

## Chapitre 6 - Tests d'ajustement.



## Notations :

Etant donné un ensemble fini  $A$ , le nombre d'éléments de  $A$  est appelé le

**Exemple n° 1 :**  $\#\left(\left\{\heartsuit, \spadesuit, \bullet\right\}\right) = \dots$  et  $\#\left(\left\{0, 1, 2, 3, \dots, 10\right\}\right) = \dots$



## Notations :

Etant donné un ensemble fini  $A$ , le nombre d'éléments de  $A$  est appelé le **cardinal** de  $A$  et noté

**Exemple n° 1 :**  $\#\left(\left\{\heartsuit, \spadesuit, \bullet\right\}\right) = \dots$  et  $\#\left(\left\{0, 1, 2, 3, \dots, 10\right\}\right) = \dots$



## Notations :

Etant donné un ensemble fini  $A$ , le nombre d'éléments de  $A$  est appelé le **cardinal** de  $A$  et noté  $\#(A)$ .

Exemple n° 1 :  $\#\left(\left\{\heartsuit, \spadesuit, \bullet\right\}\right) = \dots$  et  $\#\left(\left\{0, 1, 2, 3, \dots, 10\right\}\right) = \dots$



## Notations :

Etant donné un ensemble fini  $A$ , le nombre d'éléments de  $A$  est appelé le **cardinal** de  $A$  et noté  $\#(A)$ .

Exemple n° 1 :  $\#\left(\left\{\heartsuit, \spadesuit, \bullet\right\}\right) = 3$  et  $\#\left(\left\{0, 1, 2, 3, \dots, 10\right\}\right) = \dots$



## Notations :

Etant donné un ensemble fini  $A$ , le nombre d'éléments de  $A$  est appelé le **cardinal** de  $A$  et noté  $\#(A)$ .

$$\text{Exemple n° 1 : } \#(\{\heartsuit, \spadesuit, \bullet\}) = 3 \quad \text{et} \quad \#\left(\{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}\right) = 11$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102		
Effectifs théorique							

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102		600
Effectifs théorique							

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique							

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100						

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100					

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100				

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100			

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100		

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**.

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**. On souhaite tester l'hypothèse

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**. On souhaite tester l'hypothèse ( $H_0$ )

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**. On souhaite tester l'hypothèse ( $H_0$ ) selon laquelle le dé n'est pas truqué, avec un risque  $\alpha = 0,05$ .

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**. On souhaite tester l'hypothèse ( $H_0$ ) selon laquelle le dé n'est pas truqué, avec un risque  $\alpha = 0,05$ .

On calcule la variable aléatoire :

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**. On souhaite tester l'hypothèse ( $H_0$ ) selon laquelle le dé n'est pas truqué, avec un risque  $\alpha = 0,05$ .

On calcule la variable aléatoire :

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \frac{(93 - 100)^2}{100} + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(-100)^2}{100}$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**. On souhaite tester l'hypothèse ( $H_0$ ) selon laquelle le dé n'est pas truqué, avec un risque  $\alpha = 0,05$ .

On calcule la variable aléatoire :

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \frac{(93 - 100)^2}{100} + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100}$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

On va comparer une distribution statistique (des données) à des distributions théoriques.

## 1. Adéquation d'une distribution à une distribution équirépartie.

Lançons un dé 600 fois de suites, et notons les résultats obtenus :

Numéro de la face	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	90	108	109	93	102	$600 - 502 = 98$	600
Effectifs théorique	100	100	100	100	100	100	600

Le nombre de degrés de liberté est de  $6 - 1 = 5$ , car lorsqu'on connaît l'effectif de 5 faces, on connaît l'effectif de la **sixième**. On souhaite tester l'hypothèse ( $H_0$ ) selon laquelle le dé n'est pas truqué, avec un risque  $\alpha = 0,05$ .

On calcule la variable aléatoire :

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \frac{(93 - 100)^2}{100} + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100}$$
$$= 3,02$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré,

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté.

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05;5}^2 \simeq$

$\alpha$ ddl	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,750	...
1	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706	1,323	0,1015	...
2	10,60	9,210	7,378	5,991	4,605	2,773	0,5754	...
3	12,84	11,34	9,348	7,815	6,251	4,108	1,213	...
4	14,86	13,28	11,14	9,488	7,779	5,385	1,923	...
5	16,75	15,09	12,83	11,07	9,236	6,626	2,675	...
6	18,55	16,81	14,45	12,59	10,64	7,841	3,455	...
7	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	9,037	4,255	...

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05;5}^2 \simeq$

$\alpha \backslash$ ddl	0,005	0,010	0,025	<b>0,050</b>	0,100	0,250	0,750	...
1	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706	1,323	0,1015	...
2	10,60	9,210	7,378	5,991	4,605	2,773	0,5754	...
3	12,84	11,34	9,348	7,815	6,251	4,108	1,213	...
4	14,86	13,28	11,14	9,488	7,779	5,385	1,923	...
<b>5</b>	16,75	15,09	12,83	11,07	9,236	6,626	2,675	...
6	18,55	16,81	14,45	12,59	10,64	7,841	3,455	...
7	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	9,037	4,255	...

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05;5}^2 \simeq$

ddl \ $\alpha$	0,005	0,010	0,025	<b>0,050</b>	0,100	0,250	0,750	...
1	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706	1,323	0,1015	...
2	10,60	9,210	7,378	5,991	4,605	2,773	0,5754	...
3	12,84	11,34	9,348	7,815	6,251	4,108	1,213	...
4	14,86	13,28	11,14	9,488	7,779	5,385	1,923	...
<b>5</b>	16,75	15,09	12,83	<b>11,07</b>	9,236	6,626	2,675	...
6	18,55	16,81	14,45	12,59	10,64	7,841	3,455	...
7	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	9,037	4,255	...

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

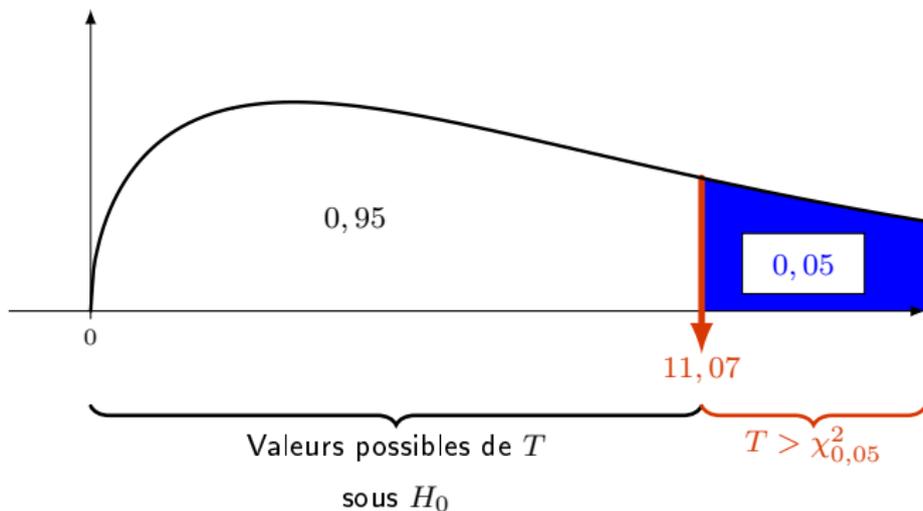
Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05;5}^2 \simeq 11,07$

ddl \ α	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,750	...
1	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706	1,323	0,1015	...
2	10,60	9,210	7,378	5,991	4,605	2,773	0,5754	...
3	12,84	11,34	9,348	7,815	6,251	4,108	1,213	...
4	14,86	13,28	11,14	9,488	7,779	5,385	1,923	...
5	16,75	15,09	12,83	11,07	9,236	6,626	2,675	...
6	18,55	16,81	14,45	12,59	10,64	7,841	3,455	...
7	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	9,037	4,255	...

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

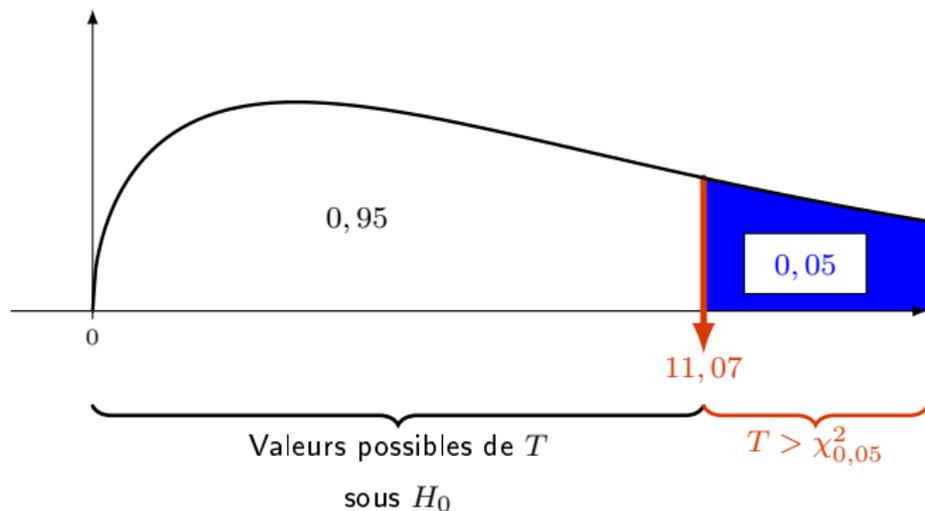
Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05}^2 ; 5 \simeq 11,07$



# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05;5}^2 \simeq 11,07$

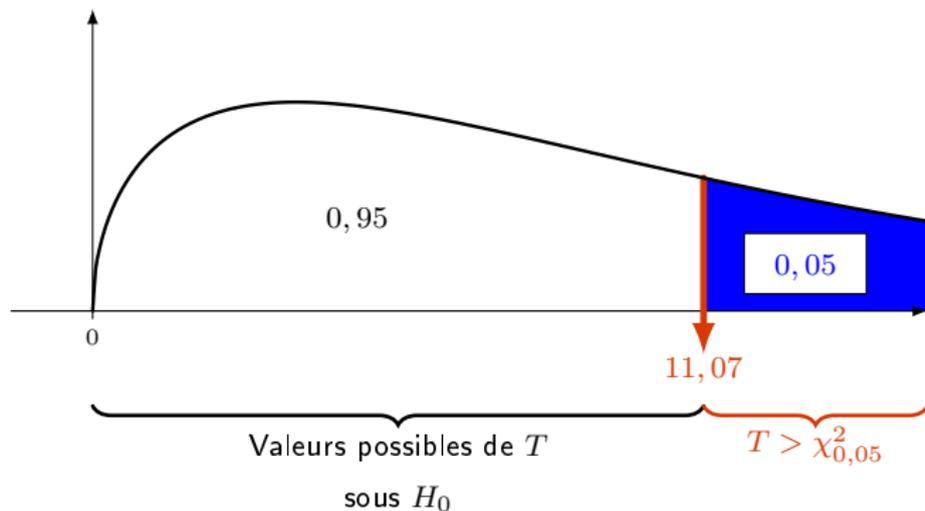


Comme

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05}^2 ; 5 \simeq 11,07$

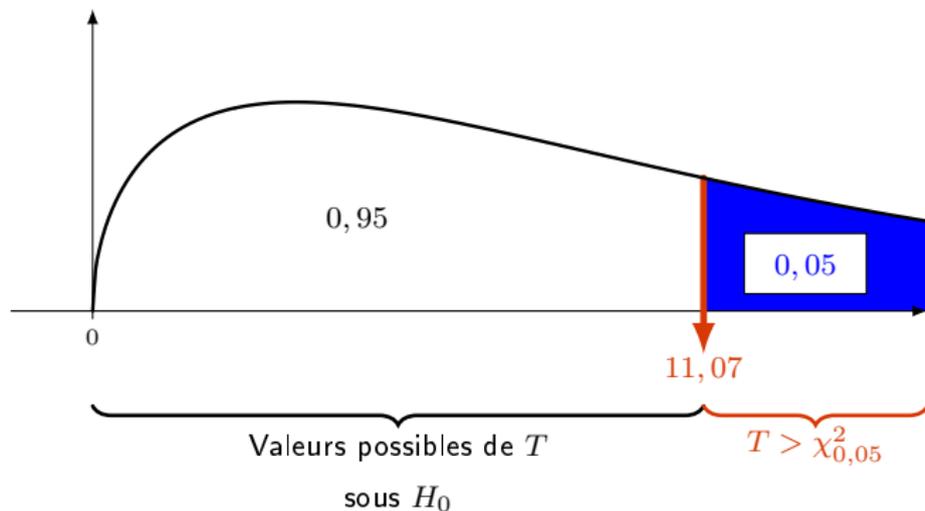


Comme  $T = 3,02 < 11,07$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

$$T = \frac{(90 - 100)^2}{100} + \frac{(108 - 100)^2}{100} + \frac{(109 - 100)^2}{100} + \dots + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(98 - 100)^2}{100} = 3,02$$

Sous l'hypothèse  $H_0$  : le dé est parfaitement équilibré, la variable aléatoire  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  à 5 degrés de liberté. D'après la table du  $\chi^2$  :  $\chi_{0,05;5}^2 \simeq 11,07$



Comme  $T = 3,02 < 11,07$  , on considère que le dé n'est pas truqué.

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

- 1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

- 1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).
- 2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

*Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.*

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

- 1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).
- 2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

*Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.*

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

*Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.*

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

3 A partir de ces données calculées ( $C_i$ ) et observées ( $O_i$ ) on calcule la quantité suivante :

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

*Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.*

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

3 A partir de ces données calculées ( $C_i$ ) et observées ( $O_i$ ) on calcule la quantité suivante :

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

*Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.*

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

3 A partir de ces données calculées ( $C_i$ ) et observées ( $O_i$ ) on calcule la quantité suivante :

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

Si l'hypothèse ( $H_0$ ) est vraie alors  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  de degré de liberté :

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

*Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.*

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

3 A partir de ces données calculées ( $C_i$ ) et observées ( $O_i$ ) on calcule la quantité suivante :

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

Si l'hypothèse ( $H_0$ ) est vraie alors  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  de degré de liberté :

$$\text{ddl} = \left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right) - 1 - \left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)$$

Nous observons des effectifs  $O_1, O_2, \dots, O_n$  sur un échantillon.

1 On émet l'hypothèse ( $H_0$ ) que ces données suivent une distribution particulière (normale, exponentielle, etc.).

2 En utilisant cette loi supposée, on calcule les effectifs attendus  $C_1, C_2, \dots, C_n$  :

*Ces effectifs calculés, les  $C_i$ , ils doivent être supérieurs ou égaux à 5.*

Si ces conditions ne sont pas satisfaites, on peut, si c'est possible, regrouper des observations jusqu'à ce que les effectifs calculés soient suffisamment grands.

3 A partir de ces données calculées ( $C_i$ ) et observées ( $O_i$ ) on calcule la quantité suivante :

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

Si l'hypothèse ( $H_0$ ) est vraie alors  $T$  suit une loi du  $\chi^2$  de degré de liberté :

$$\text{ddl} = \left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right) - 1 - \left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)$$

4 La règle de décision est la suivante :

$$\left| \begin{array}{l} H_0 : T \leq \chi_{\alpha, \text{ddl}}^2 \\ H_1 : T > \chi_{\alpha, \text{ddl}}^2 \end{array} \right.$$

1. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

**2. Adéquation d'une distribution à une distribution normale.**

## 2. Adéquation d'une distribution à une distribution normale.

Lors de l'étude sur le reboisement dans un secteur donné, 100 arbres sont choisis aléatoirement. À l'aide des données ci-contre, et sachant que le diamètre moyen des arbres de l'échantillon est de 260,4 mm et son écart-type corrigé de 30,88 mm, peut-on penser avec un seuil fixé à 10% que le diamètre de ces arbres suit une loi normale ?

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres
[170 ; 190[	1
[190 ; 210[	6
[210 ; 230[	8
[230 ; 250[	16
[250 ; 270[	34
[270 ; 290[	22
[290 ; 310[	7
[310 ; 330[	4
[330 ; 350[	2
<b>Total</b>	<b>100</b>

1 Formulation des hypothèses :

## 2. Adéquation d'une distribution à une distribution normale.

Lors de l'étude sur le reboisement dans un secteur donné, 100 arbres sont choisis aléatoirement. À l'aide des données ci-contre, et sachant que le diamètre moyen des arbres de l'échantillon est de 260,4 mm et son écart-type corrigé de 30,88 mm, peut-on penser avec un seuil fixé à 10% que le diamètre de ces arbres suit une loi normale ?

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres
[170 ; 190[	1
[190 ; 210[	6
[210 ; 230[	8
[230 ; 250[	16
[250 ; 270[	34
[270 ; 290[	22
[290 ; 310[	7
[310 ; 330[	4
[330 ; 350[	2
<b>Total</b>	<b>100</b>

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Le diamètre des arbres suit une loi  $\mathcal{N}(260,4 ; 30,88)$

$H_1$  : Le diamètre des arbres ne suit pas cette loi.

1. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

2 On calcule les Fréquences avec la table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, puis les effectifs calculés :

# 1. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

2 On calcule les Fréquences avec la table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, puis les effectifs calculés :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
[170 ; 190[	1	0,010	1,0
[190 ; 210[	6	0,040	4,0
[210 ; 230[	8	0,111	11,1
[230 ; 250[	16	0,206	20,6
[250 ; 270[	34	...	...
[270 ; 290[	22	0,209	20,9
[290 ; 310[	7	0,115	11,5
[310 ; 330[	4	0,042	4,2
[330 ; 350[	2	0,010	1,0
<b>Total</b>	<b>100</b>	<b>1</b>	<b>100</b>

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) =$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

=

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

=

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

$$=$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34) =$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34		
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34) = 0,6217 + 0,6331 - 1 = 0,2548 \simeq 0,255$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34	0,255	
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34) = 0,6217 + 0,6331 - 1 = 0,2548 \simeq 0,255$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34	0,255	
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34) = 0,6217 + 0,6331 - 1 = 0,2548 \simeq 0,255$$

L'effectif calculé  $C_5$  est donc

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34	0,255	
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34) = 0,6217 + 0,6331 - 1 = 0,2548 \simeq 0,255$$

L'effectif calculé  $C_5$  est donc  $0,255 \times 100 = 25,5$  arbres.

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Détails des calculs pour l'intervalle  $[250; 270[$  :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
...	...	...	...
$[250; 270[$	34	0,255	25,5
...	...	...	...
<b>Total</b>	100	1	100

On note  $D$  la variable aléatoire « diamètre des arbres » qui suit une loi  $\mathcal{N}(260, 4; 30, 88)$ .

$$P(250 \leq D < 270) = P(-0,34 \leq Z \leq 0,31) \text{ où } Z \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34)$$

$$= P(Z \leq 0,31) + P(Z \leq 0,34) - 1$$

$$= P(Z \leq 0,31) - P(Z \leq -0,34) = 0,6217 + 0,6331 - 1 = 0,2548 \simeq 0,255$$

L'effectif calculé  $C_5$  est donc  $0,255 \times 100 = 25,5$  arbres.

# 1. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

2 On calcule les Fréquences avec la table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite, puis les effectifs calculés :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
[170 ; 190[	1	0,010	1,0
[190 ; 210[	6	0,040	4,0
[210 ; 230[	8	0,111	11,1
[230 ; 250[	16	0,206	20,6
[250 ; 270[	34	0,255	25,5
[270 ; 290[	22	0,209	20,9
[290 ; 310[	7	0,115	11,5
[310 ; 330[	4	0,042	4,2
[330 ; 350[	2	0,010	1,0
<b>Total</b>	100	1	100

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Les effectifs calculés doivent être supérieurs à 5,

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
[170 ; 190[	1	0,010	1,0
[190 ; 210[	6	0,040	4,0
[210 ; 230[	8	0,111	11,1
[230 ; 250[	16	0,206	20,6
[250 ; 270[	34	0,255	25,5
[270 ; 290[	22	0,209	20,9
[290 ; 310[	7	0,115	11,5
[310 ; 330[	4	0,042	4,2
[330 ; 350[	2	0,010	1,0
<b>Total</b>	100	1	100

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

Les effectifs calculés doivent être supérieurs à 5, donc on regroupe les deux premières et les deux dernières classes :

Diamètres des arbres (en mm)	Nombre d'arbres $O_i$	Fréquences calculées	Effectifs calculés $C_i$
[170 ; 210[	7	0,050	5,0
[210 ; 230[	8	0,111	11,1
[230 ; 250[	16	0,206	20,6
[250 ; 270[	34	0,255	25,5
[270 ; 290[	22	0,209	20,9
[290 ; 310[	7	0,115	11,5
[310 ; 350[	6	0,052	5,2
<b>Total</b>	100	1	100

3 On calcule  $T$

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(7 - 5)^2}{5} + \frac{(8 - 11,1)^2}{11,1} + \frac{(16 - 20,6)^2}{20,6} + \frac{(34 - 25,5)^2}{25,5} + \frac{(22 - 20,9)^2}{20,9} \\ + \frac{(7 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(6 - 5,2)^2}{5,2} \simeq 7,47$$

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(7 - 5)^2}{5} + \frac{(8 - 11,1)^2}{11,1} + \frac{(16 - 20,6)^2}{20,6} + \frac{(34 - 25,5)^2}{25,5} + \frac{(22 - 20,9)^2}{20,9} \\ + \frac{(7 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(6 - 5,2)^2}{5,2} \simeq 7,47$$

Le nombre de degrés de liberté est

## 3 On calcule $T$

$$T = \frac{(7 - 5)^2}{5} + \frac{(8 - 11,1)^2}{11,1} + \frac{(16 - 20,6)^2}{20,6} + \frac{(34 - 25,5)^2}{25,5} + \frac{(22 - 20,9)^2}{20,9} \\ + \frac{(7 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(6 - 5,2)^2}{5,2} \simeq 7,47$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{7: \text{ un par classe}} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2: \text{ la moyenne et l'écart-type}}$

## 3 On calcule $T$

$$T = \frac{(7 - 5)^2}{5} + \frac{(8 - 11,1)^2}{11,1} + \frac{(16 - 20,6)^2}{20,6} + \frac{(34 - 25,5)^2}{25,5} + \frac{(22 - 20,9)^2}{20,9} \\ + \frac{(7 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(6 - 5,2)^2}{5,2} \simeq 7,47$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{7: \text{ un par classe}} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2: \text{ la moyenne et l'écart-type}}$

$$ddl = 7 - 1 - 2 = 4$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

## 3 On calcule $T$

$$T = \frac{(7 - 5)^2}{5} + \frac{(8 - 11,1)^2}{11,1} + \frac{(16 - 20,6)^2}{20,6} + \frac{(34 - 25,5)^2}{25,5} + \frac{(22 - 20,9)^2}{20,9} \\ + \frac{(7 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(6 - 5,2)^2}{5,2} \simeq 7,47$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{7: \text{ un par classe}} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2: \text{ la moyenne et l'écart-type}}$

$$ddl = 7 - 1 - 2 = 4$$

## 4 Règle de décision :

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

## 3 On calcule $T$

$$T = \frac{(7 - 5)^2}{5} + \frac{(8 - 11,1)^2}{11,1} + \frac{(16 - 20,6)^2}{20,6} + \frac{(34 - 25,5)^2}{25,5} + \frac{(22 - 20,9)^2}{20,9} \\ + \frac{(7 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(6 - 5,2)^2}{5,2} \simeq 7,47$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{7: \text{ un par classe}} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2: \text{ la moyenne et l'écart-type}}$

$$ddl = 7 - 1 - 2 = 4$$

## 4 Règle de décision :

$$H_0 : T \leq \chi_{5\%, 4}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{5\%, 4}^2$$

# I. Tests d'adéquation d'une distribution à une distribution théorique.

## 3 On calcule $T$

$$T = \frac{(7 - 5)^2}{5} + \frac{(8 - 11,1)^2}{11,1} + \frac{(16 - 20,6)^2}{20,6} + \frac{(34 - 25,5)^2}{25,5} + \frac{(22 - 20,9)^2}{20,9} \\ + \frac{(7 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(6 - 5,2)^2}{5,2} \simeq 7,47$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{7: \text{ un par classe}} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2: \text{ la moyenne et l'écart-type}}$

$$ddl = 7 - 1 - 2 = 4$$

## 4 Règle de décision :

$$H_0 : T \leq \chi_{5\%, 4}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{5\%, 4}^2$$

$\chi_{5\%, 4}^2 = 9,488$  donc  $T = 7,47 \leq 9,488$  l'hypothèse  $H_0$  est acceptée.

On peut dire au risque de 5% que le diamètre des arbres suit une loi normale.

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	
Fume Modérément	9	20	8	
Ne Fume pas	6	34	12	
Total				

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	
Ne Fume pas	6	34	12	
Total				

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	
Total				

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total				

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total				120

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23			120

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70		120

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac sont indépendants.

$H_1$  :

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac **sont indépendants**.

$H_1$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac sont indépendants.

$H_1$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac ne sont pas indépendants.

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac **sont indépendants.**

$H_1$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac **ne sont pas indépendants.**

### 2 On calcule les effectifs théoriques.

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac **sont indépendants**.

$H_1$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac **ne sont pas indépendants**.

### 2 On calcule les effectifs théoriques.

On rappelle que :

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Claude et Virginie se sont intéressés aux résultats scolaires de 120 étudiants et à leurs habitudes concernant le tabac. Les résultats obtenus sont réunis dans le tableaux suivant :

Usage du tabac	Résultats scolaires			Total
	Excellents	satisfaisants	Médiocres	
Fume Beaucoup	8	16	7	31
Fume Modérément	9	20	8	37
Ne Fume pas	6	34	12	52
Total	23	70	27	120

### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac sont indépendants.

$H_1$  : Les résultats scolaires et la consommation de tabac ne sont pas indépendants.

### 2 On calcule les effectifs théoriques.

On rappelle que :

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\iff P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\iff P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$				31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\iff P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		$FB \cap RS$		31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\iff P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		$FB \cap RS$		31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) =$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\iff P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		$FB \cap RS$		31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120}$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\iff P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		$FB \cap RS$		31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\Leftrightarrow P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		$FB \cap RS$		31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

$$\text{Donc, } \#(FB \cap RS) \simeq 0,1507 \times 120 =$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\Leftrightarrow P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		<b>18,1</b>		31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

$$\text{Donc, } \#(FB \cap RS) \simeq 0,1507 \times 120 = 18,1 \quad \left( = \frac{31 \times 70}{120} \right)$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\Leftrightarrow P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		<b>18,1</b>		31
$FM$				37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

$$\text{Donc, } \#(FB \cap RS) \simeq 0,1507 \times 120 = 18,1 \quad \left( = \frac{31 \times 70}{120} \right)$$

$$\boxed{\#(FB \cap RS) = \frac{\#(FB) \times \#(RS)}{\text{effectif total}}}$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\Leftrightarrow P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		<b>18,1</b>		31
$FM$			$FM \cap RM$	37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

$$\text{Donc, } \#(FB \cap RS) \simeq 0,1507 \times 120 = 18,1 \quad \left( = \frac{31 \times 70}{120} \right)$$

$$\boxed{\#(FB \cap RS) = \frac{\#(FB) \times \#(RS)}{\text{effectif total}}}$$

Ainsi,  $\#(FM \cap RM) =$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\Leftrightarrow P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		<b>18,1</b>		31
$FM$			$FM \cap RM$	37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

$$\text{Donc, } \#(FB \cap RS) \simeq 0,1507 \times 120 = 18,1 \quad \left( = \frac{31 \times 70}{120} \right)$$

$$\boxed{\#(FB \cap RS) = \frac{\#(FB) \times \#(RS)}{\text{effectif total}}}$$

$$\text{Ainsi, } \#(FM \cap RM) = \frac{37 \times 27}{120} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\Leftrightarrow P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		<b>18,1</b>		31
$FM$			<b>8,3</b>	37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

$$\text{Donc, } \#(FB \cap RS) \simeq 0,1507 \times 120 = 18,1 \quad \left( = \frac{31 \times 70}{120} \right)$$

$$\boxed{\#(FB \cap RS) = \frac{\#(FB) \times \#(RS)}{\text{effectif total}}}$$

$$\text{Ainsi, } \#(FM \cap RM) = \frac{37 \times 27}{120} \simeq \mathbf{8,3}$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Les événements  $FB$  et  $RS$  sont indépendants  $\Leftrightarrow P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS)$

Usage du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	$FB \cap RE$	<b>18,1</b>	$FB \cap RM$	31
$FM$	$FM \cap RE$	$FM \cap RS$	<b>8,3</b>	37
$FP$	$FP \cap RE$	$FP \cap RS$	$FP \cap RM$	52
Total	23	70	27	120

$$P(FB \cap RS) = P(FB)P(RS) = \frac{31}{120} \times \frac{70}{120} \simeq 0,1507 = 15,07\%$$

$$\text{Donc, } \#(FB \cap RS) \simeq 0,1507 \times 120 = 18,1 \quad \left( = \frac{31 \times 70}{120} \right)$$

$$\boxed{\#(FB \cap RS) = \frac{\#(FB) \times \#(RS)}{\text{effectif total}}}$$

$$\text{Ainsi, } \#(FM \cap RM) = \frac{37 \times 27}{120} \simeq \mathbf{8,3}$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$		<b>18,1</b>		31
$FM$			<b>8,3</b>	37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$\#(FB \cap RE) =$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>		<b>18,1</b>		31
<i>FM</i>			<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>				52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	18,1		31
<i>FM</i>			8,3	37
<i>FP</i>				52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1		31
$FM$			8,3	37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) =$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	18,1		31
<i>FM</i>			8,3	37
<i>FP</i>				52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	18,1		31
<i>FM</i>	7,1		8,3	37
<i>FP</i>				52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1		31
$FM$	7,1		8,3	37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) =$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1		31
$FM$	7,1		8,3	37
$FP$				52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1		31
$FM$	7,1		8,3	37
$FP$	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1		31
$FM$	7,1		8,3	37
$FP$	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) =$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	18,1		31
<i>FM</i>	7,1		8,3	37
<i>FP</i>	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1		<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	18,1	7,0	31
<i>FM</i>	7,1		8,3	37
<i>FP</i>	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) =$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	18,1	7,0	31
<i>FM</i>	7,1		8,3	37
<i>FP</i>	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq 21,6$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq 21,6$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RS) =$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0			52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq 21,6$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RS) = \frac{52 \times 70}{120} \simeq$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0	30,3		52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq 21,6$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RS) = \frac{52 \times 70}{120} \simeq 30,3$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0	30,3		52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq 21,6$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RS) = \frac{52 \times 70}{120} \simeq 30,3$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

$$\#(FP \cap RM) =$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0	30,3		52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq 21,6$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RS) = \frac{52 \times 70}{120} \simeq 30,3$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

$$\#(FP \cap RM) = \frac{52 \times 27}{120} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	<b>18,1</b>	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	<b>8,3</b>	37
<i>FP</i>	10,0	30,3	11,7	52
Total	23	70	27	120

$$\#(FB \cap RE) = \frac{31 \times 23}{120} \simeq 5,9$$

$$\#(FM \cap RS) = \frac{37 \times 70}{120} \simeq 21,6$$

$$\#(FM \cap RE) = \frac{37 \times 23}{120} \simeq 7,1$$

$$\#(FP \cap RS) = \frac{52 \times 70}{120} \simeq 30,3$$

$$\#(FP \cap RE) = \frac{52 \times 23}{120} \simeq 10,0$$

$$\#(FP \cap RM) = \frac{52 \times 27}{120} \simeq 11,7$$

$$\#(FB \cap RM) = \frac{31 \times 27}{120} \simeq 7,0$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>	Total
<i>FB</i>	5,9	18,1	7,0	31
<i>FM</i>	7,1	21,6	8,3	37
<i>FP</i>	10,0	30,3	11,7	52
Total	23	70	27	

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(8 - 5,9)^2}{5,9} + \frac{(16 - \quad)^2}{\quad} + \dots + \frac{(12 - 11,7)^2}{11,7} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1	7,0	31
$FM$	7,1	21,6	8,3	37
$FP$	10,0	30,3	11,7	52
Total	23	70	27	

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(8 - 5,9)^2}{5,9} + \frac{(16 - 18,1)^2}{18,1} + \dots + \frac{(12 - 11,7)^2}{11,7} \simeq$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1	7,0	31
$FM$	7,1	21,6	8,3	37
$FP$	10,0	30,3	11,7	52
Total	23	70	27	

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(8 - 5,9)^2}{5,9} + \frac{(16 - 18,1)^2}{18,1} + \dots + \frac{(12 - 11,7)^2}{11,7} \simeq 3,7 \quad (3,63 \text{ sans arrondi.})$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1	7,0	31
$FM$	7,1	21,6	8,3	37
$FP$	10,0	30,3	11,7	52
Total	23	70	27	

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(8 - 5,9)^2}{5,9} + \frac{(16 - 18,1)^2}{18,1} + \dots + \frac{(12 - 11,7)^2}{11,7} \simeq 3,7 \quad (3,63 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1	7,0	31
$FM$	7,1	21,6	8,3	37
$FP$	10,0	30,3	11,7	52
Total	23	70	27	

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(8 - 5,9)^2}{5,9} + \frac{(16 - 18,1)^2}{18,1} + \dots + \frac{(12 - 11,7)^2}{11,7} \simeq 3,7 \quad (3,63 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est

$$\text{ddl} = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} =$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

Usage théorique du tabac	$RE$	$RS$	$RM$	Total
$FB$	5,9	18,1	7,0	31
$FM$	7,1	21,6	8,3	37
$FP$	10,0	30,3	11,7	52
Total	23	70	27	

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(8 - 5,9)^2}{5,9} + \frac{(16 - 18,1)^2}{18,1} + \dots + \frac{(12 - 11,7)^2}{11,7} \simeq 3,7 \quad (3,63 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$\text{ddl} = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable,

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$\text{ddl} = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable, ceux que nous retrouvons en ligne et en colonne.

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable, ceux que nous retrouvons en ligne et en colonne. Ainsi, On a dû estimer la ligne des totaux c'est-à-dire les probabilités des évènements  $RE$ ,  $RS$ , et  $RM$ .

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$\text{ddl} = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable, ceux que nous retrouvons en ligne et en colonne. Ainsi, On a dû estimer la ligne des totaux c'est-à-dire les probabilités des évènements  $RE$ ,  $RS$ , et  $RM$ . Mais celle de  $RM$  n'a pas dû être estimée puisque leur somme est égale à 1.

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable, ceux que nous retrouvons en ligne et en colonne. Ainsi, On a dû estimer la ligne des totaux c'est-à-dire les probabilités des évènements  $RE$ ,  $RS$ , et  $RM$ . Mais celle de  $RM$  n'a pas dû être estimée puisque leur somme est égale à 1.

### Une approche différente :

	$RE$	$RS$	$RM$
$FB$			
$FM$			
$FP$			

Sur chaque ligne, et chaque colonne,

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable, ceux que nous retrouvons en ligne et en colonne. Ainsi, On a dû estimer la ligne des totaux c'est-à-dire les probabilités des évènements  $RE$ ,  $RS$ , et  $RM$ . Mais celle de  $RM$  n'a pas dû être estimée puisque leur somme est égale à 1.

### Une approche différente :

	$RE$	$RS$	$RM$
$FB$			
$FM$			
$FP$			

Sur chaque ligne, et chaque colonne, seules deux cases  sont libres.

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable, ceux que nous retrouvons en ligne et en colonne. Ainsi, On a dû estimer la ligne des totaux c'est-à-dire les probabilités des évènements  $RE$ ,  $RS$ , et  $RM$ . Mais celle de  $RM$  n'a pas dû être estimée puisque leur somme est égale à 1.

### Une approche différente :

	$RE$	$RS$	$RM$
$FB$			
$FM$			
$FP$			

Sur chaque ligne, et chaque colonne, seules deux cases  sont libres. Une fois qu'elles ont été estimées, les autres probabilités en découlent, donc :

## II. Tests d'indépendance de deux critères.

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{9: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{2+2: \text{ colonne et ligne des totaux}} = 9 - 1 - 4 = 4$$

Ici, les paramètres estimés sont les probabilités d'évènements de chaque variable, ceux que nous retrouvons en ligne et en colonne. Ainsi, On a dû estimer la ligne des totaux c'est-à-dire les probabilités des évènements  $RE$ ,  $RS$ , et  $RM$ . Mais celle de  $RM$  n'a pas dû être estimée puisque leur somme est égale à 1.

### Une approche différente :

	$RE$	$RS$	$RM$
$FB$			
$FM$			
$FP$			

Sur chaque ligne, et chaque colonne, seules deux cases        sont libres. Une fois qu'elles ont été estimées, les autres probabilités en découlent, donc :

$$ddl = (\text{nb colonnes} - 1)(\text{nb lignes} - 1)$$

	<i>RE</i>	<i>RS</i>	<i>RM</i>
<i>FB</i>			
<i>FM</i>			
<i>FP</i>			



### Propriété : Nombre de degrés de liberté

En considérant seulement les intersections, autrement dit, le tableau sans les intitulés ni les totaux, on a :

$$ddl = (nb \text{ colonnes} - 1)(nb \text{ lignes} - 1)$$

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 10\%$ .

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 10\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{10\%, 4}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{10\%, 4}^2$$

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 10\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{10\%,4}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{10\%,4}^2$$

$$\chi_{10\%,4}^2 = 7,779$$

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 10\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{10\%,4}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{10\%,4}^2$$

$$\chi_{10\%,4}^2 = 7,779 \text{ et } T = 3,7 \leq 7,779$$

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 10\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{10\%,4}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{10\%,4}^2$$

$\chi_{10\%,4}^2 = 7,779$  et  $T = 3,7 \leq 7,779$  donc l'hypothèse  $H_0$  est acceptée.

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 10\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{10\%,4}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{10\%,4}^2$$

$\chi_{10\%,4}^2 = 7,779$  et  $T = 3,7 \leq 7,779$  donc l'hypothèse  $H_0$  est acceptée.

On peut dire au risque de 10% que les événements les résultats scolaires sont indépendants de fumer.

### III. Tests d'homogénéité.

Dans une population formée d'individus répartis en différentes catégories (hommes/femmes, classes d'ages, niveaux socio-économiques, etc...),

### III. Tests d'homogénéité.

Dans une population formée d'individus répartis en différentes catégories (hommes/femmes, classes d'ages, niveaux socio-économiques, etc...), on observe une variable (durée de vie, présence d'un risque, performances, etc.)

Dans une population formée d'individus répartis en différentes catégories (hommes/femmes, classes d'ages, niveaux socio-économiques, etc...), on observe une variable (durée de vie, présence d'un risque, performances, etc.) et on se demande si ses variations selon les différentes catégories de la population sont simplement dues aux fluctuations d'échantillonnage

Dans une population formée d'individus répartis en différentes catégories (hommes/femmes, classes d'ages, niveaux socio-économiques, etc...), on observe une variable (durée de vie, présence d'un risque, performances, etc.) et on se demande si ses variations selon les différentes catégories de la population sont simplement dues aux fluctuations d'échantillonnage ou si au contraire elles révèlent des comportements différents de la variable dans chacune de ces catégories.

Dans une population formée d'individus répartis en différentes catégories (hommes/femmes, classes d'ages, niveaux socio-économiques, etc...), on observe une variable (durée de vie, présence d'un risque, performances, etc.) et on se demande si ses variations selon les différentes catégories de la population sont simplement dues aux fluctuations d'échantillonnage ou si au contraire elles révèlent des comportements différents de la variable dans chacune de ces catégories.

Pour conclure, on va utiliser un test d'homogénéité, qui revient exactement à faire les mêmes calculs que dans un test d'indépendance.

**Exemple n° 2 :** Avant le dépôt d'un projet de loi sur la dépénalisation des drogues douces, un sondage est effectué auprès des membres de la majorité et des membres de l'opposition.

**Exemple n° 2 :** Avant le dépôt d'un projet de loi sur la dépénalisation des drogues douces, un sondage est effectué auprès des membres de la majorité et des membres de l'opposition. Les résultats sont les suivants :

	Favorable	Opposé	Abstention
Majorité	90	110	25
Opposition	50	96	29

**Exemple n° 2 :** Avant le dépôt d'un projet de loi sur la dépénalisation des drogues douces, un sondage est effectué auprès des membres de la majorité et des membres de l'opposition. Les résultats sont les suivants :

	Favorable	Opposé	Abstention
Majorité	90	110	25
Opposition	50	96	29

#### 1 Formulation des hypothèses :

$H_0$  : Il n'y a pas de différence significative d'opinion sur la dépénalisation

$H_1$  : Il y a une différence significative d'opinion sur la dépénalisation

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90	110	25	
Opposition	50	96	29	
Total				

On commence par calculer les totaux.

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90	110	25	225
Opposition	50	96	29	175
Total	140	206	54	400

2 **On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90	110	25	225
Opposition	50	96	29	175
Total	140	206	54	400

Puis, on calcule les effectifs théoriques :

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110	25	225
Opposition	50	96	29	175
Total	140	206	54	400

Puis, on calcule les effectifs théoriques :

$$\frac{225 \times 140}{400} \simeq 78,8$$

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25	225
Opposition	50	96	29	175
Total	140	206	54	400

Puis, on calcule les effectifs théoriques :

$$\frac{225 \times 206}{400} \simeq 115,9$$

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50	96	29	175
Total	140	206	54	400

Puis, on calcule les effectifs théoriques :

$$\frac{225 \times 54}{400} \simeq 30,4$$

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96	29	175
Total	140	206	54	400

Puis, on calcule les effectifs théoriques :

$$\frac{175 \times 140}{400} \simeq 61,3$$

2 **On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29	175
Total	140	206	54	400

Puis, on calcule les effectifs théoriques :

$$\frac{175 \times 206}{400} \simeq 90,1$$

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

Puis, on calcule les effectifs théoriques :

$$\frac{175 \times 54}{400} \simeq 23,6$$

2 **On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

3 **On calcule  $T$**

$T =$

2 **On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

3 **On calcule  $T$**

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} +$$

2 **On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

3 **On calcule  $T$**

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq$$

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq \mathbf{6,6} \quad (6,53 \text{ sans arrondi.})$$

2 On calcule les effectifs théoriques : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

3 On calcule  $T$

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq \mathbf{6,6} \quad (6,53 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl =$

2 **On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

3 **On calcule  $T$**

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq \mathbf{6,6} \quad (6,53 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \mathbf{(3 - 1) \times (2 - 1) = 2}$

2 **On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

3 **On calcule  $T$**

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq \mathbf{6,6} \quad (6,53 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \mathbf{(3 - 1) \times (2 - 1) = 2}$

Remarque : On retrouve :

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{l} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{: \text{ un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{l} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{: \text{ colonne et ligne des totaux}} =$$

**2 On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

**3 On calcule  $T$**

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq \mathbf{6,6} \quad (6,53 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \mathbf{(3 - 1) \times (2 - 1) = 2}$

Remarque : On retrouve :

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{\mathbf{6: un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{c} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{\text{: colonne et ligne des totaux}} =$$

**2 On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

**3 On calcule  $T$**

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq \mathbf{6,6} \quad (6,53 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = (\mathbf{3} - \mathbf{1}) \times (\mathbf{2} - \mathbf{1}) = \mathbf{2}$

Remarque : On retrouve :

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{l} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{\mathbf{6: un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{l} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{\mathbf{2+1: colonne et ligne des totaux}} =$$

**2 On calcule les effectifs théoriques** : Pour calculer les effectifs théorique, on multiplie les totaux de la ligne et de la colonne correspondant à la case et en divisant par l'effectif total.

	Favorable	Opposé	Abstention	Total
Majorité	90 (78,8)	110 (115,9)	25 (30,4)	225
Opposition	50 (61,3)	96 (90,1)	29 (23,6)	175
Total	140	206	54	400

**3 On calcule  $T$**

$$T = \frac{(90 - 78,8)^2}{78,8} + \frac{(110 - 115,9)^2}{115,9} + \dots + \frac{(29 - 23,6)^2}{23,6} \simeq \mathbf{6,6} \quad (6,53 \text{ sans arrondi.})$$

Le nombre de degrés de liberté est  $ddl = \mathbf{(3 - 1) \times (2 - 1) = 2}$

Remarque : On retrouve :

$$ddl = \underbrace{\left( \begin{array}{l} \text{nb de } C_i \text{ utilisés} \\ \text{dans le calcul de } T \end{array} \right)}_{\mathbf{6: un par } \cap} - 1 - \underbrace{\left( \begin{array}{l} \text{nb de paramètres} \\ \text{estimés pour} \\ \text{le calcul des } C_i \end{array} \right)}_{\mathbf{2+1: colonne et ligne des totaux}} = \mathbf{6 - 1 - 3 = 2}$$

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 5\%$ .

4 **Règle de décision** : Seuil de signification du test  $\alpha = 5\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{5\%, 2}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{5\%, 2}^2$$

4 Règle de décision : Seuil de signification du test  $\alpha = 5\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{5\%, 2}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{5\%, 2}^2$$

$\chi_{5\%, 2}^2 = 5,991$  donc  $T = 6,6 > 5,991$  l'hypothèse  $H_0$  est rejetée.

4 **Règle de décision** : Seuil de signification du test  $\alpha = 5\%$ .

$$H_0 : T \leq \chi_{5\%, 2}^2$$

$$H_1 : T > \chi_{5\%, 2}^2$$

$\chi_{5\%, 2}^2 = 5,991$  donc  $T = 6,6 > 5,991$  l'hypothèse  $H_0$  est rejetée.

On peut dire au risque de 5% qu'il y a une différence significative d'opinion sur la dépenalisation entre l'opposition et la majorité.

