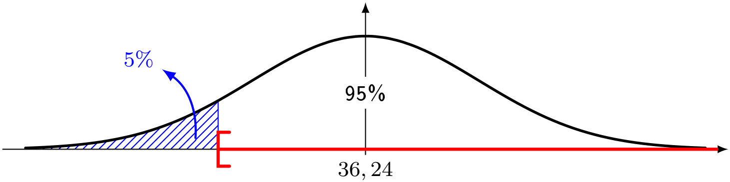


Test **unilatéral à gauche**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :
$$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{36,16-36,24}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = -3,456 < -z_\alpha = -1,645$$ **donc, on accepte H_1.**

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.



Test **unilatéral à gauche**

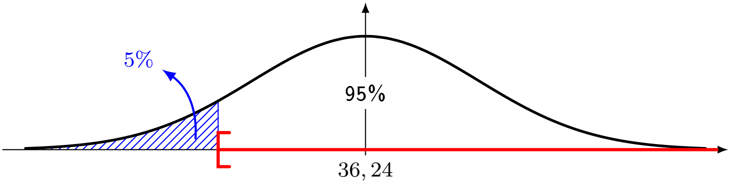
Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :

$$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{36,16-36,24}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = -3,456 < -z_\alpha = -1,645 \textbf{ donc, on accepte } H_1.$$

- Mais, le test utilise une valeur absolue, ce qui évite les erreurs de signes :

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.

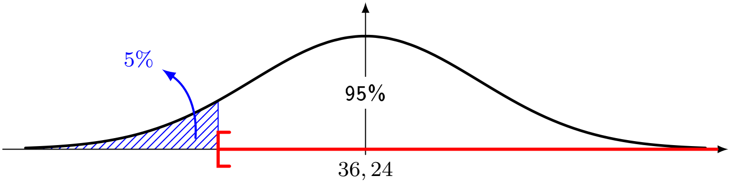


Test **unilatéral à gauche**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :
$$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{36,16-36,24}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = -3,456 < -z_\alpha = -1,645 \textbf{ donc, on accepte } H_1\textbf{.}$$
- Mais, le test utilise une valeur absolue, ce qui évite les erreurs de signes :
$$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} =$$

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.

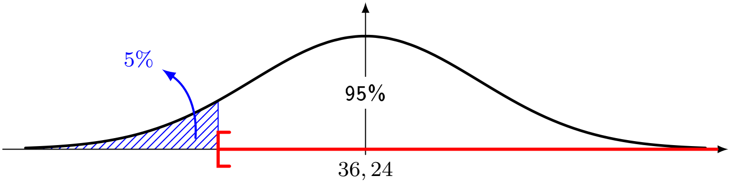


Test **unilatéral à gauche**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :
$$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{36,16-36,24}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = -3,456 < -z_\alpha = -1,645 \textbf{ donc, on accepte } H_1.$$
- Mais, le test utilise une valeur absolue, ce qui évite les erreurs de signes :
$$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|36,16-36,24|}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = 3,456 > z_\alpha = 1,645 \textbf{ donc,}$$

On va tester ces hypothèses avec un seuil de signification de 5%.



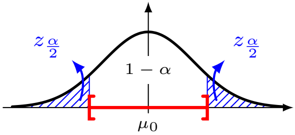
Test **unilatéral à gauche**

Dans la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite, on va prendre $\alpha =$**10%**, on trouve $z_\alpha =$**1,645**.

- Si on ne mettait pas de valeur absolue, le test unilatéral à gauche serait :
$$\frac{\overline{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{36,16-36,24}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = -3,456 < -z_\alpha = -1,645 \text{ **donc, on accepte** } H_1.$$
- Mais, le test utilise une valeur absolue, ce qui évite les erreurs de signes :
$$\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|36,16-36,24|}{\frac{0,15}{\sqrt{42}}} = 3,456 > z_\alpha = 1,645 \text{ **donc, on accepte** } H_1.$$

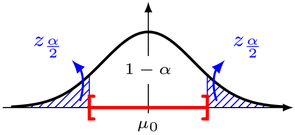
Test bilatéral :

$$H_0 : \ \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \ \mu \neq \mu_0$$



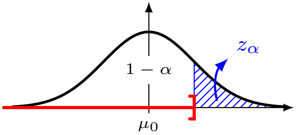
Test bilatéral :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$



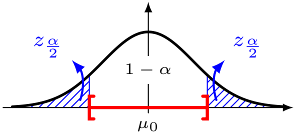
Test unilatéral à droite :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$



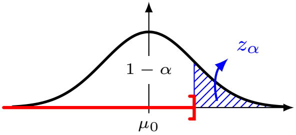
Test bilatéral :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$



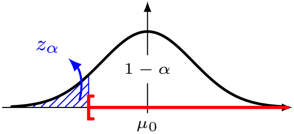
Test unilatéral à droite :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$



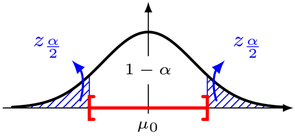
Test unilatéral à gauche :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$



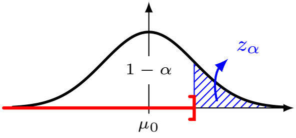
Test bilatéral :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$



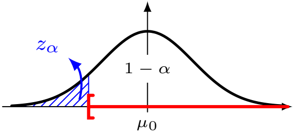
Test unilatéral à droite :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu > \mu_0$$



Test unilatéral à gauche :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu < \mu_0$$



Tests unilatéraux

- Pour les tests unilatéraux, on utilise la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite en doublant la valeur de α car on met toute l'erreur du même côté.
- Pour le test unilatéral à gauche, on utilise le même protocole que le test unilatéral à droite.

Fixer le seuil de signification α c'est :

- déterminer ce qu'on est prêt à accepter comme probabilité de commettre l'erreur de 1^er^ espèce ;
- déterminer les zones d'acceptation et de rejet de H_0.

Reprenons notre échantillon de 64 lampes dont la durée théorique de vie suit une loi normale d'écart-type 30h.

Reprenons notre échantillon de 64 lampes dont la durée théorique de vie suit une loi normale d'écart-type 30h. On se demande si la durée de vie moyenne d'un appareil est de 2500h au risque $\alpha = 5\%$?

Reprenons notre échantillon de 64 lampes dont la durée théorique de vie suit une loi normale d'écart-type 30h. On se demande si la durée de vie moyenne d'un appareil est de 2500h au risque $\alpha = 5\%$?

Formulation des hypothèses : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \\ H_1 : \ \mu \neq 2500 \end{array} \right.$

Reprenons notre échantillon de 64 lampes dont la durée théorique de vie suit une loi normale d'écart-type 30h. On se demande si la durée de vie moyenne d'un appareil est de 2500h au risque $\alpha = 5\%$?

Formulation des hypothèses : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \\ \\ H_1 : \ \mu \neq 2500 \end{array} \right.$

La statistique du test est $T = \dfrac{|\overline{x} - 2500|}{\frac{30}{\sqrt{64}}}$ où $\overline{x}$ est la moyenne observée sur l'échantillon.

Reprenons notre échantillon de 64 lampes dont la durée théorique de vie suit une loi normale d'écart-type 30h. On se demande si la durée de vie moyenne d'un appareil est de 2500h au risque $\alpha = 5\%$?

Formulation des hypothèses : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \\ H_1 : \ \mu \neq 2500 \end{array} \right.$

La statistique du test est $T = \dfrac{|\overline{x} - 2500|}{\frac{30}{\sqrt{64}}}$ où $\overline{x}$ est la moyenne observée sur l'échantillon.

et la règle de décision est $\left| \begin{array}{l} H_0 \text{ si } T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \\ H_1 \text{ si } T > z_{\frac{\alpha}{2}} \end{array} \right.$

Reprenons notre échantillon de 64 lampes dont la durée théorique de vie suit une loi normale d'écart-type 30h. On se demande si la durée de vie moyenne d'un appareil est de 2500h au risque $\alpha = 5\%$?

Formulation des hypothèses : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = 2500 \\ H_1 : \ \mu \neq 2500 \end{array} \right.$

La statistique du test est $T = \dfrac{|\overline{x} - 2500|}{\frac{30}{\sqrt{64}}}$ où $\overline{x}$ est la moyenne observée sur l'échantillon.

et la règle de décision est $\left| \begin{array}{l} H_0 \text{ si } T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \\ H_1 \text{ si } T > z_{\frac{\alpha}{2}} \end{array} \right.$ où $z_{\frac{\alpha}{2}} \simeq 1,96.$

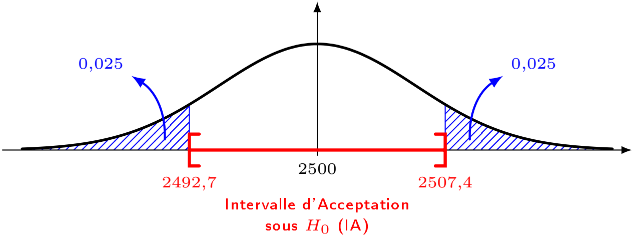
Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in \left[2492{,}7\,;\,2507{,}4\right]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in [2492{,}7\,;\,2507{,}4]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

$$\left| \begin{array}{l} H_0 \text{ si } \overline{x} \in \boldsymbol{[2492{,}7\,;\,2507{,}4]} \\ H_1 \text{ si } \overline{x} \notin [2492{,}7\,;\,2507{,}4] \end{array} \right.$$

Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in [2492{,}7\,;\,2507{,}4]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

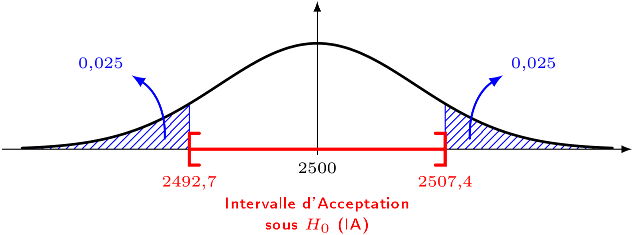
$$\left|\begin{array}{l} H_0 \text{ si } \overline{x} \in \color{red}{\mathbf{[2492{,}7\,;\,2507{,}4]}} \\ H_1 \text{ si } \overline{x} \notin [2492{,}7\,;\,2507{,}4] \end{array}\right.$$



Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in \left[2492{,}7\,;\,2507{,}4\right]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

H_0 si $\overline{x} \in \left[\mathbf{2492{,}7\,;\,2507{,}4}\right]$

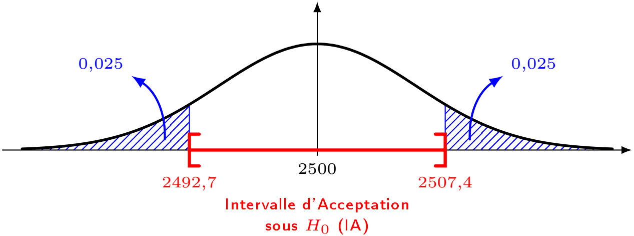
H_1 si $\overline{x} \notin \left[2492{,}7\,;\,2507{,}4\right]$



L'erreur de première espèce $\alpha = P_{H_0}\left(\overline{x} \in \text{IA}\right)$ mesure la probabilité que la moyenne observée sur l'échantillon $\overline{x}$ soit dans l'Intervalle d'Acceptation sachant $H_0(\mu = 2500)$.

Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in [2492{,}7\,;\,2507{,}4]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

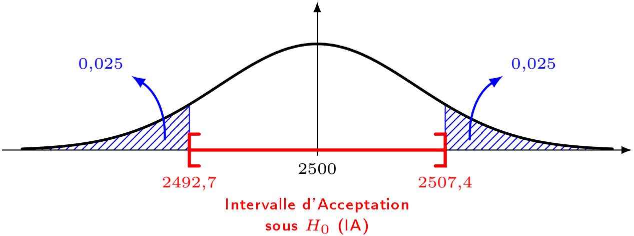
$$\left|\begin{array}{l} H_0 \text{ si } \overline{x} \in \mathbf{[2492{,}7\,;\,2507{,}4]} \\ H_1 \text{ si } \overline{x} \notin [2492{,}7\,;\,2507{,}4] \end{array}\right.$$



L'erreur de première espèce $\alpha = P_{H_0}(\overline{x} \in \text{IA})$ mesure la probabilité que la moyenne observée sur l'échantillon $\overline{x}$ soit dans l'Intervalle d'Acceptation sachant $H_0(\mu = 2500)$. Pour ce faire, on a supposé que l'hypothèse H_0 est vraie, et on a fixé l'erreur de première espèce α.

Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in [2492{,}7\,;\,2507{,}4]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

$$\left| \begin{array}{l} H_0 \text{ si } \overline{x} \in \mathbf{[2492{,}7\,;\,2507{,}4]} \\ H_1 \text{ si } \overline{x} \notin [2492{,}7\,;\,2507{,}4] \end{array} \right.$$

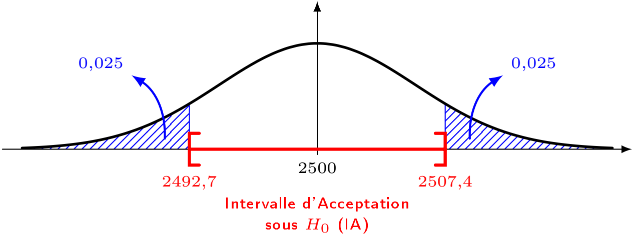


L'erreur de première espèce $\alpha = P_{H_0}\left(\overline{x} \in \text{IA}\right)$ mesure la probabilité que la moyenne observée sur l'échantillon $\overline{x}$ soit dans l'Intervalle d'Acceptation sachant $H_0(\mu = 2500)$. Pour ce faire, on a supposé que l'hypothèse H_0 est vraie, et on a fixé l'erreur de première espèce α.

Mais si l'hypothèse H_0 est fausse, peut-on faire le même calcul avec l'hypothèse H_1 ?

Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in [2492{,}7\,;\,2507{,}4]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

$$\left| \begin{array}{l} H_0 \text{ si } \overline{x} \in \color{red}{\mathbf{[2492{,}7\,;\,2507{,}4]}} \\ H_1 \text{ si } \overline{x} \notin [2492{,}7\,;\,2507{,}4] \end{array} \right.$$

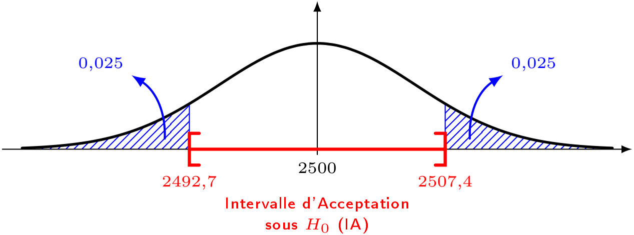


L'erreur de première espèce $\alpha = P_{H_0}(\overline{x} \in \text{IA})$ mesure la probabilité que la moyenne observée sur l'échantillon $\overline{x}$ soit dans l'Intervalle d'Acceptation sachant $H_0(\mu = 2500)$. Pour ce faire, on a supposé que l'hypothèse H_0 est vraie, et on a fixé l'erreur de première espèce α.

Mais si l'hypothèse H_0 est fausse, peut-on faire le même calcul avec l'hypothèse H_1 ?
C'est difficile car cette hypothèse $H_1(\mu \neq 2500)$ ne fixe pas la valeur de μ.

Or, on a vu que $T \leqslant z_{\frac{\alpha}{2}} \iff \overline{x} \in [2492{,}7\,;\,2507{,}4]$, donc cette règle de décision peut être reformulée ainsi :

$\left| \begin{array}{l} H_0 \text{ si } \overline{x} \in \mathbf{[2492{,}7\,;\,2507{,}4]} \\ H_1 \text{ si } \overline{x} \notin [2492{,}7\,;\,2507{,}4] \end{array} \right.$

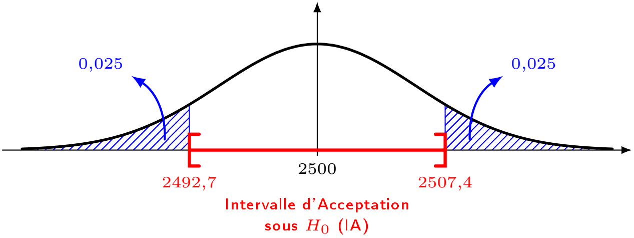


L'erreur de première espèce $\alpha = P_{H_0}(\overline{x} \in \text{IA})$ mesure la probabilité que la moyenne observée sur l'échantillon $\overline{x}$ soit dans l'Intervalle d'Acceptation sachant $H_0(\mu = 2500)$. Pour ce faire, on a supposé que l'hypothèse H_0 est vraie, et on a fixé l'erreur de première espèce α.

Mais si l'hypothèse H_0 est fausse, peut-on faire le même calcul avec l'hypothèse H_1 ?
C'est difficile car cette hypothèse $H_1(\mu \neq 2500)$ ne fixe pas la valeur de μ.

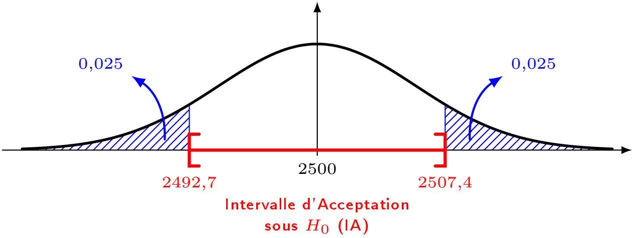
Définition:

Lors d'un test, on commet une erreur de **seconde espèce** lorsqu'on décide d'accepter l'hypothèse H_0
alors qu'elle est fausse. La probabilité de cette erreur est notée $\beta = P_{H_1}(\overline{x} \in \textbf{IA})$.



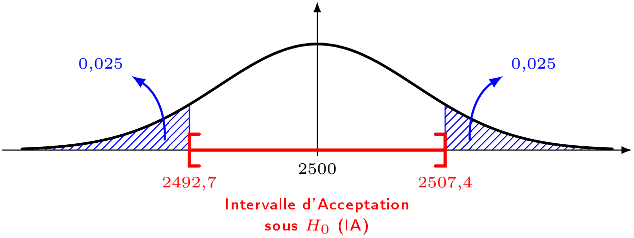
Ainsi on a :

	Hypothèse H_0 vraie	Hypothèse H_1 vraie
Hypothèse H_0 acceptée		
Hypothèse H_1 acceptée		



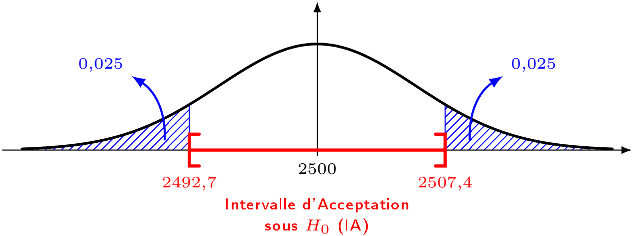
Ainsi on a :

	Hypothèse H_0 vraie	Hypothèse H_1 vraie
Hypothèse H_0 acceptée	Bonne décision $P_{H_0}\left(\overline{x} \in \text{IA}\right) = 1 - \alpha$	
Hypothèse H_1 acceptée		



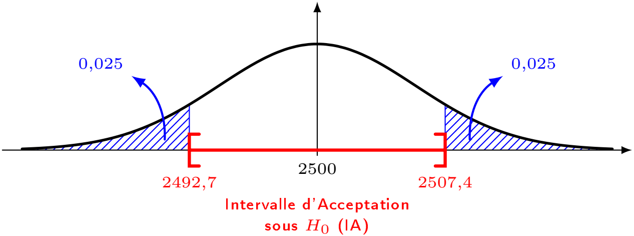
Ainsi on a :

	Hypothèse H_0 vraie	Hypothèse H_1 vraie
Hypothèse H_0 acceptée	Bonne décision $P_{H_0}\left(\overline{x} \in \text{IA}\right) = 1 - \alpha$	
Hypothèse H_1 acceptée	Mauvaise décision $P_{H_0}\left(\overline{x} \notin \text{IA}\right) = \alpha$	



Ainsi on a :

	Hypothèse H_0 vraie	Hypothèse H_1 vraie
Hypothèse H_0 acceptée	Bonne décision $P_{H_0}(\overline{x} \in \text{IA}) = 1 - \alpha$	Mauvaise décision $P_{H_1}(\overline{x} \in \text{IA}) = \beta$
Hypothèse H_1 acceptée	Mauvaise décision $P_{H_0}(\overline{x} \notin \text{IA}) = \alpha$	



Ainsi on a :

	Hypothèse H_0 vraie	Hypothèse H_1 vraie
Hypothèse H_0 acceptée	Bonne décision $P_{H_0}(\overline{x} \in \text{IA}) = 1 - \alpha$	Mauvaise décision $P_{H_1}(\overline{x} \in \text{IA}) = \beta$
Hypothèse H_1 acceptée	Mauvaise décision $P_{H_0}(\overline{x} \notin \text{IA}) = \alpha$	Bonne décision $P_{H_1}(\overline{x} \notin \text{IA}) = 1 - \beta$

III. Erreur de deuxième espèce et puissance d'un test.

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0.

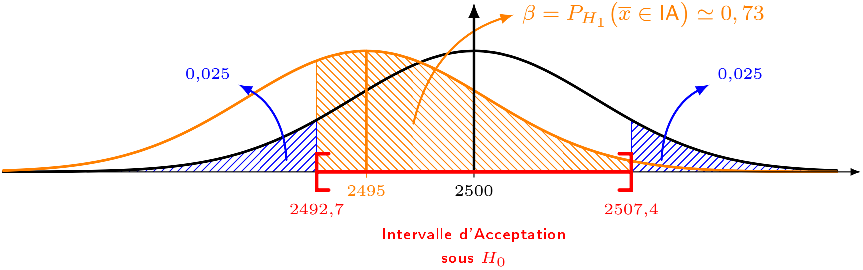
En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ,

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

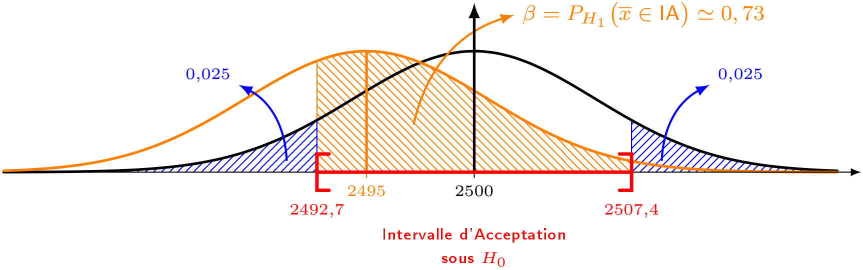
- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :



En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

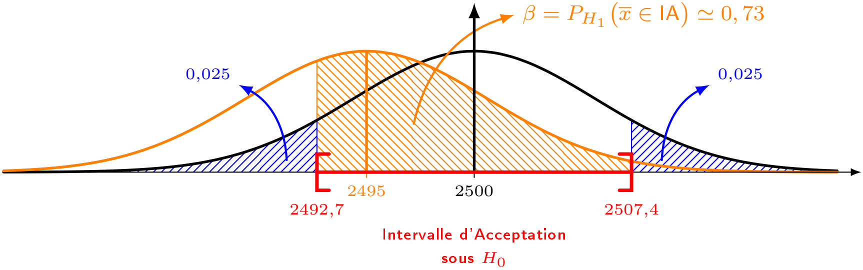


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$.

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

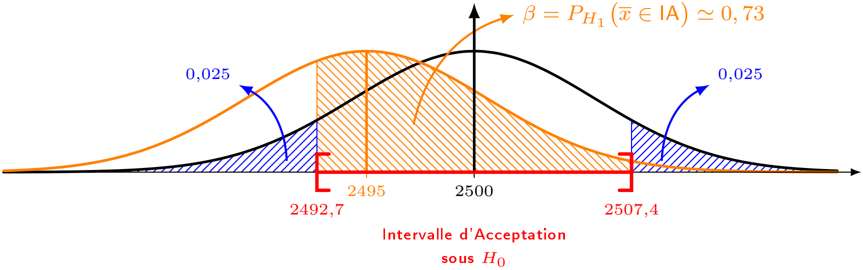


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$.
Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

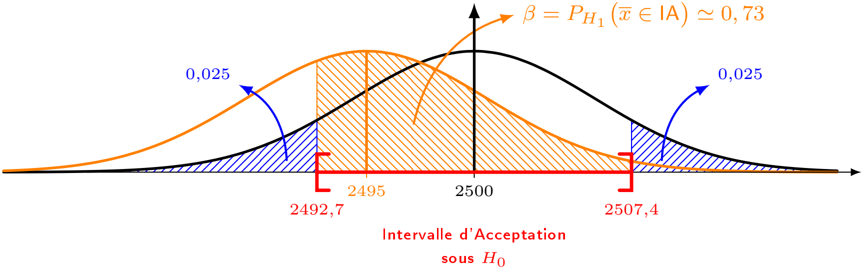


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500.

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

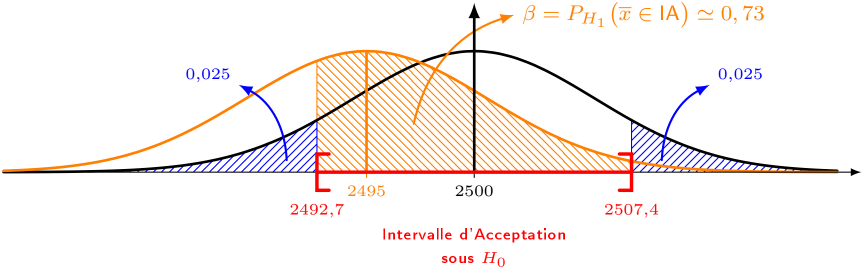


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ?

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

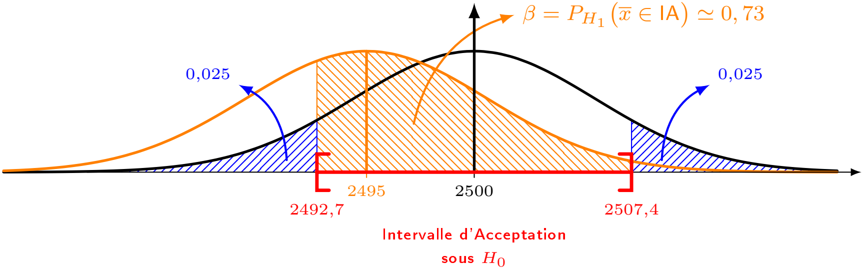


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

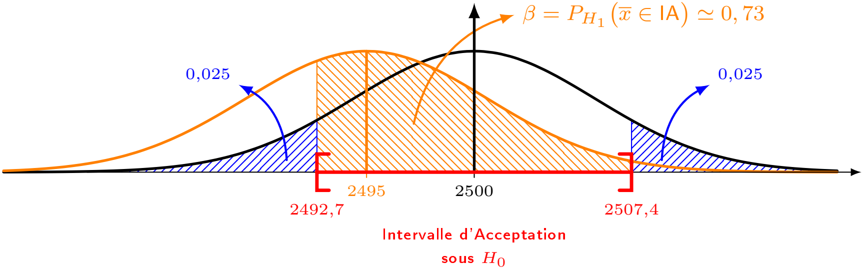


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**,

En fait, l'erreur de seconde β mesure l'importance de la fausseté de H_0. On ne peut pas la calculer directement puisque H_1 ne fixe pas μ, mais on peut l'étudier en fonction des valeurs potentiellement prises par μ :

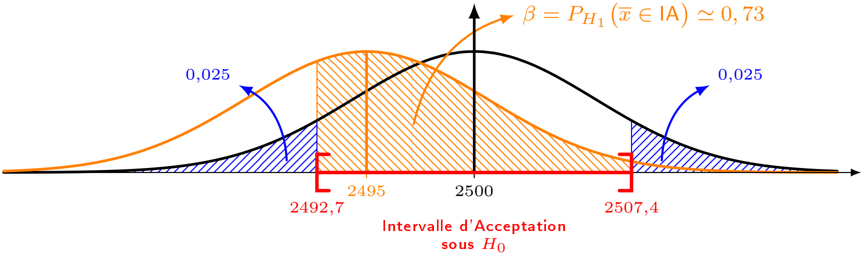
Supposons que H_0 soit fausse et que nous connaissions μ :

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :



Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

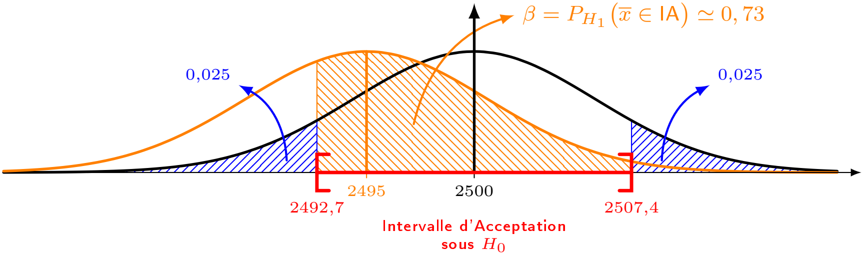
- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :



Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

Quelle est la différence sémantique entre ces deux expressions ?

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

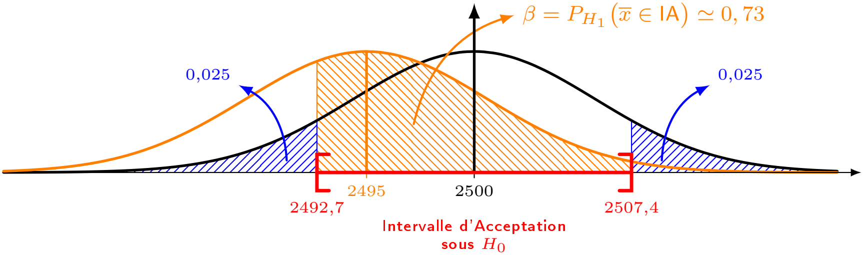


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

Quelle est la différence sémantique entre ces deux expressions ?

- « Ne pas rejeter H_0 » signifie qu'il se peut que $\mu = 2500$, ce qui n'est pas faux dans cet exemple.

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

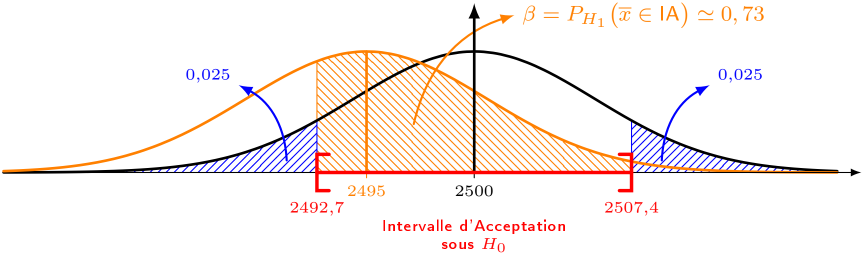


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

Quelle est la différence sémantique entre ces deux expressions ?

- « Ne pas rejeter H_0 » signifie qu'il se peut que $\mu = 2500$, ce qui n'est pas faux dans cet exemple.
- Alors que l'accepter signifie que $\mu = 2500$, ce qui est faux dans cet exemple puisque $\mu = 2495$.

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :

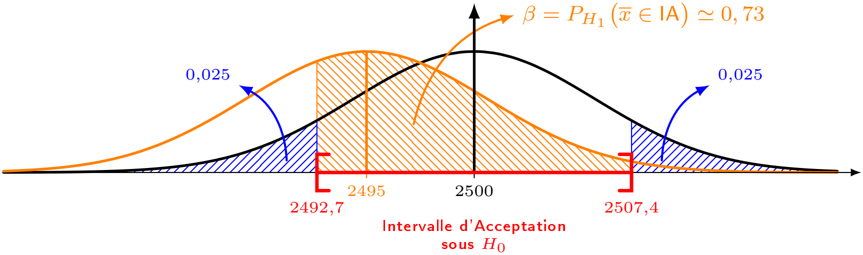


Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

Quelle est la différence sémantique entre ces deux expressions ?

- « Ne pas rejeter H_0 » signifie qu'il se peut que $\mu = 2500$, ce qui n'est pas faux dans cet exemple.
- Alors que l'accepter signifie que $\mu = 2500$, ce qui est faux dans cet exemple puisque $\mu = 2495$.

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :



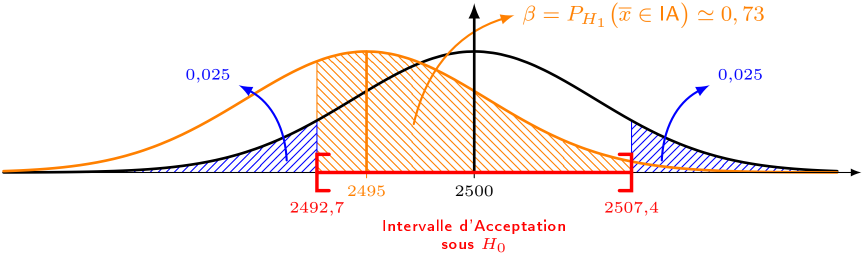
Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

Quelle est la différence sémantique entre ces deux expressions ?

- « Ne pas rejeter H_0 » signifie qu'il se peut que $\mu = 2500$, ce qui n'est pas faux dans cet exemple.
- Alors que l'accepter signifie que $\mu = 2500$, ce qui est faux dans cet exemple puisque $\mu = 2495$.

Et donc, dans le cas où $\overline{x} \notin$ IA,

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :



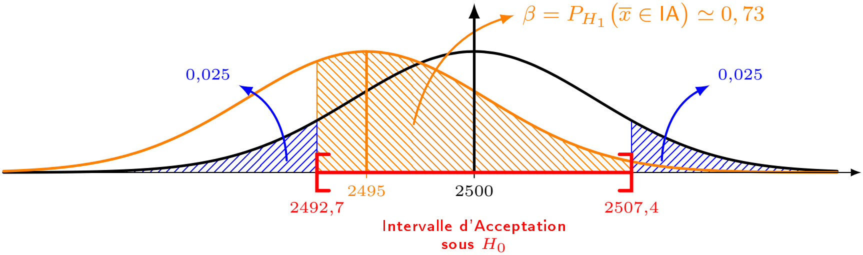
Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

Quelle est la différence sémantique entre ces deux expressions ?

- « Ne pas rejeter H_0 » signifie qu'il se peut que $\mu = 2500$, ce qui n'est pas faux dans cet exemple.
- Alors que l'accepter signifie que $\mu = 2500$, ce qui est faux dans cet exemple puisque $\mu = 2495$.

Et donc, dans le cas où $\overline{x} \notin$ IA, on préfère dire que l'on **rejette H_0**,

- Si, par exemple, $\mu = 2495$, alors $H_1 : \mu = 2495$ et on a :



Il y a 73% de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2495$. Le test nous conduit à une mauvaise affirmation car 2495 est **proche** de 2500. Donc, peut-on dire que « l'on accepte H_0 » ? En statistique, on préfère dire que l'on **ne rejette pas H_0**, ce que l'on note $\overline{R}H_0$.

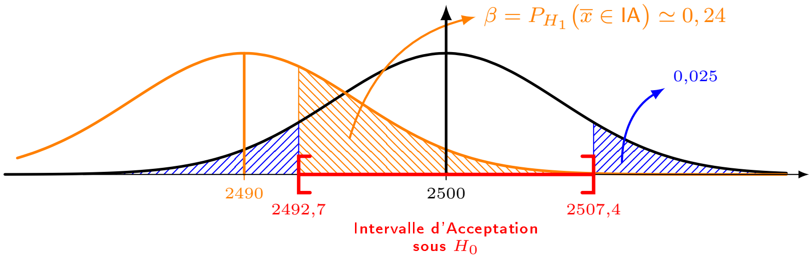
Quelle est la différence sémantique entre ces deux expressions ?

- « Ne pas rejeter H_0 » signifie qu'il se peut que $\mu = 2500$, ce qui n'est pas faux dans cet exemple.
- Alors que l'accepter signifie que $\mu = 2500$, ce qui est faux dans cet exemple puisque $\mu = 2495$.

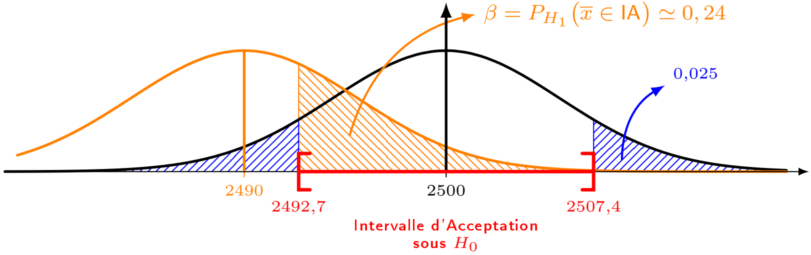
Et donc, dans le cas où $\overline{x} \notin$ IA, on préfère dire que l'on **rejette H_0**, noté RH_0.

- Si, par exemple, $\mu = 2490$, alors $H_1 : \mu = 2490$ et on a :

- Si, par exemple, $\mu = 2490$, alors H_1 : $\mu = 2490$ et on a :

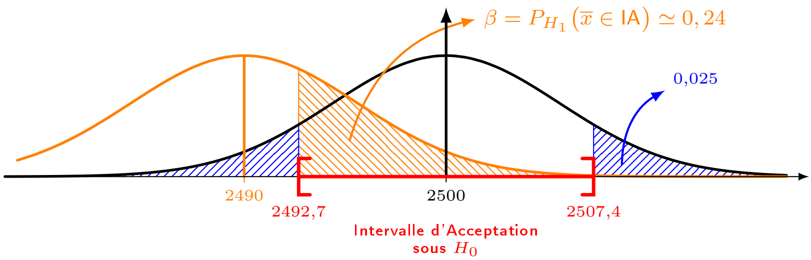


- Si, par exemple, $\mu = 2490$, alors $H_1 : \mu = 2490$ et on a :



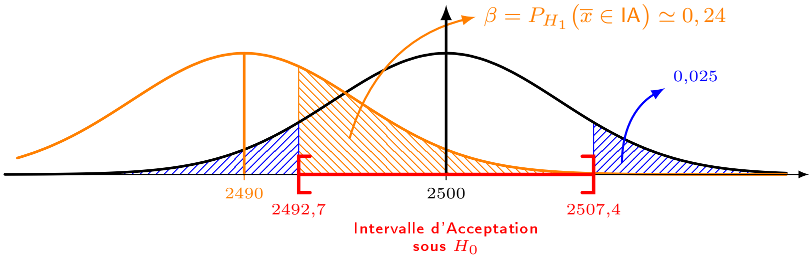
Il y a **24%** de chance d'accepter H_0

- Si, par exemple, $\mu = 2490$, alors $H_1 : \mu = 2490$ et on a :



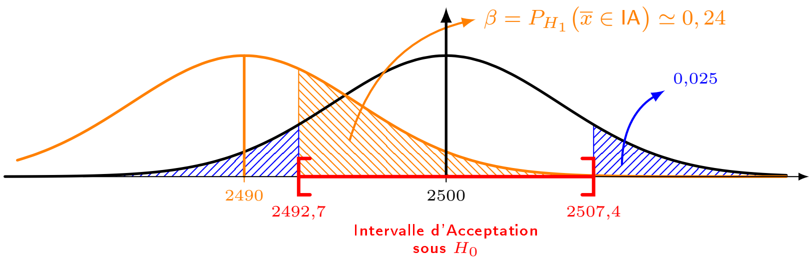
Il y a **24%** de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$,

- Si, par exemple, $\mu = 2490$, alors $H_1 : \mu = 2490$ et on a :



Il y a **24%** de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2490$.

- Si, par exemple, $\mu = 2490$, alors H_1 : $\mu = 2490$ et on a :



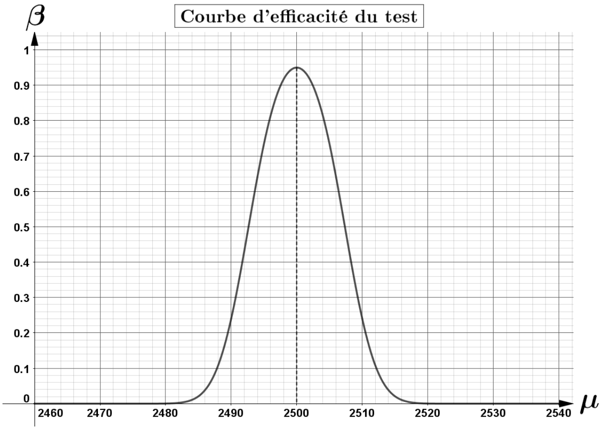
Il y a **24%** de chance d'accepter H_0 c'est-à-dire d'affirmer que $\mu = 2500$, alors que $\mu = 2490$. L'erreur de seconde espère est plus faible car μ s'est éloignée de 2500 (de H_0).

Mais, nous ne connaissons toujours pas l'erreur de deuxième espèce β.

Mais, nous ne connaissons toujours pas l'erreur de deuxième espèce β. On peut donc étudier β en fonction des valeurs possibles de μ, on obtient alors la courbe d'**efficacité** du test

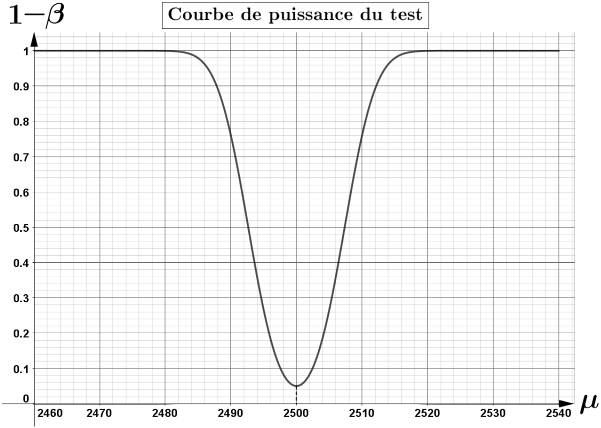
Mais, nous ne connaissons toujours pas l'erreur de deuxième espèce β. On peut donc étudier β en fonction des valeurs possibles de μ, on obtient alors la courbe d'**efficacité** du test (ce n'est pas une gaussienne) :

Mais, nous ne connaissons toujours pas l'erreur de deuxième espèce β. On peut donc étudier β en fonction des valeurs possibles de μ, on obtient alors la courbe d'**efficacité** du test (ce n'est pas une gaussienne) :



On peut donc étudier $P_{H_1}\left(\overline{x} \notin \text{IA}\right)$ en fonction des valeurs possibles de μ, On peut donc étudier $P_{H_1}(\overline{x} \notin \text{IA})$ en fonction des valeurs possibles de μ, on obtient alors la courbe de **puissance** du test :

On peut donc étudier $P_{H_1}(\overline{x} \notin \text{IA})$ en fonction des valeurs possibles de μ, on obtient alors la courbe de **puissance** du test :



En résumé, on a :

	Sous H_0	Sous H_1
$\overline{R}H_0$	Bonne décision Confiance du test	Erreur de seconde espèce β
RH_0	Erreur de première espèce α	Bonne décision Puissance du test

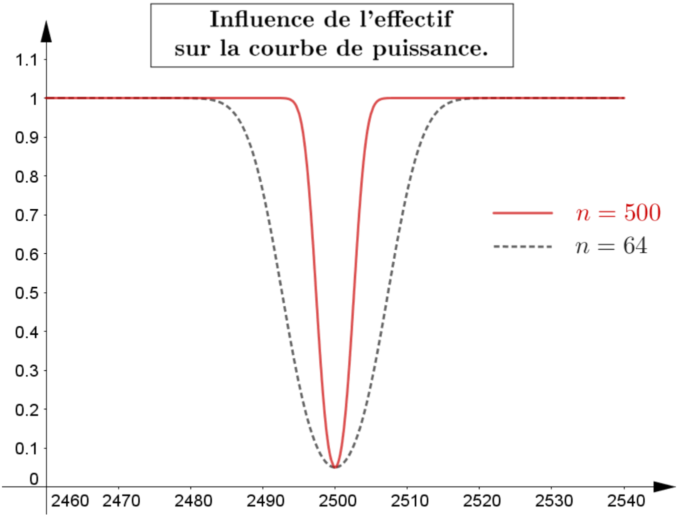

Influence de l'effectif
sur la courbe de puissance.
1.1
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
2460
2470
2480
2490
2500
2510
2520
2530
2540
$n = 500$
$n = 64$

Illustration Geogebra : *PuissanceDunTest.ggb*

Illustration Geogebra : *PuissanceDunTest.ggb*

Remarques :

- L'augmentation de l'effectif permet de réduire l'erreur de seconde espèce.

Illustration Geogebra : *PuissanceDunTest.ggb*

Remarques :

- L'augmentation de l'effectif permet de réduire l'erreur de seconde espèce.
- L'erreur de première espèce varie en sens **contraire** de l'erreur de seconde espèce.

Illustration Geogebra : *PuissanceDunTest.ggb*

Remarques :

- L'augmentation de l'effectif permet de réduire l'erreur de seconde espèce.
- L'erreur de première espèce varie en sens **contraire** de l'erreur de seconde espèce. Donc, on ne peut pas minimiser simultanément l'erreur α et β.

Illustration Geogebra : *PuissanceDunTest.ggb*

Remarques :

- L'augmentation de l'effectif permet de réduire l'erreur de seconde espèce.
- L'erreur de première espèce varie en sens **contraire** de l'erreur de seconde espèce. Donc, on ne peut pas minimiser simultanément l'erreur α et β.

  On privilégie donc α, autrement dit, le pouvoir de rejeter l'hypothèse H_0 lorsque les informations permettent de le faire.

1. Test de comparaison d'une moyenne μ_0 d'une population à celle $\overline{x}$ de l'un de ses échantillons.

μ_0 est la valeur moyenne de la population.

On la compare à la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'un de ses échantillons.

On cherche à vérifier l'exactitude de μ_0.

1. Test de comparaison d'une moyenne μ_0 d'une population à celle $\overline{x}$ de l'un de ses échantillons.

μ_0 est la valeur moyenne de la population.

On la compare à la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'un de ses échantillons.

On cherche à vérifier l'exactitude de μ_0.

Hypothèses bilatérales :

$H_0 : \mu = \mu_0$ (la moyenne de la population μ est égale à μ_0).

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

1. Test de comparaison d'une moyenne μ_0 d'une population à celle $\overline{x}$ de l'un de ses échantillons.

μ_0 est la valeur moyenne de la population.

On la compare à la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'un de ses échantillons.

On cherche à vérifier l'exactitude de μ_0.

Hypothèses bilatérales :

H_0 : $\mu = \mu_0$ (la moyenne de la population μ est égale à μ_0).

H_1 : $\mu \neq \mu_0$

X_i est la variable aléatoire qui au i^e^ individu d'un échantillon de taille n associe sa moyenne.

1. Test de comparaison d'une moyenne μ_0 d'une population à celle $\overline{x}$ de l'un de ses échantillons.

μ_0 est la valeur moyenne de la population.

On la compare à la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'un de ses échantillons.

On cherche à vérifier l'exactitude de μ_0.

Hypothèses bilatérales : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mu_0 \text{ (la moyenne de la population } \mu \text{ est égale à } \mu_0\text{).} \\ H_1 : \ \mu \neq \mu_0 \end{array} \right.$

X_i est la variable aléatoire qui au i[e] individu d'un échantillon de taille n associe sa moyenne.

$\overline{X} = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa moyenne.

1. Test de comparaison d'une moyenne μ_0 d'une population à celle $\overline{x}$ de l'un de ses échantillons.

μ_0 est la valeur moyenne de la population.

On la compare à la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'un de ses échantillons.

On cherche à vérifier l'exactitude de μ_0.

Hypothèses bilatérales :

$H_0 : \ \mu = \mu_0$ (la moyenne de la population μ est égale à μ_0).

$H_1 : \ \mu \neq \mu_0$

X_i est la variable aléatoire qui au i[e] individu d'un échantillon de taille n associe sa moyenne.

$\overline{X} = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa moyenne.

On note $\sigma_{\overline{X}}$ son écart-type.

1. Test de comparaison d'une moyenne μ_0 d'une population à celle $\overline{x}$ de l'un de ses échantillons.

μ_0 est la valeur moyenne de la population.
On la compare à la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'un de ses échantillons.
On cherche à vérifier l'exactitude de μ_0.

Hypothèses bilatérales : $H_0 : \ \mu = \mu_0$ (la moyenne de la population μ est égale à μ_0).
$H_1 : \ \mu \neq \mu_0$

X_i est la variable aléatoire qui au i^e individu d'un échantillon de taille n associe sa moyenne.
$\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa moyenne.
On note $\sigma_{\overline{X}}$ son écart-type.

$S_c^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \overline{x}\right)^2$ est la variance corrigée observée sur l'échantillon prélevé et

1. Test de comparaison d'une moyenne μ_0 d'une population à celle $\overline{x}$ de l'un de ses échantillons.

μ_0 est la valeur moyenne de la population.
On la compare à la moyenne $\overline{x}$ observée sur l'un de ses échantillons.
On cherche à vérifier l'exactitude de μ_0.

Hypothèses bilatérales :

H_0 : $\mu = \mu_0$ (la moyenne de la population μ est égale à μ_0).

H_1 : $\mu \neq \mu_0$

X_i est la variable aléatoire qui au i[e] individu d'un échantillon de taille n associe sa moyenne.
$\overline{X} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa moyenne.
On note $\sigma_{\overline{X}}$ son écart-type.

$S_c^2 = \dfrac{1}{n-1}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left(x_k - \overline{x}\right)^2$ est la variance corrigée observée sur l'échantillon prélevé et
$S_c = \sqrt{S_c^2}$ est l'écart-type corrigé.

$\sigma_{\overline{X}}$	L'écart-type σ de la population est connu	L'écart-type σ de la population est inconnu
si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n $(N < 20n)$:	$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$	$\dfrac{S_c}{\sqrt{n}}\sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$
si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n $(N \geqslant 20n)$:	$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\dfrac{S_c}{\sqrt{n}}$

La variance et la variance corrigée sont reliées par la formule : $\boxed{S_c^2 = \dfrac{n}{n-1}S^2}$

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
Petit échantillon : $n < 30$ et σ connu	$\boldsymbol{X}$ suit une **loi normale**	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$

IV. Tests d'hypothèses de comparaison de moyennes et de proportions.

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
Petit échantillon : $n < 30$ et σ connu	$\boldsymbol{X}$ suit une **loi normale**	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
Petit échantillon : $n < 30$ et σ inconnu	$\boldsymbol{X}$ suit une **loi normale**	$T = \dfrac{\lvert\overline{x} - \mu_0\rvert}{\sigma_{\overline{X}}}$	rejet de H_0 si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

Exemple n° 4 : Un employé responsable du contrôle de qualité doit tester avec un seuil de signification de 1%, la durée moyenne théorique de vie d'un condensateur au tantale qui serait de 4500 heures. La moyenne obtenue pour un échantillon de 17 condensateurs est de 4158 heures. Que décidera-t-il ?

Exemple n° 4 : Un employé responsable du contrôle de qualité doit tester avec un seuil de signification de 1%, la durée moyenne théorique de vie d'un condensateur au tantale qui serait de 4500 heures. La moyenne obtenue pour un échantillon de 17 condensateurs est de 4158 heures. Que décidera-t-il ?

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Exemple n° 4 : Un employé responsable du contrôle de qualité doit tester avec un seuil de signification de 1%, la durée moyenne théorique de vie d'un condensateur au tantale qui serait de 4500 heures. La moyenne obtenue pour un échantillon de 17 condensateurs est de 4158 heures. Que décidera-t-il ?

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

   Il s'agit d'un test **bilatéral**

Exemple n° 4 : Un employé responsable du contrôle de qualité doit tester avec un seuil de signification de 1%, la durée moyenne théorique de vie d'un condensateur au tantale qui serait de 4500 heures. La moyenne obtenue pour un échantillon de 17 condensateurs est de 4158 heures. Que décidera-t-il ?

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

   Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$

Exemple n° 4 : Un employé responsable du contrôle de qualité doit tester avec un seuil de signification de 1%, la durée moyenne théorique de vie d'un condensateur au tantale qui serait de 4500 heures. La moyenne obtenue pour un échantillon de 17 condensateurs est de 4158 heures. Que décidera-t-il ?

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

   Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n =$ **17** < 30 où X suit une **loi normale**,

Exemple n° 4 : Un employé responsable du contrôle de qualité doit tester avec un seuil de signification de 1%, la durée moyenne théorique de vie d'un condensateur au tantale qui serait de 4500 heures. La moyenne obtenue pour un échantillon de 17 condensateurs est de 4158 heures. Que décidera-t-il ?

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

   Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

$\boxed{1}$ **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 \;:\; \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 \;:\; \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

1 **Formulation des hypothèses :**

$$\begin{vmatrix} H_0 : & \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : & \mu \neq \mathbf{4500} \end{vmatrix}$$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

1 **Formulation des hypothèses :**
$$\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon :

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

1 **Formulation des hypothèses :**

$$\begin{vmatrix} H_0 : & \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : & \mu \neq \mathbf{4500} \end{vmatrix}$$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} =$$

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

> Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

1 **Formulation des hypothèses :**
$$\left| \begin{array}{l} H_0 \ : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 \ : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et}$$

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

1. **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2. **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3. **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et} \quad T = \frac{\mathbf{|4158 - 4500|}}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}}$$

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est connu** :

$\boxed{1}$ **Formulation des hypothèses :**
$$\left| \begin{array}{l} H_0 \ : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 \ : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$$

$\boxed{2}$ **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

$\boxed{3}$ **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\sqrt{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et} \quad T = \frac{\mathbf{|4158 - 4500|}}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}} \simeq \frac{\mathbf{342}}{\mathbf{17,463}} \simeq \mathbf{19,58}$$

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et donc} \quad T = \frac{|\mathbf{4158 - 4500}|}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}} \simeq \frac{\mathbf{342}}{\mathbf{17,463}} \simeq \mathbf{19,58}$$

4 **Règle de décision :**

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et donc} \quad T = \frac{|\mathbf{4158 - 4500}|}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}} \simeq \frac{\mathbf{342}}{\mathbf{17,463}} \simeq \mathbf{19,58}$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type est connu, donc on utilise la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite :

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

1 **Formulation des hypothèses :** $\begin{vmatrix} H_0 : \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \mu \neq \mathbf{4500} \end{vmatrix}$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\sqrt{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\mathbf{\sqrt{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et donc} \quad T = \frac{\mathbf{|4158 - 4500|}}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}} \simeq \frac{\mathbf{342}}{\mathbf{17,463}} \simeq \mathbf{19,58}$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type est connu, donc on utilise la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite :

$$z_{\frac{\alpha}{2}} =$$

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

   1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

   2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

   3 **On calcule le test :**
   La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et donc} \quad T = \frac{|\mathbf{4158 - 4500}|}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}} \simeq \frac{\mathbf{342}}{\mathbf{17,463}} \simeq \mathbf{19,58}$$

   4 **Règle de décision :** L'écart-type est connu, donc on utilise la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite :

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \mathbf{2,576}$$

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et donc} \quad T = \frac{|\mathbf{4158 - 4500}|}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}} \simeq \frac{\mathbf{342}}{\mathbf{17,463}} \simeq \mathbf{19,58}$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type est connu, donc on utilise la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite :

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \mathbf{2,576}$$

$T = \mathbf{19,58} > \boldsymbol{z_{\frac{\alpha}{2}}} = \mathbf{2,576}$ donc H_0 est

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 \; : \; \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 \; : \; \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}} = \frac{\mathbf{72}}{\sqrt{\mathbf{17}}} \simeq \mathbf{17,463} \quad \text{et donc} \quad T = \frac{|\mathbf{4158 - 4500}|}{\boldsymbol{\sigma_{\overline{X}}}} \simeq \frac{\mathbf{342}}{\mathbf{17,463}} \simeq \mathbf{19,58}$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type est connu, donc on utilise la table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite :

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = \mathbf{2,576}$$

$T = \mathbf{19,58} > \boldsymbol{z_{\frac{\alpha}{2}}} = \mathbf{2,576}$ donc H_0 est rejetée.

1. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale d'écart-type 72 heures.**

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** Non ! l'écart-type $\sigma = 72$ est connu, c'est une valeur théorique, elle n'est pas estimée.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut donc supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $N \geqslant 20n$ (pas de correction hypergéométrique), on a :

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{72}{\sqrt{17}} \simeq 17,463 \quad \text{et donc} \quad T = \frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{17,463} \simeq 19,58$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type est connu, donc on utilise la table de l'écart réduit de la loi **normale centrée réduite** :

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,576$$

$$T = 19,58 > z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,576 \text{ donc } H_0 \text{ est rejetée.}$$

On peut supposer, au risque de 1^er^ espèce de **1%**, que la durée moyenne théorique **n'est pas de 4500 heures.**

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral**

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille**

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**,

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :**

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :**
$$\begin{vmatrix} H_0 : \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \mu \neq \mathbf{4500} \end{vmatrix}$$

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :**

$$\begin{cases} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{cases}$$

2 **On corrige l'écart-type :**

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c =$

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :** $\begin{vmatrix} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{vmatrix}$

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{\mathbf{17}}{\mathbf{16}}} \times \mathbf{92} \simeq \mathbf{94,83}$.

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :** $\begin{vmatrix} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{vmatrix}$

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{\mathbf{17}}{\mathbf{16}}} \times \mathbf{92} \simeq \mathbf{94,83}$.

3 **On calcule le test :**

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :** $\left| \begin{array}{l} H_0 \ : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 \ : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{array} \right.$

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{\mathbf{17}}{\mathbf{16}}} \times \mathbf{92} \simeq \mathbf{94,83}$.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\boldsymbol{S_c}}{\boldsymbol{\sqrt{n}}} = \dfrac{\mathbf{94,83}}{\mathbf{\sqrt{17}}} \simeq \mathbf{23,00}$

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :**
$$\begin{cases} H_0 : \ \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \ \mu \neq \mathbf{4500} \end{cases}$$

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{\mathbf{17}}{\mathbf{16}}} \times \mathbf{92} \simeq \mathbf{94,83}$.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{\boldsymbol{S_c}}{\boldsymbol{\sqrt{n}}} = \dfrac{\mathbf{94,83}}{\mathbf{\sqrt{17}}} \simeq \mathbf{23,00}$

$$T =$$

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

Il s'agit d'un test **bilatéral** de comparaison d'une moyenne théorique μ_0 à celle d'un échantillon de **petite taille** $n = \mathbf{17} < 30$ où X suit une **loi normale**, et **l'écart-type est inconnu** :

1 **Formulation des hypothèses :** $\begin{vmatrix} H_0 : \mu = \mathbf{4500} \\ H_1 : \mu \neq \mathbf{4500} \end{vmatrix}$

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1}S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{\mathbf{17}}{\mathbf{16}}} \times \mathbf{92} \simeq \mathbf{94,83}$.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $\boldsymbol{N \geqslant 20n}$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \boldsymbol{\dfrac{S_c}{\sqrt{n}} = \dfrac{94,83}{\sqrt{17}} \simeq 23,00}$

$$T = \boldsymbol{\frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{23} \simeq 14,87}$$

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

2 On corrige l'écart-type : $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1}S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{17}{16}} \times 92 \simeq 94,83$.

3 On calcule le test :

La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $N \geqslant 20n$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} = \dfrac{94,83}{\sqrt{17}} \simeq 23$

$$T = \frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{23} \simeq 15,55$$

4 Règle de décision :

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{17}{16}} \times 92 \simeq 94,83$.

3 **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $N \geqslant 20n$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} = \dfrac{94,83}{\sqrt{17}} \simeq 23$

$$T = \frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{23} \simeq 15,55$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type étant inconnu, on utilise la table de la loi de **Student**.

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

2 On corrige l'écart-type : $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{17}{16}} \times 92 \simeq 94,83$.

3 On calcule le test :

La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $N \geqslant 20n$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} = \dfrac{94,83}{\sqrt{17}} \simeq 23$

$$T = \frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{23} \simeq 15,55$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type étant inconnu, on utilise la table de la loi de **Student**.

La table de Student ne répartissant pas l'erreur de façon bilatérale, on doit diviser l'erreur $\alpha = 1\%$ par deux.

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1}S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{17}{16}} \times 92 \simeq 94,83$.

3 **On calcule le test :**

La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $N \geqslant 20n$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} = \dfrac{94,83}{\sqrt{17}} \simeq 23$

$$T = \frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{23} \simeq 15,55$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type étant inconnu, on utilise la table de la loi de **Student**.

La table de Student ne répartissant pas l'erreur de façon bilatérale, on doit diviser l'erreur $\alpha = 1\%$ par deux.

$$t_{0,005;\,16} =$$

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

- 2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{17}{16}} \times 92 \simeq 94,83$.
- 3 **On calcule le test :**
  La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $N \geqslant 20n$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} = \dfrac{94,83}{\sqrt{17}} \simeq 23$

$$T = \frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{23} \simeq 15,55$$

- 4 **Règle de décision :** L'écart-type étant inconnu, on utilise la table de la loi de **Student**.

> La table de Student ne répartissant pas l'erreur de façon bilatérale, on doit diviser l'erreur $\alpha = 1\%$ par deux.

$$t_{0,005;\,16} = 2,921$$

$T = 14,87 > t_{0,005;\,16} = 2,921$ donc H_0 est **rejetée**.

2. **Il sait que la durée de vie de ces condensateurs suit une loi normale, mais il ne connait pas son écart-type. Il estime l'écart-type sur l'échantillon : $S = 92$**

2 **On corrige l'écart-type :** $S_c^2 = \dfrac{n}{n-1} S^2$ donc $S_c = \sqrt{\dfrac{17}{16}} \times 92 \simeq 94,83$.

3 **On calcule le test :**
La durée moyenne étant théorique, on peut supposer que la population est grande par rapport à l'échantillon : $N \geqslant 20n$, on a : $\sigma_{\overline{X}} = \dfrac{S_c}{\sqrt{n}} = \dfrac{94,83}{\sqrt{17}} \simeq 23$

$$T = \frac{|4158 - 4500|}{\sigma_{\overline{X}}} \simeq \frac{342}{23} \simeq 15,55$$

4 **Règle de décision :** L'écart-type étant inconnu, on utilise la table de la loi de **Student**.

La table de Student ne répartissant pas l'erreur de façon bilatérale, on doit diviser l'erreur $\alpha = 1\%$ par deux.

$$t_{0,005;\,16} = 2,921$$

$T = 14,87 > t_{0,005;\,16} = 2,921$ donc H_0 est **rejetée**.

On peut supposer, au risque de 1^er^ espèce de 1%, que la durée moyenne théorique **n'est pas de 4500 heures.**

2. Test de comparaison d'une proportion p_0 sur une population à celle $\hat{p}$ observée sur l'un de ses échantillons.

2. Test de comparaison d'une proportion p_0 sur une population à celle $\hat{p}$ observée sur l'un de ses échantillons.

p_0 est la proportion d'une modalité sur une population.

On la compare à la proportion $\hat{p}$ observée sur l'un de ses échantillons.

2. Test de comparaison d'une proportion p_0 sur une population à celle $\hat{p}$ observée sur l'un de ses échantillons.

p_0 est la proportion d'une modalité sur une population.
On la compare à la proportion $\hat{p}$ observée sur l'un de ses échantillons.

Hypothèses bilatérales : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \; p = p_0 \text{ (la proportion } p \text{ sur la population est égale à } p_0\text{).} \\ \\ H_1 : \; p \neq p_0 \end{array} \right.$

$\overline{P}$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa proportion, on note $\sigma_{\overline{P}}$ son écart-type.

$\overline{P}$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa proportion, on note $\sigma_{\overline{P}}$ son écart-type.

	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n ($N < 20n$) :	si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n ($N \geqslant 20n$) :
$\boldsymbol{\sigma_{\overline{P}}}$	$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n} \times \dfrac{N-n}{N-1}}$	$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

$\overline{P}$ est la variable aléatoire qui à un échantillon associe sa proportion, on note $\sigma_{\overline{P}}$ son écart-type.

	si échantillonnage **sans remise** et N relativement petit par rapport à n $(N < 20n)$:	si échantillonnage **avec remise** ou N relativement grand par rapport à n $(N \geqslant 20n)$:
$\boldsymbol{\sigma_{\overline{P}}}$	$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n} \times \dfrac{N-n}{N-1}}$	$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grand échantillon : $n \geqslant 30$	$n_1\hat{p} \geqslant 5$ et $n_1\hat{q} \geqslant 5$ où $\hat{q} = 1 - \hat{p}$	$T = \dfrac{\lvert\hat{p} - p_0\rvert}{\sigma_{\overline{P}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$

3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$.

3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$.

On veut comparer les proportions d'une modalité sur deux populations à partir des proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$.

On veut comparer les proportions d'une modalité sur deux populations à partir des proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

Hypothèses bilatérales :

$H_0 : \ p_1 = p_2$ (les proportions sont les mêmes sur les deux populations).

$H_1 : \ p_1 \neq p_2$

3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$.

On veut comparer les proportions d'une modalité sur deux populations à partir des proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

Hypothèses bilatérales :
$H_0 : \ p_1 = p_2$ (les proportions sont les mêmes sur les deux populations).
$H_1 : \ p_1 \neq p_2$

Première population :

L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_1. La proportion observée sur cet échantillon est $\hat{p_1}$, et on note $\hat{q_1} = 1 - \hat{p_1}$.

3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$.

On veut comparer les proportions d'une modalité sur deux populations à partir des proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

Hypothèses bilatérales : $\left| \begin{array}{l} H_0 : \; p_1 = p_2 \text{ (les proportions sont les mêmes sur les deux populations).} \\ H_1 : \; p_1 \neq p_2 \end{array} \right.$

Première population :

L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_1. La proportion observée sur cet échantillon est $\hat{p_1}$, et on note $\hat{q_1} = 1 - \hat{p_1}$.

Deuxième population :

L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_2. La proportion observée sur cet échantillon est $\hat{p_2}$, et on note $\hat{q_2} = 1 - \hat{p_2}$.

3. Test de comparaison de deux proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$.

On veut comparer les proportions d'une modalité sur deux populations à partir des proportions observées $\hat{p_1}$ et $\hat{p_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

Hypothèses bilatérales :
$H_0 : \; p_1 = p_2$ (les proportions sont les mêmes sur les deux populations).
$H_1 : \; p_1 \neq p_2$

Première population :

L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_1. La proportion observée sur cet échantillon est $\hat{p_1}$, et on note $\hat{q_1} = 1 - \hat{p_1}$.

Deuxième population :

L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_2. La proportion observée sur cet échantillon est $\hat{p_2}$, et on note $\hat{q_2} = 1 - \hat{p_2}$.

On calcule proportion commune aux deux échantillons p_c, pondérée par leur taille :

$$p_c = \frac{n_1 \hat{p_1} + n_2 \hat{p_2}}{n_1 + n_2} \text{ et } q_c = 1 - p_c$$

$$p_c = \frac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} \text{ et } q_c = 1 - p_c$$

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grands échantillons : $n_1 \geqslant 30$ et $n_2 \geqslant 30$	$n_1\hat{p_1} \geqslant 5$ et $n_1\hat{q_1} \geqslant 5$ $n_2\hat{p_2} \geqslant 5$ et $n_2\hat{q_2} \geqslant 5$	$T = \dfrac{\lvert\hat{p_1} - \hat{p_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{p_c q_c}{n_1} + \dfrac{p_c q_c}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Exemple n° 5 : Le groupe d'hypermarchés Merlan se demande si le changement de direction de ses hypermarchés a amélioré la satisfaction de ses clients. Pour ce faire, il compare deux études de satisfactions, l'une faite avant l'arrivée de la nouvelle direction, et l'autre faite deux mois après.

Exemple n° 5 : Le groupe d'hypermarchés Merlan se demande si le changement de direction de ses hypermarchés a amélioré la satisfaction de ses clients. Pour ce faire, il compare deux études de satisfactions, l'une faite avant l'arrivée de la nouvelle direction, et l'autre faite deux mois après.

	Avant	**Après**
Nombre de clients satisfaits	105	110
Nombre de clients interrogés	124	136

Les taux de satisfactions :

- avant le changement de direction : $\hat{p}_1 =$ ....
- après le changement de direction : $\hat{p}_2 =$ ....

Exemple n° 5 : Le groupe d'hypermarchés Merlan se demande si le changement de direction de ses hypermarchés a amélioré la satisfaction de ses clients. Pour ce faire, il compare deux études de satisfactions, l'une faite avant l'arrivée de la nouvelle direction, et l'autre faite deux mois après.

	Avant	**Après**
Nombre de clients satisfaits	105	110
Nombre de clients interrogés	124	136

Les taux de satisfactions :

- avant le changement de direction : $\hat{p}_1 = \frac{105}{124} \simeq 84,7\%$
- après le changement de direction : $\hat{p}_2 =$ ....

Exemple n° 5 : Le groupe d'hypermarchés Merlan se demande si le changement de direction de ses hypermarchés a amélioré la satisfaction de ses clients. Pour ce faire, il compare deux études de satisfactions, l'une faite avant l'arrivée de la nouvelle direction, et l'autre faite deux mois après.

	Avant	**Après**
Nombre de clients satisfaits	105	110
Nombre de clients interrogés	124	136

Les taux de satisfactions :

- avant le changement de direction : $\hat{p}_1 = \frac{105}{124} \simeq 84,7\%$
- après le changement de direction : $\hat{p}_2 = \frac{110}{136} \simeq 80,9\%$

Exemple n° 5 : Le groupe d'hypermarchés Merlan se demande si le changement de direction de ses hypermarchés a amélioré la satisfaction de ses clients. Pour ce faire, il compare deux études de satisfactions, l'une faite avant l'arrivée de la nouvelle direction, et l'autre faite deux mois après.

	Avant	**Après**
Nombre de clients satisfaits	105	110
Nombre de clients interrogés	124	136

Les taux de satisfactions :

- avant le changement de direction : $\hat{p}_1 = \frac{105}{124} \simeq 84,7\%$
- après le changement de direction : $\hat{p}_2 = \frac{110}{136} \simeq 80,9\%$

Cette différence de pourcentages, peut-elle être considérer comme une simple fluctuation d'échantillon avec un niveau de confiance de 0,95 ?

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

$H_0 \,:\, p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

$H_1 \,:\, p_1 \neq p_2$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

$H_0 : p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

$H_1 : p_1 \neq p_2$

2 **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p}_1 = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q}_1 = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p}_2 = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q}_2 = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

$H_0 : p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

$H_1 : p_1 \neq p_2$

2 **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p_1} = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q_1} = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p_2} = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q_2} = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

3 **Calcul du test :**

- La proportion commune : $p_c = \dfrac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} =$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

$H_0 : \; p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

$H_1 : \; p_1 \neq p_2$

2 **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p_1} = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q_1} = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p_2} = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q_2} = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

3 **Calcul du test :**

- La proportion commune : $p_c = \dfrac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} = \dfrac{105 + 110}{260} \simeq 0,827$ **et** $q_c =$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1. **Formulation des hypothèses :**

$H_0 :\ p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

$H_1 :\ p_1 \neq p_2$

2. **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p_1} = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q_1} = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p_2} = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q_2} = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

3. **Calcul du test :**

- La proportion commune : $p_c = \dfrac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} = \dfrac{105 + 110}{260} \simeq 0,827$ **et** $q_c = 0,173$
- $T = \dfrac{|\hat{p_1} - \hat{p_2}|}{\sqrt{\dfrac{p_c q_c}{n_1} + \dfrac{p_c q_c}{n_2}}} =$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

H_0 : $p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

H_1 : $p_1 \neq p_2$

2 **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p_1} = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q_1} = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p_2} = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q_2} = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

3 **Calcul du test :**

- La proportion commune : $p_c = \dfrac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} = \dfrac{105 + 110}{260} \simeq 0,827$ **et** $q_c = 0,173$
- $T = \dfrac{|\hat{p_1} - \hat{p_2}|}{\sqrt{\dfrac{p_c q_c}{n_1} + \dfrac{p_c q_c}{n_2}}} = \dfrac{|0,847 - 0,809|}{\sqrt{\dfrac{0,827 \times 0,173}{124} + \dfrac{0,827 \times 0,173}{136}}} \simeq 0,809$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

H_0 : $p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

H_1 : $p_1 \neq p_2$

2 **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p_1} = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q_1} = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p_2} = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q_2} = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

3 **Calcul du test :**

- La proportion commune : $p_c = \dfrac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} = \dfrac{105 + 110}{260} \simeq 0,827$ **et** $q_c = 0,173$
- $T = \dfrac{|\hat{p_1} - \hat{p_2}|}{\sqrt{\dfrac{p_c q_c}{n_1} + \dfrac{p_c q_c}{n_2}}} = \dfrac{|0,847 - 0,809|}{\sqrt{\dfrac{0,827 \times 0,173}{124} + \dfrac{0,827 \times 0,173}{136}}} \simeq 0,809$

4 **Règle de décision :**

La table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite avec $\alpha = 5\%$: $z_{\frac{\alpha}{2}} =$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

H_0 : $p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

H_1 : $p_1 \neq p_2$

2 **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p_1} = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q_1} = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p_2} = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q_2} = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

3 **Calcul du test :**

- La proportion commune : $p_c = \dfrac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} = \dfrac{105 + 110}{260} \simeq 0,827$ **et** $q_c = 0,173$
- $T = \dfrac{|\hat{p_1} - \hat{p_2}|}{\sqrt{\dfrac{p_c q_c}{n_1} + \dfrac{p_c q_c}{n_2}}} = \dfrac{|0,847 - 0,809|}{\sqrt{\dfrac{0,827 \times 0,173}{124} + \dfrac{0,827 \times 0,173}{136}}} \simeq 0,809$

4 **Règle de décision :**

La table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite avec $\alpha = 5\%$: $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,960$

Il s'agit d'un test bilatéral de comparaison de deux proportions observées :

1 **Formulation des hypothèses :**

$H_0 : p_1 = p_2$ (les taux de satisfactions sont les mêmes sur les deux périodes).

$H_1 : p_1 \neq p_2$

2 **Les conditions sont vérifiées :**

$n_1\hat{p_1} = 105 \geqslant 5$, $n_1\hat{q_1} = 19 \geqslant 5$, $n_2\hat{p_2} = 110 \geqslant 5$, **et** $n_2\hat{q_2} = 26 \geqslant 5$

les échantillons sont grands : $n_1 = 124 \geqslant 30$ **et** $n_2 = 136 \geqslant 30$

3 **Calcul du test :**

- La proportion commune : $p_c = \dfrac{n_1\hat{p_1} + n_2\hat{p_2}}{n_1 + n_2} = \dfrac{105 + 110}{260} \simeq 0,827$ **et** $q_c = 0,173$
- $T = \dfrac{|\hat{p_1} - \hat{p_2}|}{\sqrt{\dfrac{p_c q_c}{n_1} + \dfrac{p_c q_c}{n_2}}} = \dfrac{|0,847 - 0,809|}{\sqrt{\dfrac{0,827 \times 0,173}{124} + \dfrac{0,827 \times 0,173}{136}}} \simeq 0,809$

4 **Règle de décision :**

La table de l'écart réduit de la loi normale centrée réduite avec $\alpha = 5\%$: $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,960$

$T = 0,809 < 1,96$ **donc on accepte** H_0 **: il n'y a pas de différence sensible de satisfaction, au niveau de confiance de 95%.**

4. Test de comparaison des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$.

4. Test de comparaison des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$.

On veut comparer les moyennes d'une même modalité sur deux populations à partir des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

4. Test de comparaison des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$.

On veut comparer les moyennes d'une même modalité sur deux populations à partir des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

Hypothèses bilatérales :

$H_0 : \ \mu_1 = \mu_2$ (les moyennes sont les mêmes sur les deux populations).

$H_1 : \ \mu_1 \neq \mu_2$

4. Test de comparaison des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$.

On veut comparer les moyennes d'une même modalité sur deux populations à partir des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

Hypothèses bilatérales :
$H_0 : \ \mu_1 = \mu_2$ (les moyennes sont les mêmes sur les deux populations).
$H_1 : \ \mu_1 \neq \mu_2$

Première population :

$\overline{X_1}$ est la variable aléatoire qui à un échantillon de la première population associe sa moyenne. L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_1. La moyenne observée sur cet échantillon est $\overline{x_1}$.

σ_1 est son écart-type, s'il est connu. Sinon, on calculera S_{1c} son écart-type corrigé.

4. Test de comparaison des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$.

On veut comparer les moyennes d'une même modalité sur deux populations à partir des moyennes observées $\overline{x_1}$ et $\overline{x_2}$ sur un échantillon de chacune d'entre elles, les deux échantillons étant indépendants.

Hypothèses bilatérales :
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ (les moyennes sont les mêmes sur les deux populations).
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Première population :

$\overline{X_1}$ est la variable aléatoire qui à un échantillon de la première population associe sa moyenne. L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_1. La moyenne observée sur cet échantillon est $\overline{x_1}$.

σ_1 est son écart-type, s'il est connu. Sinon, on calculera S_{1c} son écart-type corrigé.

Deuxième population :

$\overline{X_2}$ est la variable aléatoire qui à un échantillon de la deuxième population associe sa moyenne. L'échantillon prélevé sur cette population est de taille n_2. La moyenne observée sur cet échantillon est $\overline{x_2}$.

σ_2 est son écart-type, s'il est connu. Sinon, on calculera S_{2c} son écart-type corrigé.

Les tests reposent sur l'étude de la variable aléatoire $\overline{X_1} - \overline{X_2}$

IV. Tests d'hypothèses de comparaison de moyennes et de proportions.

Les écart-types σ_1 et σ_2 sont connus.

Effectif	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
Grands échantillons : $n_1 \geqslant 30$ et $n_2 \geqslant 30$	Aucune	$T = \dfrac{\lvert \overline{x_1} - \overline{x_2} \rvert}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$
n_1 ou $n_2 < 30$	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**		

Les écart-types σ_1 et σ_2 sont inconnus.

Effectif	Ecart-types	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
$n_1 \geqslant 30$ $n_2 \geqslant 30$	Aucune condition	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{S_{1c}^2}{n_1} + \dfrac{S_{2c}^2}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Les écart-types σ_1 et σ_2 sont inconnus.

Effectif	Ecart-types	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
n_1 ou $n_2 < 30$	σ_1 et σ_2 sont égaux	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**	$T = \dfrac{\lvert \overline{x_1} - \overline{x_2} \rvert}{S_p \sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$
$n_1 = n_2 < 30$	$\frac{1}{3} \leqslant \frac{S_{1c}^2}{S_{2c}^2} \leqslant 3$	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**		

$S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)S_{1c}^2 + (n_2 - 1)S_{2c}^2}{n_1 + n_2 - 2}}$ est la racine carrée de la moyenne pondérée par leur degré de liberté des variances

Les écart-types σ_1 et σ_2 sont inconnus.

Effectif	Ecart-types	Conditions d'application	Quantité à calculer	Seuil de signification (test bilatéral)
n_1 ou $n_2 < 30$	σ_1 et σ_2 sont égaux	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$	Rejet de H_0 si $T > t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2}$
$n_1 = n_2 < 30$	$\frac{1}{3} \leqslant \frac{S_{1c}^2}{S_{2c}^2} \leqslant 3$	$\boldsymbol{X_1}$ et $\boldsymbol{X_2}$ suivent des **lois normales**		

$S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1 - 1)S_{1c}^2 + (n_2 - 1)S_{2c}^2}{n_1 + n_2 - 2}}$ est la racine carrée de la moyenne pondérée par leur degré de liberté des variances

$\dfrac{1}{3} \leqslant \dfrac{S_{1c}^2}{S_{2c}^2} \leqslant 3$ signifie que les variances estimées ne sont pas trop différentes.

Les écart-types σ_1 et σ_2 sont inconnus.

Effectif	Ecart-types	Conditions d'application	Quantité à calculer
n_1 ou $n_2 < 30$ $n_1 \neq n_2$	σ_1 et σ_2 sont inconnus et inégaux	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{S_{1c}^2}{n_1} + \dfrac{S_{2c}^2}{n_2}}}$

Seuil de signification (test bilatéral) :

Les écart-types σ_1 et σ_2 sont inconnus.

Effectif	Ecart-types	Conditions d'application	Quantité à calculer
n_1 ou $n_2 < 30$ $n_1 \neq n_2$	σ_1 et σ_2 sont inconnus et inégaux	Aucune	$T = \dfrac{\lvert\overline{x_1} - \overline{x_2}\rvert}{\sqrt{\dfrac{S_{1c}^2}{n_1} + \dfrac{S_{2c}^2}{n_2}}}$

Seuil de signification (test bilatéral) : Rejet de H_0 si $T > t_{\frac{\alpha}{2},\,k}$ où k est l'entier le plus proche de :

$$\frac{\left(\dfrac{S_{1c}^2}{n_1} + \dfrac{S_{2c}^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{1}{n_1 - 1}\left(\dfrac{S_{1c}^2}{n_1}\right)^2 + \dfrac{1}{n_2 - 1}\left(\dfrac{S_{2c}^2}{n_2}\right)^2}$$