Tribus - Probabilités - Thomas Bayes

Définition:

- L'ensemble **vide**

Définition:

- L'ensemble **vide** noté $\varnothing$

II. Théorie des ensembles

Définition:

- L'ensemble **vide** noté $\varnothing$ est défini par : $\forall x,\ x \notin \varnothing$

Définition:

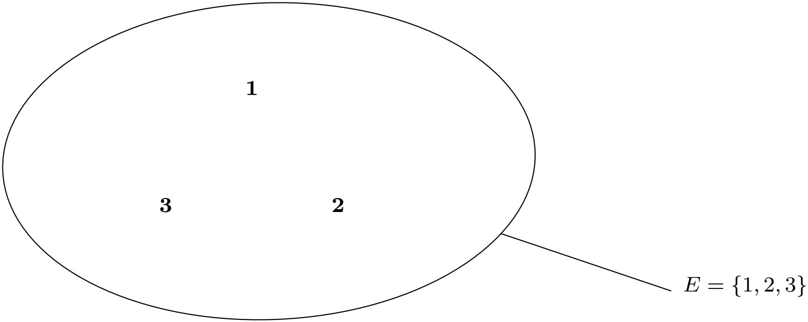
- L'ensemble **vide** noté $\varnothing$ est défini par : $\forall x,\ x \notin \varnothing$
- Si E est un ensemble.

Définition:

- L'ensemble **vide** noté $\varnothing$ est défini par : $\forall x,\ x \notin \varnothing$
- Si E est un ensemble. On note $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E.

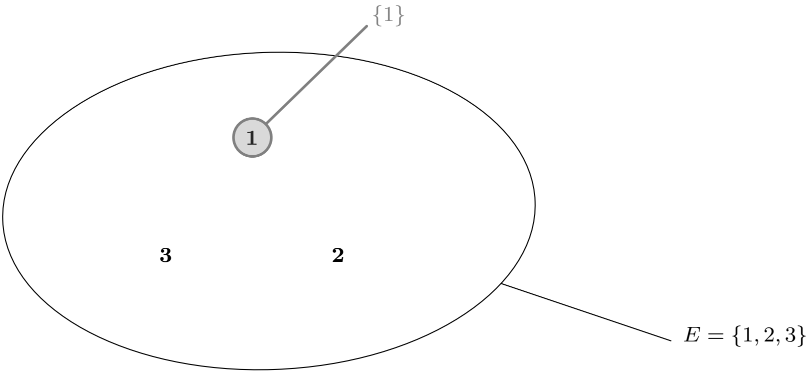
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



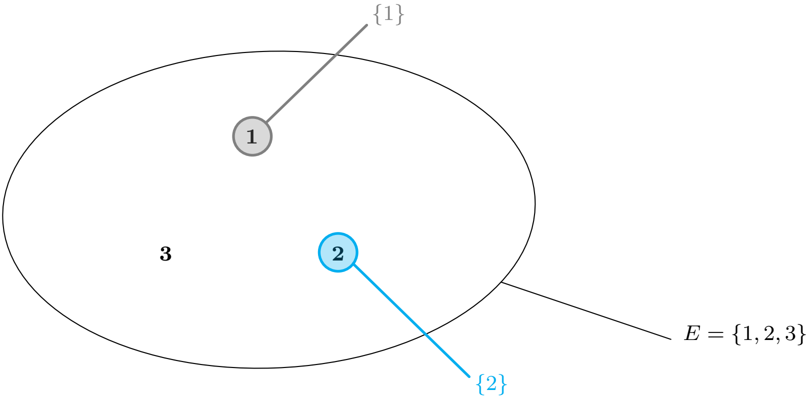
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1,2,3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



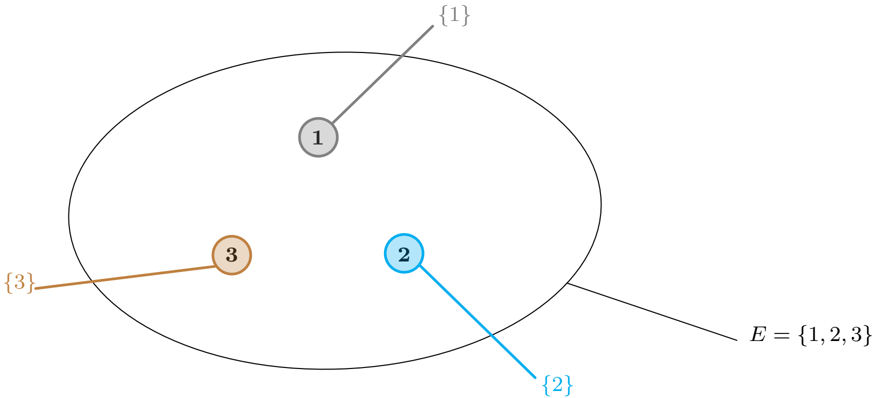
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



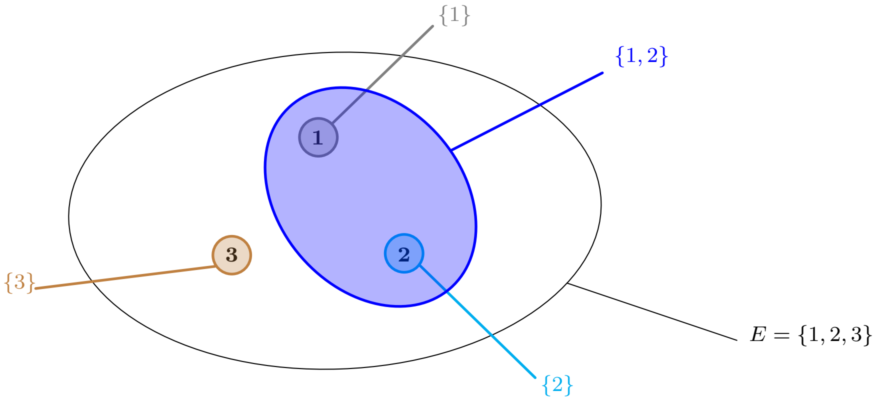
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



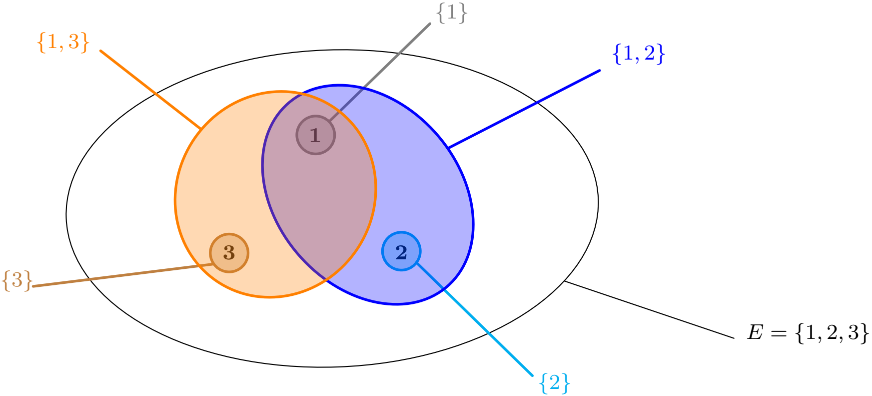
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



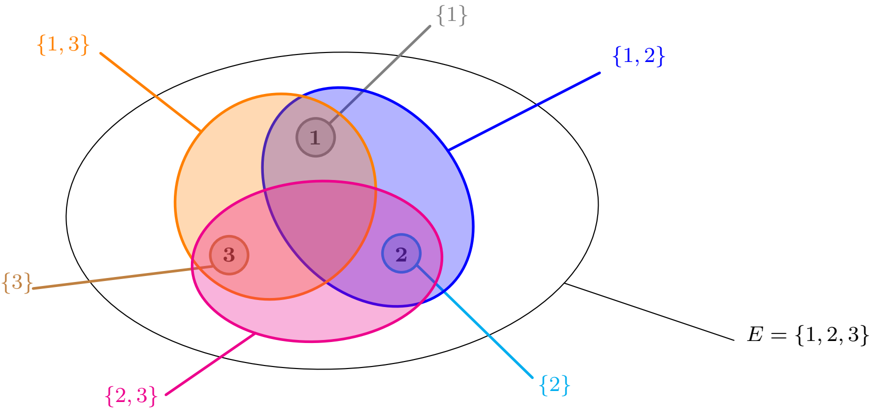
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



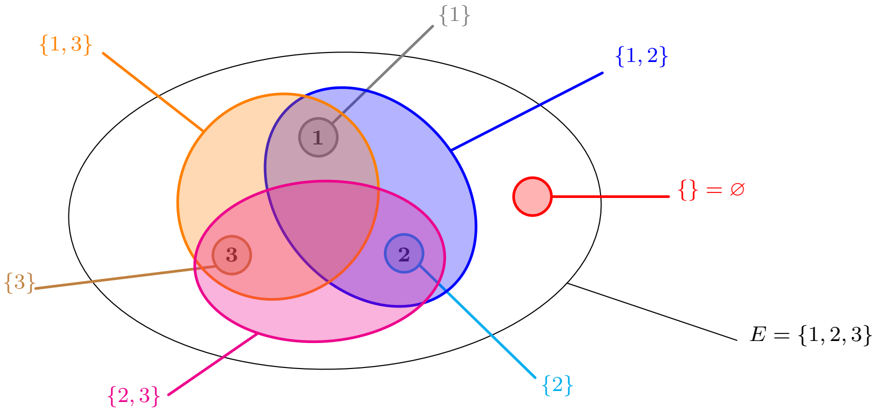
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



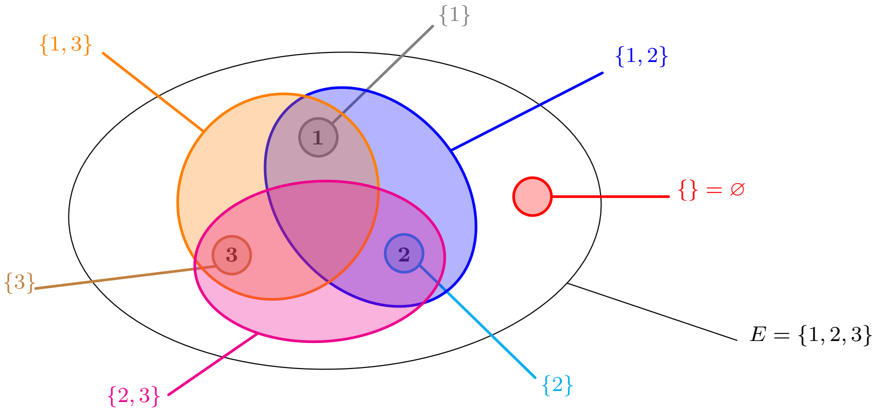
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1,2,3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$



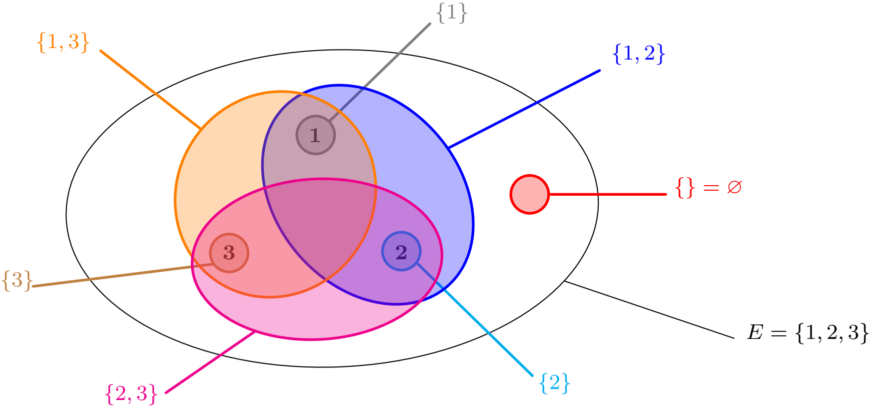
Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) =$ $\boldsymbol{\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}}$.



Exemple n° 1 :

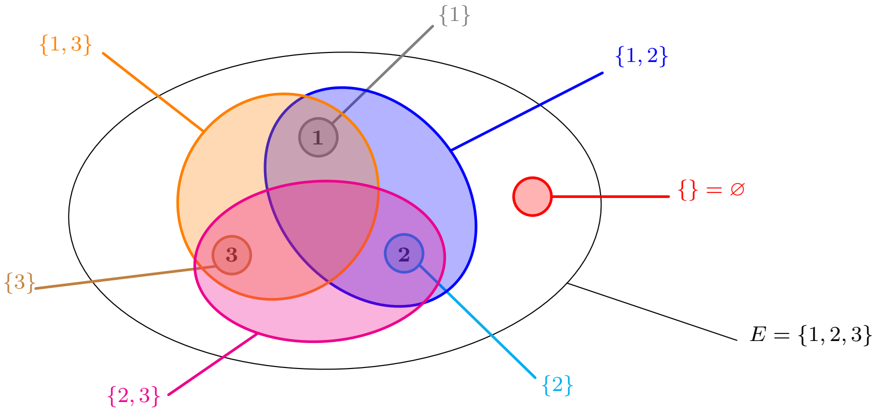
- Si $E = \{1, 2, 3\}$ alors $\mathcal{P}(E) = \boldsymbol{\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}}$.



- $1 \in \{1\}$, mais $1 \notin \{\{1\}\}$,

Exemple n° 1 :

- Si $E = \{1,2,3\}$ alors $\mathcal{P}(E) = \boldsymbol{\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}}$.



- $1 \in \{1\}$, mais $1 \notin \{\{1\}\}$, par contre $\{1\} \in \{\{1\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x\, (x \in A \implies x \in B)$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x\,(x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 :Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \quad \{1,2,3\}$ et $2 \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \quad \{1,2,3\}$
- $\varnothing \quad \{1,2,3\}$ et $\varnothing \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x\,(x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 :Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1, 2, 3\}$ et $2 \quad \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2\} \quad \{1, 2, 3\}$ et $\{1, 2\} \quad \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2, 3\} \quad \{1, 2, 3\}$
- $\varnothing \quad \{1, 2, 3\}$ et $\varnothing \quad \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2\} \quad \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$
- $\{1, 2\} \quad \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x \, (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 :Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1,2,3\}$ et $2 \in \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \quad \{1,2,3\}$
- $\varnothing \quad \{1,2,3\}$ et $\varnothing \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x\ (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 : Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1,2,3\}$ et $2 \in \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \notin \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \quad \{1,2,3\}$
- $\varnothing \quad \{1,2,3\}$ et $\varnothing \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x\, (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 : Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1,2,3\}$ et $2 \in \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \notin \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \quad \{1,2,3\}$
- $\varnothing \quad \{1,2,3\}$ et $\varnothing \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x \, (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 : Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1, 2, 3\}$ et $2 \in \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2\} \notin \{1, 2, 3\}$ et $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$
- $\varnothing \quad \{1, 2, 3\}$ et $\varnothing \quad \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2\} \quad \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$
- $\{1, 2\} \quad \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x \, (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 : Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1,2,3\}$ et $2 \in \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \notin \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \subset \{1,2,3\}$
- $\varnothing \notin \{1,2,3\}$ et $\varnothing \quad \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x \, (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 :Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1,2,3\}$ et $2 \in \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \notin \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \subset \{1,2,3\}$
- $\varnothing \notin \{1,2,3\}$ et $\varnothing \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \quad \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x \, (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 :Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1, 2, 3\}$ et $2 \in \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2\} \notin \{1, 2, 3\}$ et $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$
- $\varnothing \notin \{1, 2, 3\}$ et $\varnothing \subset \{1, 2, 3\}$
- $\{1, 2\} \in \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$
- $\{1, 2\} \quad \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$

Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x \, (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 : Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1,2,3\}$ et $2 \in \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \notin \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \subset \{1,2,3\}$
- $\varnothing \notin \{1,2,3\}$ et $\varnothing \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \in \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \not\subset \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

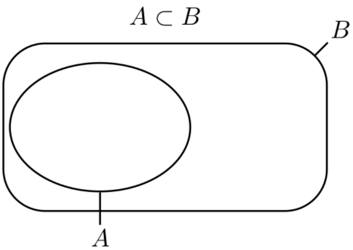
Définition:

A est **inclus** dans B : $A \subset B \iff \forall x \; (x \in A \implies x \in B)$

Exemple n° 2 : Complète avec $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$.

- $1 \in \{1,2,3\}$ et $2 \in \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \notin \{1,2,3\}$ et $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2,3\} \subset \{1,2,3\}$
- $\varnothing \notin \{1,2,3\}$ et $\varnothing \subset \{1,2,3\}$
- $\{1,2\} \in \{1,\{1\},\{1,2\}\}$
- $\{1,2\} \not\subset \{1,\{1\},\{1,2\}\}$

Représentation par un diagramme de Venn :



Propriété

A n'est pas **inclus** dans B : $A \not\subset B \iff \exists x \, (x \in A \text{ et } x \notin B)$.

Définition:

Différence de A et B : $x \in A \setminus B \iff (x \in A)$ et $(x \notin B)$

Définition:

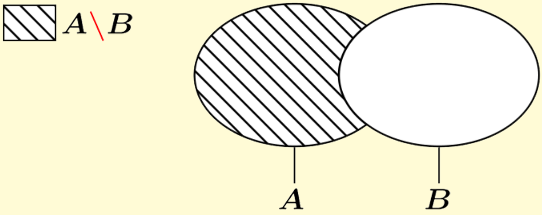
Différence de A et B : $x \in A \backslash B \iff (x \in A)$ et $(x \notin B)$

Ce sont les éléments de A qui ne sont pas dans B.

Définition:

Différence de A et B : $x \in A \backslash B \iff (x \in A)$ et $(x \notin B)$

Ce sont les éléments de A qui ne sont pas dans B.

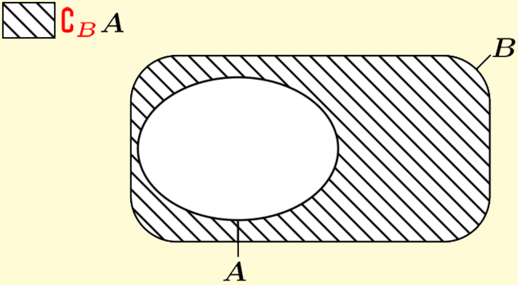


Définition:

Soient $A \subset B$: le **complémentaire** de A dans B, notée $\complement_B A$ est la différence B et A.

Définition:

Soient $A \subset B$: le **complémentaire** de A dans B, notée $\complement_B A$ est la différence B et A.



Définition:

L'**intersection** de A et B : $x \in A \cap B \iff (x \in A \text{ et } x \in B)$.

Définition:

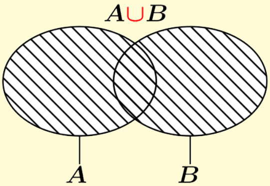
L'**intersection** de A et B : $x \in A \cap B \iff (x \in A \text{ et } x \in B)$.

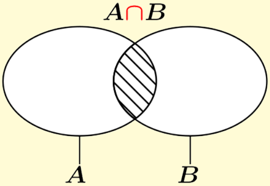
La **réunion** de A et B : $x \in A \cup B \iff (x \in A \text{ ou } x \in B)$.

Définition:

L'**intersection** de A et B : $x \in A \cap B \iff (x \in A \text{ et } x \in B)$.

La **réunion** de A et B : $x \in A \cup B \iff (x \in A \text{ ou } x \in B)$.





Définition:

Une famille $(A_i)_{1\leqslant i\leqslant n}$ est une **partition** de B si

Définition:

Une famille $(A_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$ est une **partition** de B si

- $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = B$

Définition:

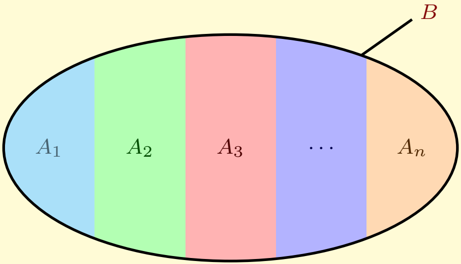
Une famille $(A_i)_{1\leqslant i\leqslant n}$ est une **partition** de B si

- $\displaystyle\bigcup_{i=1}^{n} A_i = B$
- Les A_i sont deux à deux disjoints :
$$i \neq j \implies A_i \cap A_j = \varnothing$$

Définition:

Une famille $(A_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$ est une **partition** de B si

- $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = B$
- Les A_i sont deux à deux disjoints :
$$i \neq j \implies A_i \cap A_j = \varnothing$$



Définition:

Soient A et B deux ensembles.

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$,

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien**

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien** de A par B.

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien** de A par B.

Le produit cartésien $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ fois}}$ est noté $\boldsymbol{A^n}$

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien** de A par B.

Le produit cartésien $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ fois}}$ est noté $\boldsymbol{A^n}$

Remarque : Pour les curieux, $(a, b) = \boldsymbol{\{\{a\}, \{a, b\}\}}$

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien** de A par B.

Le produit cartésien $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ fois}}$ est noté $\boldsymbol{A^n}$

Remarque : Pour les curieux, $(a, b) = \boldsymbol{\{\{a\}, \{a, b\}\}}$

Exemple n° 3 :

- $(2, \sqrt{7}) \in$

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien** de A par B.

Le produit cartésien $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ fois}}$ est noté $\boldsymbol{A^n}$

Remarque : Pour les curieux, $(a,b) = \boldsymbol{\{\{a\},\{a,b\}\}}$

Exemple n° 3 :

- $(2, \sqrt{7}) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}$;

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien** de A par B.

Le produit cartésien $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ fois}}$ est noté $\boldsymbol{A^n}$

Remarque : Pour les curieux, $(a, b) = \boldsymbol{\{\{a\}, \{a, b\}\}}$

Exemple n° 3 :

- $(2, \sqrt{7}) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}$;
- Le plan géométrique muni d'un repère peut être vu comme

Définition:

Soient A et B deux ensembles. L'ensemble des couples dont la première composante est un élément de A, et la seconde un élément de B, est noté $\boldsymbol{A \times B}$, et est appelé le **produit cartésien** de A par B.

Le produit cartésien $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ fois}}$ est noté $\boldsymbol{A^n}$

Remarque : Pour les curieux, $(a, b) = \boldsymbol{\{\{a\}, \{a, b\}\}}$

Exemple n° 3 :

- $(2, \sqrt{7}) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R}$;
- Le plan géométrique muni d'un repère peut être vu comme $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^{\mathbf{2}}$.

Propriété

Soient A, B deux ensembles contenus dans E.

- $\complement_E(\complement_E A) = \boldsymbol{A}$

Propriété

Soient A, B deux ensembles contenus dans E.

- $\complement_E(\complement_E A) = \boldsymbol{A}$
- $A \setminus B = \boldsymbol{A \cap \complement_E B}$

Propriété

Soient A, B deux ensembles contenus dans E.

- $\complement_E(\complement_E A) = \boldsymbol{A}$
- $A \setminus B = \boldsymbol{A \cap \complement_E B}$
- **Loi de De Morgan :**

Propriété

Soient A, B deux ensembles contenus dans E.

- $\complement_E(\complement_E A) = \boldsymbol{A}$
- $A \setminus B = \boldsymbol{A \cap \complement_E B}$
- **Loi de De Morgan :**

$$\boldsymbol{\complement_E(A \cap B) =}$$

Propriété

Soient A, B deux ensembles contenus dans E.

- $\complement_E(\complement_E A) = \boldsymbol{A}$
- $A \setminus B = \boldsymbol{A \cap \complement_E B}$
- **Loi de De Morgan :**

$$\boldsymbol{\complement_E(A \cap B) = \complement_E A \cup \complement_E B}$$

Propriété

Soient A, B deux ensembles contenus dans E.

- $\complement_E(\complement_E A) = \boldsymbol{A}$
- $A \setminus B = \boldsymbol{A \cap \complement_E B}$
- **Loi de De Morgan :**

$$\boldsymbol{\complement_E(A \cap B) = \complement_E A \cup \complement_E B} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\complement_E(A \cup B) =}$$

Propriété

Soient A, B deux ensembles contenus dans E.

- $\complement_E(\complement_E A) = \boldsymbol{A}$
- $A \setminus B = \boldsymbol{A \cap \complement_E B}$
- **Loi de De Morgan :**

$$\boldsymbol{\complement_E(A \cap B) = \complement_E A \cup \complement_E B} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\complement_E(A \cup B) = \complement_E A \cap \complement_E B}$$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\boldsymbol{\#A}$ ou card$(\boldsymbol{A})$, est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) =$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou $\text{card}(A)$, est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) =$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#\boldsymbol{A}$ ou card$(\boldsymbol{A})$, est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou $\mathrm{card}(A)$, est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0, 1, 2, 3, 4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\})\Big) =$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0, 1, 2, 3, 4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1, 2, 3\})\Big) = \mathbf{8}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2}^{\text{card}(A)}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2}^{\text{card}(A)}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) =$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou $\text{card}(A)$, est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2}^{\text{card}(A)}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^3} =$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^3 = 8}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2}^{\text{card}(A)}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^3 = 8}$
- Si $A = \{■, ●, ◆, ▲, ♥\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) =$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\big(\{0,1,2,3,4\}\big) = \mathbf{5}$
- $\#\big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\big) = \mathbf{7}$
- $\#\big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) = \mathbf{2^3 = 8}$
- Si $A = \{\blacksquare, \bullet, \blacklozenge, \blacktriangle, \heartsuit\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) = \mathbf{2^5 =}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou $\text{card}(A)$, est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^3 = 8}$
- Si $A = \{\blacksquare, \bullet, \blacklozenge, \blacktriangle, \heartsuit\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^5 = 32}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) = \mathbf{2^3 = 8}$
- Si $A = \{\blacksquare, \bullet, \blacklozenge, \blacktriangle, \heartsuit\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) = \mathbf{2^5 = 32}$
- Si $A = \{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n \leqslant 40\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) =$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou $\text{card}(A)$, est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) = \mathbf{2^3 = 8}$
- Si $A = \{\blacksquare, \bullet, \blacklozenge, \blacktriangle, \heartsuit\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) = \mathbf{2^5 = 32}$
- Si $A = \{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n \leqslant 40\}$ alors $\#(\mathcal{P}(A)) = \mathbf{2^{41} =}$

Définition:

Si A est un ensemble fini. Le nombre d'éléments appartenant à A, noté $\#A$ ou card(A), est appelé le **cardinal** de A.

Exemple n° 4 :

- $\#\Big(\{0,1,2,3,4\}\Big) = \mathbf{5}$
- $\#\Big(\{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n^2 < 40\}\Big) = \mathbf{7}$
- $\#\Big(\mathcal{P}(\{1,2,3\})\Big) = \mathbf{8}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2}^{\text{card}(A)}$

Exemple n° 5 :

- Si $A = \{1,2,3\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^3 = 8}$
- Si $A = \{\blacksquare, \bullet, \blacklozenge, \blacktriangle, \heartsuit\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^5 = 32}$
- Si $A = \{n \in \mathbb{N} \text{ tel que } n \leqslant 40\}$ alors $\#\big(\mathcal{P}(A)\big) = \mathbf{2^{41} = 2\ 199\ 023\ 255\ 552}$

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\mathrm{card}(A)}}$

Démonstration

Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Démonstration

Soient $A = \{\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3 \dots\ ,\ a_n\ \}$ et B une partie de A.

$$B = \left\{\ ?\ ,\ ?\ ,\ ?\ ,\ \dots\ ,\ ?\ \right\}$$

-

Propriété

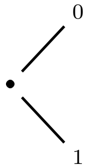
Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Démonstration

Soient $A = \{\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3 \dots\ ,\ a_n\ \}$ et B une partie de A.

$a_1 \in B$?

$$B = \left\{\ ?\ ,\ ?\ ,\ ?\ ,\ \dots\ ,\ ?\ \right\}$$



Propriété

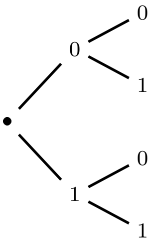
Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\mathrm{card}(A)}}$

Démonstration

Soients $A = \{\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3 \ldots\ ,\ a_n\ \}$ et B une partie de A.

$a_2 \in B$?

$$B = \left\{\ ?\ ,\ ?\ ,\ ?\ ,\ \ldots\ ,\ ?\ \right\}$$



Propriété

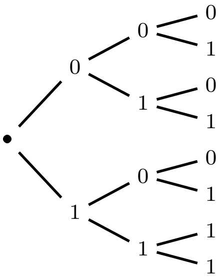
Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{card(A)}}$

Démonstration

Soients $A = \{ \; a_1 \quad , \quad a_2 \quad , \quad a_3 \ldots \quad , \quad a_n \; \}$ et B une partie de A.

$a_3 \in B$?

$B = \Big\{ \; ? \quad , \quad ? \quad , \quad ? \quad , \quad \ldots \quad , \quad ? \; \Big\}$



Propriété

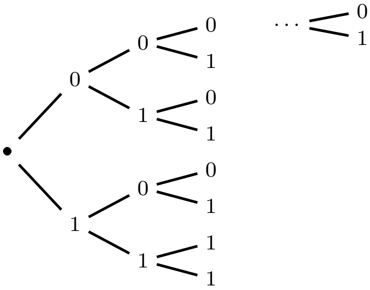
Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Démonstration

Soient $A = \{\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3 \ldots\ ,\ a_n\ \}$ et B une partie de A.

$a_n \in B$?

$B = \{\ ?\ ,\ ?\ ,\ ?\ ,\ \ldots\ ,\ ?\ \}$



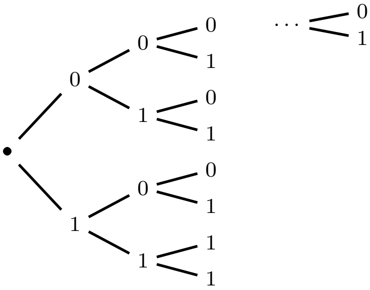
Propriété

Si A est un ensemble fini. Le cardinal de $\mathcal{P}(A)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(A)}}$

Démonstration

Soient $A = \{\ a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3 \dots\ ,\ a_n\ \}$ et B une partie de A.

$$B = \left\{\ ?\ ,\ ?\ ,\ ?\ ,\ \dots\ ,\ ?\ \right\}$$



Il y a 2^n possibilités

1. Ensemble fondamental

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire**

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers**

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement**

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.

III. Modèle probabiliste

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire**

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

Exemple n° 6 : On lance un dé cubique à six faces.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

Exemple n° 6 : On lance un dé cubique à six faces.

- L'univers Ω est

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

Exemple n° 6 : On lance un dé cubique à six faces.

- L'univers Ω est $\mathbf{\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}}$.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

Exemple n° 6 : On lance un dé cubique à six faces.

- L'univers Ω est $\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}$.
- L'événement A, « le résultat est pair », est une partie de l'univers : $A =$

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

Exemple n° 6 : On lance un dé cubique à six faces.

- L'univers Ω est $\mathbf{\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}}$.
- L'événement A, « le résultat est pair », est une partie de l'univers : $A = \mathbf{\{2\,;\,4\,;\,6\}}$.

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

Exemple n° 6 : On lance un dé cubique à six faces.

- L'univers Ω est $\mathbf{\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}}$.
- L'événement A, « le résultat est pair », est une partie de l'univers : $A = \mathbf{\{2\,;\,4\,;\,6\}}$.
- L'événement B, « le résultat est 3 », est un événement **élémentaire** : $B =$

1. Ensemble fondamental

Définition:

1. Une expérience **aléatoire** est une expérience dont le résultat est soumis au hasard.
2. L'ensemble de tous les résultats possibles est **l'univers** de l'expérience.
3. Un résultat possible est appelé une **éventualité**.
4. Un **événement** est une partie de cet univers, c'est-à-dire un ensemble de résultats possibles.
5. Un événement est dit **élémentaire** s'il contient qu'un seul résultat possible. Autrement dit, un événement élémentaire est une **éventualité**.

Exemple n° 6 : On lance un dé cubique à six faces.

- L'univers Ω est $\mathbf{\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}}$.
- L'événement A, « le résultat est pair », est une partie de l'univers : $A = \mathbf{\{2\,;\,4\,;\,6\}}$.
- L'événement B, « le résultat est 3 », est un événement **élémentaire** : $B = \mathbf{\{3\}}$.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles**

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{\boldsymbol{A}}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $\boldsymbol{A \cap B = \varnothing}$

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $A \cap B = \varnothing$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est :

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $A \cap B = \varnothing$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}$.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $A \cap B = \varnothing$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}$.
- L'événement contraire de B est :

III. Modèle probabiliste

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\boldsymbol{\overline{A}}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $\boldsymbol{A \cap B = \varnothing}$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\boldsymbol{\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}}$.
- L'événement contraire de B est : $\boldsymbol{\overline{B} = \{1\,;\,2\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}}$.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\boldsymbol{\overline{A}}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $\boldsymbol{A \cap B = \varnothing}$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\boldsymbol{\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}}$.
- L'événement contraire de B est : $\boldsymbol{\overline{B} = \{1\,;\,2\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}}$.
- L'événement contraire de Ω est :

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $A \cap B = \varnothing$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}$.
- L'événement contraire de B est : $\overline{B} = \{1\,;\,2\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}$.
- L'événement contraire de Ω est : $\overline{\Omega} = \varnothing$.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $A \cap B = \varnothing$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}$.
- L'événement contraire de B est : $\overline{B} = \{1\,;\,2\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}$.
- L'événement contraire de Ω est : $\overline{\Omega} = \varnothing$.
- L'événement C : « le résultat est un entier négatif »est : $C = \varnothing$.

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\overline{A}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $A \cap B = \varnothing$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}$.
- L'événement contraire de B est : $\overline{B} = \{1\,;\,2\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}$.
- L'événement contraire de Ω est : $\overline{\Omega} = \varnothing$.
- L'événement C : « le résultat est un entier négatif »est : $C = \varnothing$.
- L'événement contraire de C est :

III. Modèle probabiliste

Définition:

1. L'univers Ω est appelé **l'événement certain**.
2. L'ensemble vide $\varnothing$ est appelé l'événement **l'événement impossible**.
3. L'événement **contraire** d'un événement A, est noté $\boldsymbol{\overline{A}}$. Il contient tous les résultats possibles de l'univers Ω qui ne sont pas dans A.
4. Deux événements A et B sont dit **incompatibles** s'ils ne peuvent être réalisés simultanément (aucune éventualité en commun) : $\boldsymbol{A \cap B = \varnothing}$

Exemple n° 7 : On reprend l'exemple précédent

- L'événement contraire de A est : $\boldsymbol{\overline{A} = \{1\,;\,3\,;\,5\}}$.
- L'événement contraire de B est : $\boldsymbol{\overline{B} = \{1\,;\,2\,;\,4\,;\,5\,;\,6\}}$.
- L'événement contraire de Ω est : $\boldsymbol{\overline{\Omega} = \varnothing}$.
- L'événement C : « le résultat est un entier négatif »est : $\boldsymbol{C = \varnothing}$.
- L'événement contraire de C est : $\overline{\varnothing} = \Omega$.

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ?

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)			
2				
3				
4				

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)		
2				
3				
4				

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	
2				
3				
4				

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2				
3				
4				

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)			
3				
4				

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)		
3				
4				

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	
3				
4				

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3				
4				

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)			
4				

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)		
4				

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	
4				

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4				

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)			

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)		

III. Modèle probabiliste

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega =$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(4,4)\}$$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) =$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\dots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 =$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$$\Omega = \{(1,1),(1,2),\dots,(4,4)\}$$

$$\#(\Omega) = 4^2 = 16$$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

$A =$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

$A = \{(1,4),$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

$A = \{(1,4),(2,3),$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\dots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

$A = \{(1,4),(2,3),(3,2),$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\dots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

$A = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1), (1,2), \ldots, (4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

$A = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$

L'évènement A contient **4 éventualités.**

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 8 : On jette deux dés tétraédriques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 1 :

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

$\Omega = \{(1,1),(1,2),\dots,(4,4)\}$

$\#(\Omega) = 4^2 = 16$

Ω est composé de 16 couples de faces.

$A = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\}$

L'évènement A contient **4 éventualités.**

Il est réalisé dès que l'une de ses 4 éventualités l'est

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$\Omega =$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$$\Omega = \{\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7}, \mathbf{8}\}$$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$$\Omega = \{\mathbf{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}\}$$

$$\#(\Omega) =$$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$$\Omega = \{\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7}, \mathbf{8}\}$$

$$\#(\Omega) = \mathbf{7}$$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$$\Omega = \{\mathbf{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}\}$$

$$\#(\Omega) = \mathbf{7}$$

$\boldsymbol{\Omega}$ est composé de $\mathbf{7}$ sommes.

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$\Omega = \{\mathbf{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}\}$

$\#(\Omega) = \mathbf{7}$

$\boldsymbol{\Omega}$ est composé de $\mathbf{7}$ sommes.

$A = \mathbf{5}$

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$\Omega = \{\mathbf{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}\}$

$\#(\Omega) = \mathbf{7}$

$\boldsymbol{\Omega}$ est composé de $\mathbf{7}$ sommes.

$A = \mathbf{5}$

L'évènement A contient

L'univers Ω dépend évidemment de l'expérience considérée mais aussi du choix de celui qui construit le modèle, et donc d'une forme d'arbitraire.

Exemple n° 9 : On jette deux dés cubiques. On s'intéresse à leur somme, et on note A l'événement leur somme est égale à 5.

Combien y a-t-il d'éventualités ? **Leur nombre dépend du choix de la modélisation.**

Modèle n° 2 :

Ω est l'ensemble de toutes les sommes possibles :

$\Omega = \{\mathbf{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}\}$

$\#(\Omega) = \mathbf{7}$

$\boldsymbol{\Omega}$ est composé de $\mathbf{7}$ sommes.

$A = \mathbf{5}$

L'évènement A contient **une seule éventualité.**

La principale différence entre ces deux modèles :

La principale différence entre ces deux modèles :

- Le modèle n° 1 est

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

La principale différence entre ces deux modèles :

- Le modèle n° 1 est **équiprobable** :

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

La principale différence entre ces deux modèles :

- Le modèle n° 1 est **équiprobable** :
  $$P(\{(1,1)\}) = P(\{(1,2)\}) = \ldots = P(\{(4,4)\}) = \frac{1}{16}$$

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

La principale différence entre ces deux modèles :

- Le modèle n° 1 est **équiprobable** :
  $$P(\{(1,1)\}) = P(\{(1,2)\}) = \ldots = P(\{(4,4)\}) = \frac{1}{16}$$

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

- Le modèle n° 2 ne l'est pas : $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

La principale différence entre ces deux modèles :

- Le modèle n° 1 est **équiprobable** :

$$P(\{(1,1)\}) = P(\{(1,2)\}) = \ldots = P(\{(4,4)\}) = \frac{1}{16}$$

dé 1 \ dé 2	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

- Le modèle n° 2 ne l'est pas : $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$P(\{5\}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

La principale différence entre ces deux modèles :

- Le modèle n° 1 est **équiprobable** :
  $P(\{(1,1)\}) = P(\{(1,2)\}) = \ldots = P(\{(4,4)\}) = \dfrac{1}{16}$

dé 2 / dé 1	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)

- Le modèle n° 2 ne l'est pas : $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
  $P(\{5\}) = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$ alors que $P(\{2\}) = \dfrac{1}{16}$

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	**Langage des évènements**
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est
	L'évènement A implique l'évènement B
	Evènement impossible
	Evènement certain
	Un au moins des deux évènements est réalisé
	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	Langage des évènements
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
	L'évènement A implique l'évènement B
	Evènement impossible
	Evènement certain
	Un au moins des deux évènements est réalisé
	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	Langage des évènements
On a observé ω et $\boldsymbol{\omega \in A}$	L'évènement A est **réalisé**
$\boldsymbol{A \subset B}$	L'évènement A implique l'évènement B
	Evènement impossible
	Evènement certain
	Un au moins des deux évènements est réalisé
	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	**Langage des évènements**
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
	Evènement certain
	Un au moins des deux évènements est réalisé
	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	Langage des évènements
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
Ω	Evènement certain
	Un au moins des deux évènements est réalisé
	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	**Langage des évènements**
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
Ω	Evènement certain
$A \cup B$	Un au moins des deux évènements est réalisé
	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	**Langage des évènements**
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
Ω	Evènement certain
$A \cup B$	Un au moins des deux évènements est réalisé
$A \cap B$	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	Langage des évènements
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
Ω	Evènement certain
$A \cup B$	Un au moins des deux évènements est réalisé
$A \cap B$	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont **incompatibles**
	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	**Langage des évènements**
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
Ω	Evènement certain
$A \cup B$	Un au moins des deux évènements est réalisé
$A \cap B$	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont **incompatibles**
$\complement_\Omega A$	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	**Langage des évènements**
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
Ω	Evènement certain
$A \cup B$	Un au moins des deux évènements est réalisé
$A \cap B$	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont **incompatibles**
$\complement_\Omega A$	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	

2. Algèbre et tribu d'événements

Un évènement étant un élément de $\mathcal{P}(\Omega)$, il obéit à la théorie des ensembles.

Langage des ensembles	Langage des évènements
On a observé ω et $\omega \in A$	L'évènement A est **réalisé**
$A \subset B$	L'évènement A implique l'évènement B
$\varnothing$	Evènement impossible
Ω	Evènement certain
$A \cup B$	Un au moins des deux évènements est réalisé
$A \cap B$	Les deux évènements sont réalisés
$A \cap B = \varnothing$	Les deux évènements sont **incompatibles**
$\complement_\Omega A$	L'évènement contraire de A noté $\overline{A}$
Loi de De Morgan :	
$\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B$	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω.

Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω. Mais, le cardinal de $\mathcal{P}(\Omega)$ est $\mathbf{2^{\text{card}(\Omega)}}$, Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω. Mais, le cardinal de $\mathcal{P}(\Omega)$ est $\mathbf{2}^{\mathrm{card}(\boldsymbol{\Omega})}$, qui peut être un nombre très grand.

Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω. Mais, le cardinal de $\mathcal{P}(\Omega)$ est $\mathbf{2}^{\mathrm{card}(\boldsymbol{\Omega})}$, qui peut être un nombre très grand. Dans ce cas, il peut être souhaitable de ne considérer qu'une famille restreinte $\mathcal{A}$ de parties de Ω.

Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω. Mais, le cardinal de $\mathcal{P}(\Omega)$ est $\mathbf{2}^{\mathsf{card}(\boldsymbol{\Omega})}$, qui peut être un nombre très grand. Dans ce cas, il peut être souhaitable de ne considérer qu'une famille restreinte $\mathcal{A}$ de parties de Ω. Pour que le résultat des opérations ensemblistes (union, intersection, et complémentaire) soit encore un évènement, Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω. Mais, le cardinal de $\mathcal{P}(\Omega)$ est $\mathbf{2}^{\mathrm{card}(\mathbf{\Omega})}$, qui peut être un nombre très grand. Dans ce cas, il peut être souhaitable de ne considérer qu'une famille restreinte $\mathcal{A}$ de parties de Ω. Pour que le résultat des opérations ensemblistes (union, intersection, et complémentaire) soit encore un évènement, il faut que $\mathcal{A}$ soit stable pour ces opérations.

III. Modèle probabiliste

Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω. Mais, le cardinal de $\mathcal{P}(\Omega)$ est $\mathbf{2}^{\mathrm{card}(\boldsymbol{\Omega})}$, qui peut être un nombre très grand. Dans ce cas, il peut être souhaitable de ne considérer qu'une famille restreinte $\mathcal{A}$ de parties de Ω. Pour que le résultat des opérations ensemblistes (union, intersection, et complémentaire) soit encore un évènement, il faut que $\mathcal{A}$ soit stable pour ces opérations.

Définition:

Un ensemble $\mathcal{A}$ est une **algèbre** sur Ω si

- $\varnothing \in \boldsymbol{\mathcal{A}}$
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cap B \in \mathcal{A}}$
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$, $\complement_{\boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{A} \in \boldsymbol{\mathcal{A}}$

Un évènement est une partie de Ω, donc, il y a potentiellement $\mathcal{P}(\Omega)$ événement dans un univers Ω. Mais, le cardinal de $\mathcal{P}(\Omega)$ est $\mathbf{2}^{\mathrm{card}(\boldsymbol{\Omega})}$, qui peut être un nombre très grand. Dans ce cas, il peut être souhaitable de ne considérer qu'une famille restreinte $\mathcal{A}$ de parties de Ω. Pour que le résultat des opérations ensemblistes (union, intersection, et complémentaire) soit encore un évènement, il faut que $\mathcal{A}$ soit stable pour ces opérations.

Définition:

Un ensemble $\mathcal{A}$ est une **algèbre** sur Ω si

- $\varnothing \in \boldsymbol{\mathcal{A}}$
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cap B \in \mathcal{A}}$
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$, $\complement_{\boldsymbol{\Omega}} \boldsymbol{A} \in \boldsymbol{\mathcal{A}}$

Remarque : Le dernier point s'écrit : Pour tout $A \in \mathcal{A}$, $\overline{\boldsymbol{A}} \in \boldsymbol{\mathcal{A}}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$ et $\mathcal{A}$ est une algèbre

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$ et $\mathcal{A}$ est une algèbre donc $\overline{A} \cap \overline{B} \in \mathcal{A}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$ et $\mathcal{A}$ est une algèbre donc $\overline{A} \cap \overline{B} \in \mathcal{A}$

  Par passage au contraire :

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$ et $\mathcal{A}$ est une algèbre donc $\overline{A} \cap \overline{B} \in \mathcal{A}$

  Par passage au contraire : $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} \in \mathcal{A}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$ et $\mathcal{A}$ est une algèbre donc $\overline{A} \cap \overline{B} \in \mathcal{A}$

  Par passage au contraire : $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} \in \mathcal{A}$

  D'après la loi de De Morgan :

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$ et $\mathcal{A}$ est une algèbre donc $\overline{A} \cap \overline{B} \in \mathcal{A}$

  Par passage au contraire : $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} \in \mathcal{A}$

  D'après la loi de De Morgan : $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} = \overline{\overline{A}} \cup \overline{\overline{B}} =$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

- $\Omega \in \mathcal{A}$.
- Pour tout $A \in \mathcal{A}$ et tout $B \in \mathcal{A}$, $\boldsymbol{A \cup B \in \mathcal{A}}$

Démonstration

- $\varnothing \in \mathcal{A} \implies \Omega = \overline{\varnothing} \in \mathcal{A}$
- $\begin{cases} A \in \mathcal{A} \implies \overline{A} \in \mathcal{A} \\ B \in \mathcal{A} \implies \overline{B} \in \mathcal{A} \end{cases}$ et $\mathcal{A}$ est une algèbre donc $\overline{A} \cap \overline{B} \in \mathcal{A}$

  Par passage au contraire : $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} \in \mathcal{A}$

  D'après la loi de De Morgan : $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}} = \overline{\overline{A}} \cup \overline{\overline{B}} = A \cup B$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment,

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment, comme au moins lancer un dé jusqu'à obtenir le chiffre 6.

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment, comme au moins lancer un dé jusqu'à obtenir le chiffre 6. On va étendre la définition d'une algèbre :

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment, comme au moins lancer un dé jusqu'à obtenir le chiffre 6. On va étendre la définition d'une algèbre :

Définition:

Un ensemble $\mathcal{T}$ est une **σ-algèbre** ou une **tribu** sur Ω si

- $\varnothing \in \mathcal{T}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment, comme au moins lancer un dé jusqu'à obtenir le chiffre 6. On va étendre la définition d'une algèbre :

Définition:

Un ensemble $\mathcal{T}$ est une **σ-algèbre** ou une **tribu** sur Ω si

- $\varnothing \in \mathcal{T}$
- Si $A_i \in \mathcal{T}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ alors $\bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{T}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment, comme au moins lancer un dé jusqu'à obtenir le chiffre 6. On va étendre la définition d'une algèbre :

Définition:

Un ensemble $\mathcal{T}$ est une **σ-algèbre** ou une **tribu** sur Ω si

- $\varnothing \in \mathcal{T}$
- Si $A_i \in \mathcal{T}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ alors $\displaystyle\bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{T}$ et $\displaystyle\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{T}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment, comme au moins lancer un dé jusqu'à obtenir le chiffre 6. On va étendre la définition d'une algèbre :

Définition:

Un ensemble $\mathcal{T}$ est une **σ-algèbre** ou une **tribu** sur Ω si

- $\varnothing \in \mathcal{T}$
- Si $A_i \in \mathcal{T}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ alors $\displaystyle\bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{T}$et $\displaystyle\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{T}$
- Pour tout $A \in \mathcal{T}$, $\overline{A} \in \mathcal{T}$

Propriété

Si $\mathcal{A}$ est une algèbre sur Ω, alors

$$\text{Si } A_i \in \mathcal{A} \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant n \text{ alors } \bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A} \text{ et } \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \mathcal{A}$$

Comme certaines expériences aléatoires se répètent indéfiniment, comme au moins lancer un dé jusqu'à obtenir le chiffre 6. On va étendre la définition d'une algèbre :

Définition:

Un ensemble $\mathcal{T}$ est une **σ-algèbre** ou une **tribu** sur Ω si

- $\varnothing \in \mathcal{T}$
- Si $A_i \in \mathcal{T}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ alors $\displaystyle\bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{T}$ et $\displaystyle\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n \in \mathcal{T}$
- Pour tout $A \in \mathcal{T}$, $\overline{A} \in \mathcal{T}$

Autrement dit, une tribu est une algèbre stable par union ou intersection dénombrable.

Définition:

Etant donné un univers Ω et une tribu $\mathcal{T}$ sur Ω, le couple $(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\mathcal{T}})$ est appelé un **espace probabilisable**

Définition:

Etant donné un univers Ω et une tribu $\mathcal{T}$ sur Ω, le couple $(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\mathcal{T}})$ est appelé un **espace probabilisable**

Cette terminologie signifie que l'on va pouvoir associer une **probabilité** à cet espace $(\Omega, \mathcal{T})$.

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation.

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

III. Probabilité

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

Définition:

On appelle **probabilité** P sur $(\Omega, \mathcal{T})$ une fonction $P : \mathcal{T} \longmapsto [0, 1]$ telle que :

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

Définition:

On appelle **probabilité** P sur $(\Omega, \mathcal{T})$ une fonction $P : \mathcal{T} \longmapsto [0,1]$ telle que :

- $P(\Omega) =$

III. Probabilité

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

Définition:

On appelle **probabilité** P sur $(\Omega, \mathcal{T})$ une fonction $P : \mathcal{T} \longmapsto [0, 1]$ telle que :

- $P(\Omega) = 1$

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

Définition:

On appelle **probabilité** P sur $(\Omega, \mathcal{T})$ une fonction $P : \mathcal{T} \longmapsto [0, 1]$ telle que :

- $P(\Omega) = 1$
- Pour toute suite A_n d'événements $(A_n \in \mathcal{T})$

III. Probabilité

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

Définition:

On appelle **probabilité** P sur $(\Omega, \mathcal{T})$ une fonction $P : \mathcal{T} \longmapsto [0, 1]$ telle que :

- $P(\Omega) = 1$
- Pour toute suite A_n d'événements $(A_n \in \mathcal{T})$ incompatibles $(\forall m \neq n \; A_m \cap A_n = \varnothing)$:

III. Probabilité

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

Définition:

On appelle **probabilité** P sur $(\Omega, \mathcal{T})$ une fonction $P : \mathcal{T} \longmapsto [0, 1]$ telle que :

- $P(\Omega) = 1$
- Pour toute suite A_n d'événements $(A_n \in \mathcal{T})$ incompatibles $(\forall m \neq n \; A_m \cap A_n = \varnothing)$:

$$P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$$

Propriété dite de σ-additivité.

Une fois la tribu des événements définie, on va associer à chaque évènement un nombre traduisant sa « possibilité » de réalisation. Ce nombre, appelé probabilité de l'événement sera un nombre réel compris entre 0 et 1.

Dans tout cette partie $(\Omega, \mathcal{T})$ désignera un espace probabilisable.

Définition:

On appelle **probabilité** P sur $(\Omega, \mathcal{T})$ une fonction $P : \mathcal{T} \longmapsto [0, 1]$ telle que :

- $P(\Omega) = 1$
- Pour toute suite A_n d'événements $(A_n \in \mathcal{T})$ incompatibles $(\forall m \neq n \; A_m \cap A_n = \varnothing)$:

$$P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$$

  Propriété dite de σ-additivité.

Le triplet $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ est appelé un **espace probabilisé**.

Propriété

- Probabilités de l'évènement impossible est nulle : $P(\varnothing) = 0$

Propriété

- Probabilités de l'évènement impossible est nulle : $P(\varnothing) = 0$
- Probabilités de l'évènement contraire : $P\left(\overline{A}\right) = \boldsymbol{1 - P(A)}$

Propriété

- Probabilités de l'évènement impossible est nulle : $P(\varnothing) = 0$
- Probabilités de l'évènement contraire : $P(\overline{A}) = \mathbf{1 - P(A)}$
- Si un évènement en implique un autre, sa probabilité est plus **petite** :

Propriété

- Probabilités de l'évènement impossible est nulle : $P(\varnothing) = 0$
- Probabilités de l'évènement contraire : $P(\overline{A}) = \mathbf{1 - P(A)}$
- Si un évènement en implique un autre, sa probabilité est plus **petite** :

$$A \subset B \implies P(A) \leqslant P(B)$$

- La probabilité de l'union de deux évènements s'obtient par la formule de Poincaré :

Propriété

- Probabilités de l'évènement impossible est nulle : $P(\varnothing) = 0$
- Probabilités de l'évènement contraire : $P(\overline{A}) = \mathbf{1 - P(A)}$
- Si un évènement en implique un autre, sa probabilité est plus **petite** :

$$A \subset B \implies P(A) \leqslant P(B)$$

- La probabilité de l'union de deux évènements s'obtient par la formule de Poincaré :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

3. Cas où l'univers Ω est fini.

3. Cas où l'univers Ω est fini.

On suppose $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ et on pose $p_i = P(\omega_i)$.

3. Cas où l'univers Ω est fini.

On suppose $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ et on pose $p_i = P(\omega_i)$. Chaque ω_i est un résultat possible de l'expérience aléatoire.

3. Cas où l'univers Ω est fini.

On suppose $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ et on pose $p_i = P(\omega_i)$. Chaque ω_i est un résultat possible de l'expérience aléatoire. Les évènements $A_m = \{\omega_m\}$ et $A_n = \{\omega_n\}$ sont incompatibles, donc

$$\sum_{i=1}^{n} p_i =$$

3. Cas où l'univers Ω est fini.

On suppose $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ et on pose $p_i = P(\omega_i)$. Chaque ω_i est un résultat possible de l'expérience aléatoire. Les évènements $A_m = \{\omega_m\}$ et $A_n = \{\omega_n\}$ sont incompatibles, donc $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

3. Cas où l'univers Ω est fini.

On suppose $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ et on pose $p_i = P(\omega_i)$. Chaque ω_i est un résultat possible de l'expérience aléatoire. Les évènements $A_m = \{\omega_m\}$ et $A_n = \{\omega_n\}$ sont incompatibles, donc $\sum_{i=1}^{n} p_i = \mathbf{1}$.

Il s'en suit qu'étant donné un événement A : $P(A) = \sum_{\substack{i \text{ tels que} \\ \omega_i \in A}} \boldsymbol{p_i}$.

3. Cas où l'univers Ω est fini.

On suppose $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ et on pose $p_i = P(\omega_i)$. Chaque ω_i est un résultat possible de l'expérience aléatoire. Les évènements $A_m = \{\omega_m\}$ et $A_n = \{\omega_n\}$ sont incompatibles, donc $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i = \mathbf{1}$.

Il s'en suit qu'étant donné un événement A : $P(A) = \displaystyle\sum_{\substack{i \text{ tels que} \\ \omega_i \in A}} \boldsymbol{p_i}$. C'est-à-dire que la probabilité d'un évènement A est la somme des probabilités de tous les évènements élémentaires (éventualités) qui appartiennent à A.

4. Equiprobabilité.

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité.

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i =$

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{n}}$:

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i = \boldsymbol{\frac{1}{n}}$:

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} \frac{1}{n} =$$

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i = \boldsymbol{\frac{1}{n}}$:

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \times \text{card}(A) =$$

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i = \boldsymbol{\frac{1}{n}}$:

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \times \text{card}(A) = \boldsymbol{\frac{\#A}{\#\Omega}}$$

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i = \boldsymbol{\frac{1}{n}}$:

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \times \mathrm{card}(A) = \boldsymbol{\frac{\#A}{\#\Omega}}$$

Ce résultat est souvent énoncé par la dangereuse règle $P(A) = \dfrac{\text{nb de cas favorable à } A}{\text{nb de cas possibles}}$.

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i = \boldsymbol{\frac{1}{n}}$:

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \times \text{card}(A) = \boldsymbol{\frac{\#A}{\#\Omega}}$$

Ce résultat est souvent énoncé par la dangereuse règle $P(A) = \dfrac{\text{nb de cas favorable à } A}{\text{nb de cas possibles}}$.

Dangereuse, car un cas favorable est un évènement **élémentaire**

4. Equiprobabilité.

Il s'agit du cas où les n évènements élémentaires qui constituent l'univers Ω ont la même probabilité. Il s'ensuit trivialement que $p_i = \boldsymbol{\frac{1}{n}}$:

$$P(A) = \sum_{\omega_i \in A} \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \times \mathrm{card}(A) = \boldsymbol{\frac{\#A}{\#\Omega}}$$

Ce résultat est souvent énoncé par la dangereuse règle $P(A) = \dfrac{\text{nb de cas favorable à } A}{\text{nb de cas possibles}}$.

Dangereuse, car un cas favorable est un évènement **élémentaire** et l'univers doit être **équiprobable**.

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie.

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

L'univers $\Omega = \Big\{\omega$ tels que ω est une suite de n éléments choisis dans $\{P, F\}\Big\}$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

L'univers $\Omega = \Big\{\omega$ tels que ω est une suite de n éléments choisis dans $\{P, F\}\Big\}$

$$= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \ldots, n\} \to \{P, F\}\Big\}$$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

L'univers $\Omega = \Big\{\omega$ tels que ω est une suite de n éléments choisis dans $\{P, F\}\Big\}$

$$= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \ldots, n\} \to \{P, F\}\Big\}$$

L'univers Ω est **équiprobable** :

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

$$\begin{aligned} \text{L'univers } \Omega &= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega \text{ est une suite de } n \text{ éléments choisis dans } \{P, F\}\Big\} \\ &= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \dots, n\} \to \{P, F\}\Big\} \end{aligned}$$

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

L'univers $\Omega = \Big\{ \omega$ tels que ω est une suite de n éléments choisis dans $\{P, F\} \Big\}$

$= \Big\{ \omega$ tels que $\omega : \{1, 2, \ldots, n\} \to \{P, F\} \Big\}$

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

$$\text{L'univers } \Omega = \Big\{\omega \text{ tels que } \omega \text{ est une suite de } n \text{ éléments choisis dans } \{P, F\}\Big\}$$

$$= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \dots, n\} \to \{P, F\}\Big\}$$

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{\binom{n}{4}}{2^n} =$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

$$\text{L'univers } \Omega = \Big\{\omega \text{ tels que } \omega \text{ est une suite de } n \text{ éléments choisis dans } \{P, F\}\Big\}$$

$$= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \ldots, n\} \to \{P, F\}\Big\}$$

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{\binom{n}{4}}{2^n} = \dfrac{\dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}}{2^n} =$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

$$\text{L'univers } \Omega = \Big\{\omega \text{ tels que } \omega \text{ est une suite de } n \text{ éléments choisis dans } \{P, F\}\Big\}$$

$$= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \ldots, n\} \to \{P, F\}\Big\}$$

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{\binom{n}{4}}{2^n} = \dfrac{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}}{2^n} = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

$$\begin{aligned} \text{L'univers } \Omega &= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega \text{ est une suite de } n \text{ éléments choisis dans } \{P, F\}\Big\} \\ &= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \ldots, n\} \to \{P, F\}\Big\} \end{aligned}$$

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{\binom{n}{4}}{2^n} = \dfrac{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}}{2^n} = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$
- $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) =$

Exemple n° 10 : Etant donné un entier $n \geqslant 4$. On jette n pièces de monnaie. On veut calculer la probabilité de l'évènement A_n : « avoir exactement 4 piles ».

L'univers $\Omega = \Big\{\omega$ tels que ω est une suite de n éléments choisis dans $\{P, F\}\Big\}$

$$= \Big\{\omega \text{ tels que } \omega : \{1, 2, \dots, n\} \to \{P, F\}\Big\}$$

L'univers Ω est **équiprobable** :

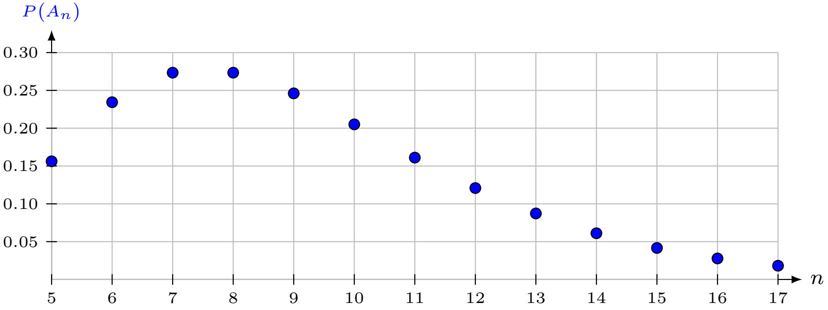
- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{\binom{n}{4}}{2^n} = \dfrac{\dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}}{2^n} = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$
- $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = \mathbf{0}$ car l'exponentielle $n \mapsto \mathbf{2^n}$ l'emporte sur le polynôme.

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = 0$

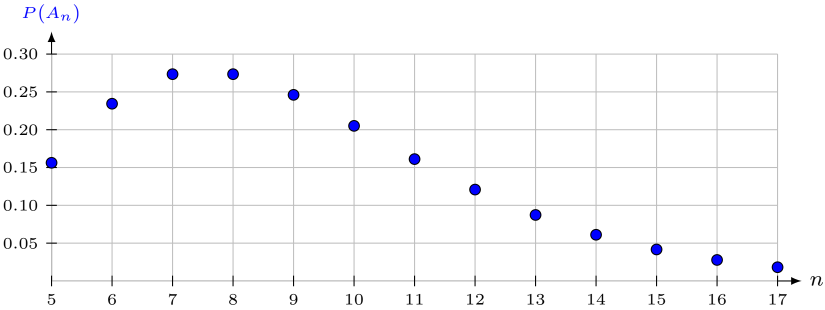
L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = 0$
- On obtient la distribution de probabilités :



L'univers Ω est **équiprobable** :

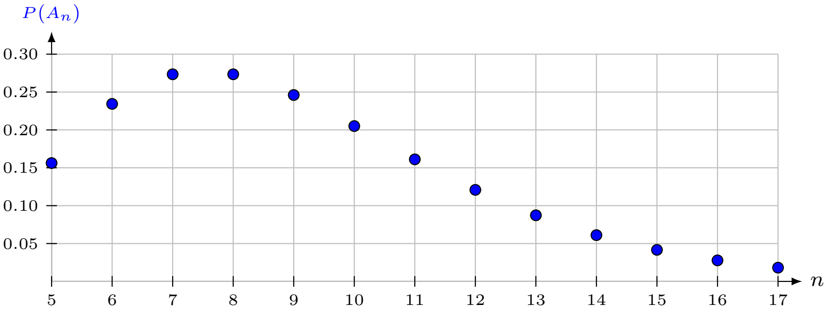
- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = 0$
- On obtient la distribution de probabilités :



- La probabilité est maximale pour $n =$

L'univers Ω est **équiprobable** :

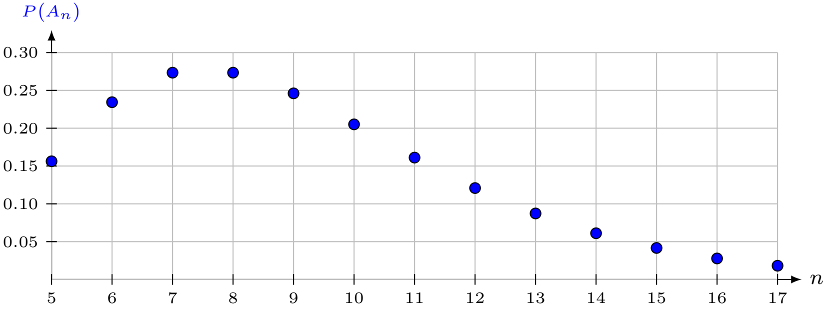
- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = \mathbf{0}$
- On obtient la distribution de probabilités :



- La probabilité est maximale pour $n = 7$ **et** $n = 8$,

L'univers Ω est **équiprobable** :

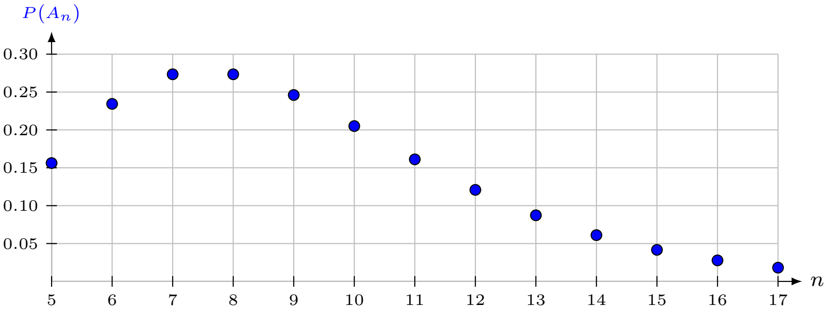
- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = \mathbf{0}$
- On obtient la distribution de probabilités :



- La probabilité est maximale pour $n = 7$ **et** $n = 8$, elle vaut :

L'univers Ω est **équiprobable** :

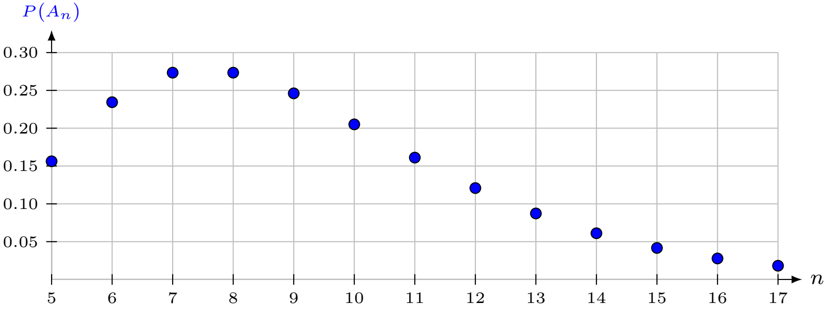
- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = 0$
- On obtient la distribution de probabilités :



- La probabilité est maximale pour $n = 7$ **et** $n = 8$, elle vaut : $\dfrac{35}{128} \simeq$

L'univers Ω est **équiprobable** :

- le cardinal de l'univers est $\mathbf{2^n}$
- le cardinal de l'évènement A est $\binom{n}{4}$
- $P(A_n) = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24 \times 2^n}$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} P(A_n) = 0$
- On obtient la distribution de probabilités :



- La probabilité est maximale pour $n = 7$ **et** $n = 8$, elle vaut : $\dfrac{35}{128} \simeq 0,2734$

Exemple n° 11 : : Un groupe de 21 adultes est formé de 8 anglophones (5 femmes et 3 hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a deux fois plus d'hommes que de femmes, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

Exemple n° 11 : : Un groupe de 21 adultes est formé de 8 anglophones (5 femmes et 3 hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a deux fois plus d'hommes que de femmes, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H			
$\overline{H}$			
Total			

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) =$
- $P(F) =$
- $P(H) =$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de **21** adultes est formé de 8 anglophones (5 femmes et 3 hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a deux fois plus d'hommes que de femmes, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H			
$\overline{H}$			
Total			**21**

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) =$
- $P(F) =$
- $P(H) =$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de 21 adultes est formé de 8 anglophones (5 femmes et 3 hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a deux fois plus d'hommes que de femmes, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	3		
$\overline{H}$	5		
Total	8		21

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) =$
- $P(F) =$
- $P(H) =$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**		**14**
$\overline{H}$	**5**		**7**
Total	**8**		**21**

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) =$
- $P(F) =$
- $P(H) =$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) =$
- $P(F) =$
- $P(H) =$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) = \dfrac{8}{21}$
- $P(F) =$
- $P(H) =$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) = \dfrac{8}{21}$
- $P(F) =$
- $P(H) = \dfrac{14}{21} = \dfrac{2}{3}$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) = \dfrac{8}{21}$
- $P(F) = \dfrac{7}{21} = \dfrac{1}{3}$
- $P(H) = \dfrac{14}{21} = \dfrac{2}{3}$
- $P(A \cap H) =$

Exemple n° 11 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

où :

- H est l'événement « la personne choisie est un homme » ;
- A est l'événement « la personne choisie est anglophone ».

Nous avons :

- $P(A) = \dfrac{8}{21}$
- $P(H) = \dfrac{14}{21} = \dfrac{2}{3}$
- $P(F) = \dfrac{7}{21} = \dfrac{1}{3}$
- $P(A \cap H) = \dfrac{3}{21} = \dfrac{1}{7}$

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$.

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?
   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

$$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} =$$

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?
   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

$$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} =$$

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

$$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} = \frac{5}{7}$$

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?
   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

$$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} = \frac{5}{7}$$

2. Soit une femme sachant que c'est une personne anglophone ?

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?
   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :
   $$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} = \frac{5}{7}$$
2. Soit une femme sachant que c'est une personne anglophone ?
   La personne est anglophone, donc l'univers des possibles $\Omega = A$.

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

   $$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} = \frac{5}{7}$$

2. Soit une femme sachant que c'est une personne anglophone ?

   La personne est anglophone, donc l'univers des possibles $\Omega = A$. Il reste équiprobable :

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

   $$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} = \frac{5}{7}$$

2. Soit une femme sachant que c'est une personne anglophone ?

   La personne est anglophone, donc l'univers des possibles $\Omega = A$. Il reste équiprobable :

   $$P_A(F) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } F}{\textbf{nb de cas possibles}} =$$

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

$$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} = \frac{5}{7}$$

2. Soit une femme sachant que c'est une personne anglophone ?

   La personne est anglophone, donc l'univers des possibles $\Omega = A$. Il reste équiprobable :

$$P_A(F) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } F}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#A} =$$

Exemple n° 12 : : Un groupe de **21** adultes est formé de **8** anglophones (**5** femmes et **3** hommes), les autres étant francophones. Sachant qu'il y a **deux fois plus d'hommes que de femmes**, complétons le tableau de dénombrement à double entrée suivant :

	A	$\overline{A}$	Total
H	**3**	**11**	**14**
$\overline{H}$	**5**	**2**	**7**
Total	**8**	**13**	**21**

Quelle est la probabilités qu'une personne choisie au hasard :

1. soit anglophone, sachant que c'est une femme ?

   La personne est une femme, donc l'univers des possibles $\Omega = F$. Il reste équiprobable :

$$P_F(A) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } A}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#F} = \frac{5}{7}$$

2. Soit une femme sachant que c'est une personne anglophone ?

   La personne est anglophone, donc l'univers des possibles $\Omega = A$. Il reste équiprobable :

$$P_A(F) = \frac{\textbf{nb de cas favorable à } F}{\textbf{nb de cas possibles}} = \frac{\#(A \cap F)}{\#A} = \frac{5}{8}$$

Définition:

Soient A et B deux évènements avec $P(B) \neq 0$. La probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement

Définition:

Soient A et B deux évènements avec $P(B) \neq 0$. La probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement

A est déjà réalisé est :

Définition:

Soient A et B deux évènements avec $P(B) \neq 0$. La probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement

A est déjà réalisé est : $\boldsymbol{P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}}$. On la schématise par le chemin :

Définition:

Soient A et B deux évènements avec $P(B) \neq 0$. La probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement

A est déjà réalisé est : $\boldsymbol{P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}}$. On la schématise par le chemin :

$$A \xrightarrow{\qquad P_A(B) \qquad} B$$

5. Evénements indépendants

5. Evénements indépendants

Subjectivement, on pourrait dire que A est indépendant de B si $P_B(A) = P(A)$.

5. Evénements indépendants

Subjectivement, on pourrait dire que A est indépendant de B si $P_B(A) = P(A)$.
Mais dans ce cas, $P_A(B)$ est-elle égale à $P(B)$?

5. Evénements indépendants

Subjectivement, on pourrait dire que A est indépendant de B si $P_B(A) = P(A)$.
Mais dans ce cas, $P_A(B)$ est-elle égale à $P(B)$?

$$P_B(A) = P(A) \quad \Longleftrightarrow \quad P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

5. Evénements indépendants

Subjectivement, on pourrait dire que A est indépendant de B si $P_B(A) = P(A)$.
Mais dans ce cas, $P_A(B)$ est-elle égale à $P(B)$?

$$\begin{aligned} P_B(A) = P(A) \quad &\iff \quad P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\ &\iff \quad \boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)} \end{aligned}$$

5. Evénements indépendants

Subjectivement, on pourrait dire que A est indépendant de B si $P_B(A) = P(A)$.
Mais dans ce cas, $P_A(B)$ est-elle égale à $P(B)$?

$$\begin{aligned}
P_B(A) = P(A) \quad &\Longleftrightarrow \quad P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\
&\Longleftrightarrow \quad \boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)} \\
&\Longleftrightarrow \quad P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}
\end{aligned}$$

5. Evénements indépendants

Subjectivement, on pourrait dire que A est indépendant de B si $P_B(A) = P(A)$.
Mais dans ce cas, $P_A(B)$ est-elle égale à $P(B)$?

$$
\begin{aligned}
P_B(A) = P(A) \quad &\Longleftrightarrow \quad P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\
&\Longleftrightarrow \quad \boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)} \\
&\Longleftrightarrow \quad P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\
&\Longleftrightarrow \quad P_A(B) = P(B)
\end{aligned}
$$

5. Evénements indépendants

Subjectivement, on pourrait dire que A est indépendant de B si $P_B(A) = P(A)$.
Mais dans ce cas, $P_A(B)$ est-elle égale à $P(B)$?

$$\begin{aligned}
P_B(A) = P(A) \quad &\iff \quad P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\
&\iff \quad \boxed{P(A \cap B) = P(A)P(B)} \\
&\iff \quad P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\
&\iff \quad P_A(B) = P(B)
\end{aligned}$$

Définition:

Deux événements A et B sont **indépendants** si $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A)P(B)}$.

Théorème

Soient A et B deux événements. Si A et B sont indépendants alors il est en de même de $\overline{A}$ et $\overline{B}$, et $\overline{A}$ et B, et de A et $\overline{B}$.

Théorème

Soient A et B deux événements. Si A et B sont indépendants alors il est en de même de $\overline{A}$ et $\overline{B}$, et $\overline{A}$ et B, et de A et $\overline{B}$.

Démonstration

On a $A = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B)$ et cette réunion est disjointe, d'où par additivité :

Théorème

Soient A et B deux événements. Si A et B sont indépendants alors il est en de même de $\overline{A}$ et $\overline{B}$, et $\overline{A}$ et B, et de A et $\overline{B}$.

Démonstration

On a $A = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B)$ et cette réunion est disjointe, d'où par additivité :

$$P(A \cap \overline{B}) \quad = \quad P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A)P(B)$$

Théorème

Soient A et B deux événements. Si A et B sont indépendants alors il est en de même de $\overline{A}$ et $\overline{B}$, et $\overline{A}$ et B, et de A et $\overline{B}$.

Démonstration

On a $A = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B)$ et cette réunion est disjointe, d'où par additivité :

$$\begin{aligned} P(A \cap \overline{B}) &= P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A)P(B) \\ &= P(A)(1 - P(B)) \end{aligned}$$

Théorème

Soient A et B deux événements. Si A et B sont indépendants alors il est en de même de $\overline{A}$ et $\overline{B}$, et $\overline{A}$ et B, et de A et $\overline{B}$.

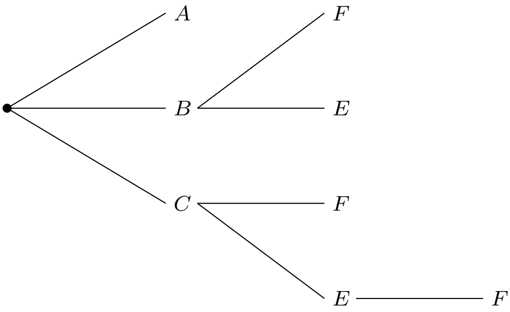
Démonstration

On a $A = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B)$ et cette réunion est disjointe, d'où par additivité :

$$\begin{aligned} P(A \cap \overline{B}) &= P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A)P(B) \\ &= P(A)(1 - P(B)) \\ &= P(A)P(\overline{B}) \end{aligned}$$

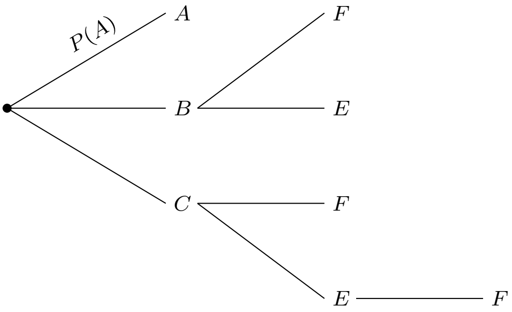
6. Arbres pondérés

6. Arbres pondérés



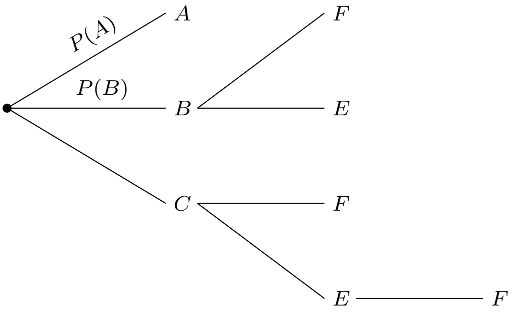
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



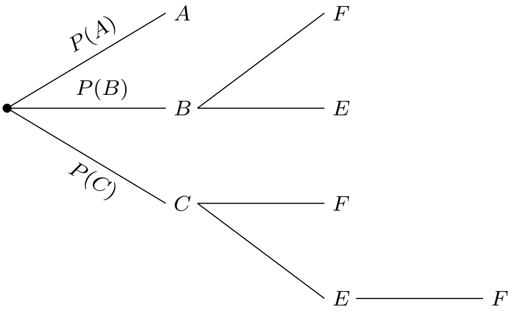
$\boxed{\text{On pose les probabilités sur les branches.}}$

6. Arbres pondérés



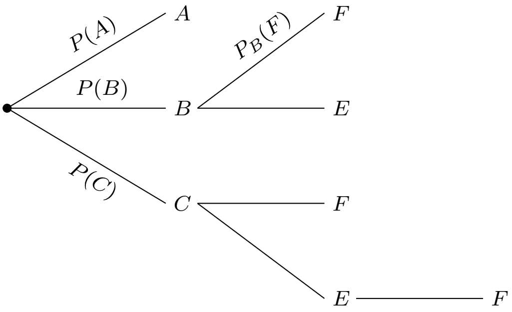
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



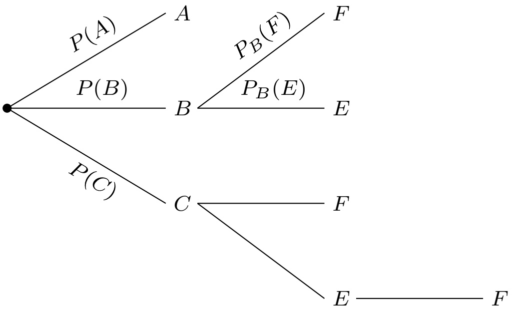
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



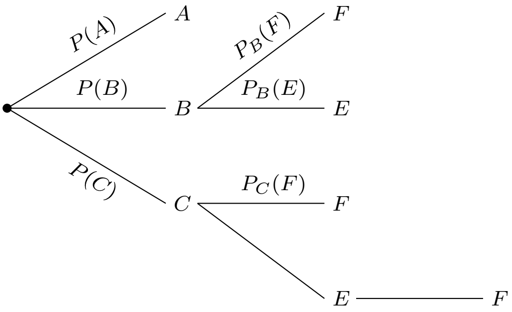
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



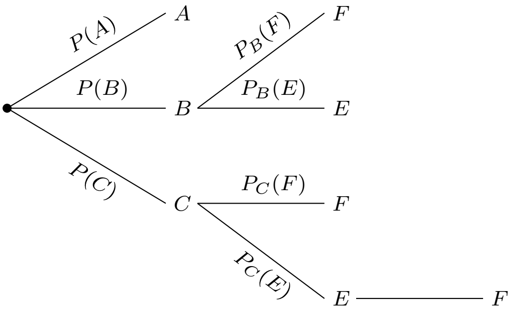
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



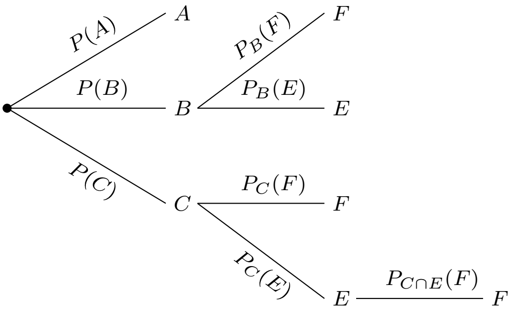
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



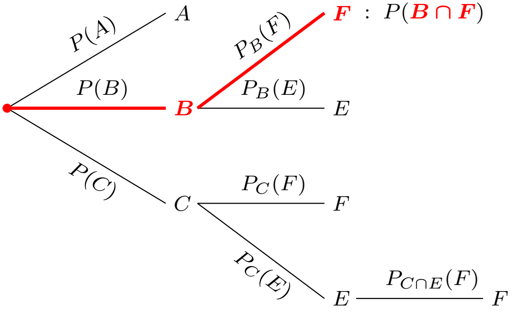
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



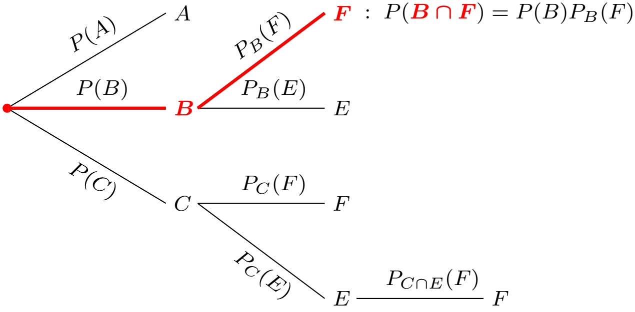
On pose les probabilités sur les branches.

6. Arbres pondérés



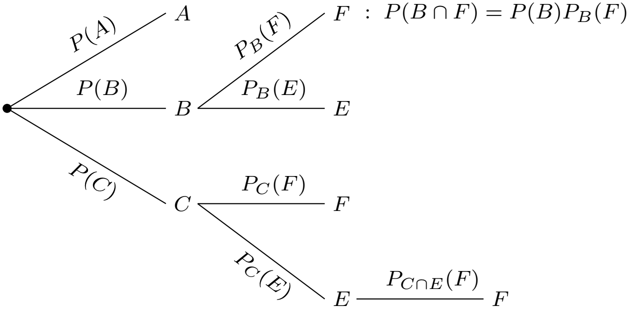
On calcule les probabilités des chemins.

6. Arbres pondérés



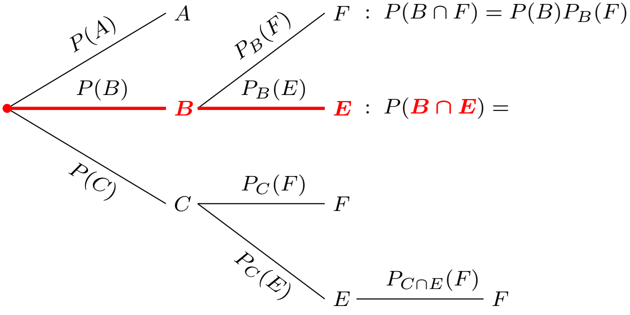
On calcule les probabilités des chemins.

6. Arbres pondérés



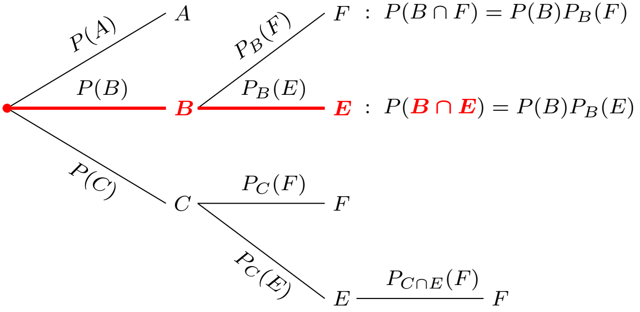
On calcule les probabilités des chemins.

6. Arbres pondérés



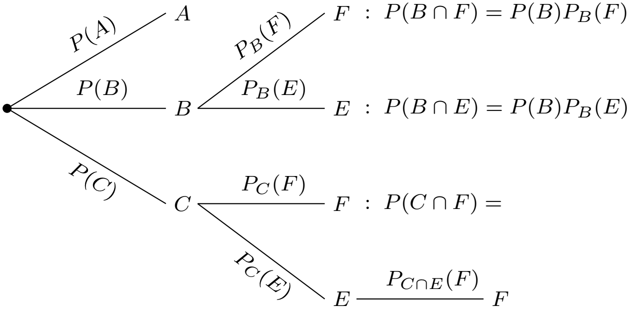
On calcule les probabilités des chemins.

6. Arbres pondérés



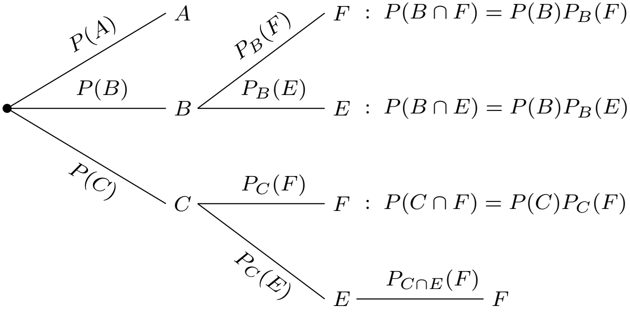
On calcule les probabilités des chemins.

6. Arbres pondérés



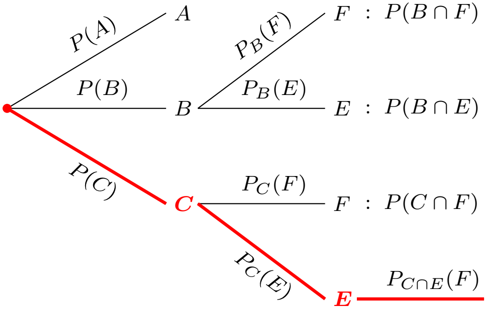
On calcule les probabilités des chemins.

6. Arbres pondérés



$\boxed{\text{On calcule les probabilités des chemins.}}$

6. Arbres pondérés



$F \; : \; P(B\cap F) = P(B)P_B(F)$

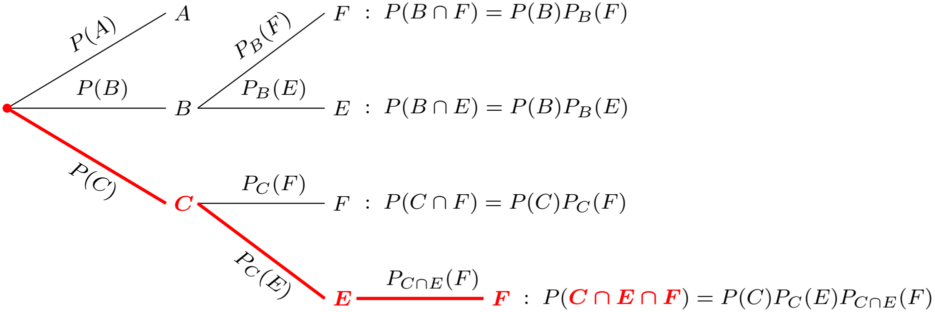
$E \; : \; P(B\cap E) = P(B)P_B(E)$

$F \; : \; P(C\cap F) = P(C)P_C(F)$

$F \; : \; P(\boldsymbol{C}\cap \boldsymbol{E}\cap \boldsymbol{F}) =$

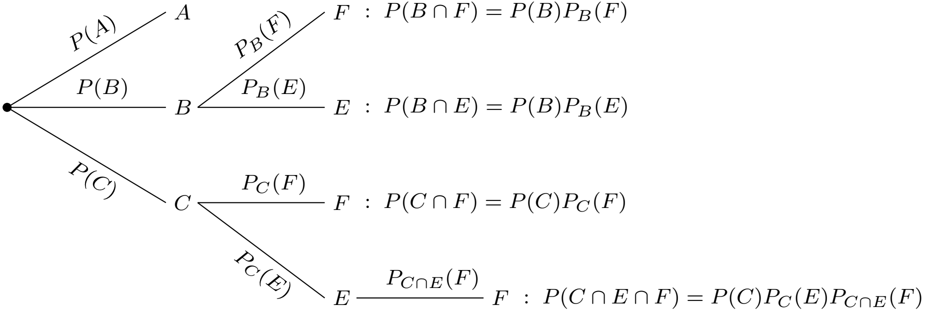
On calcule les probabilités des chemins.

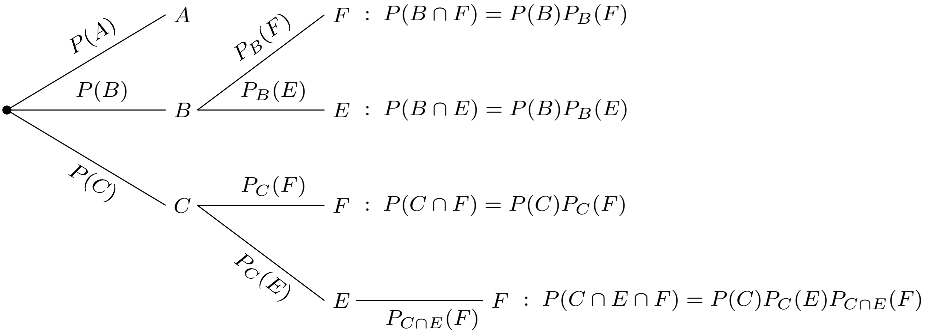
6. Arbres pondérés



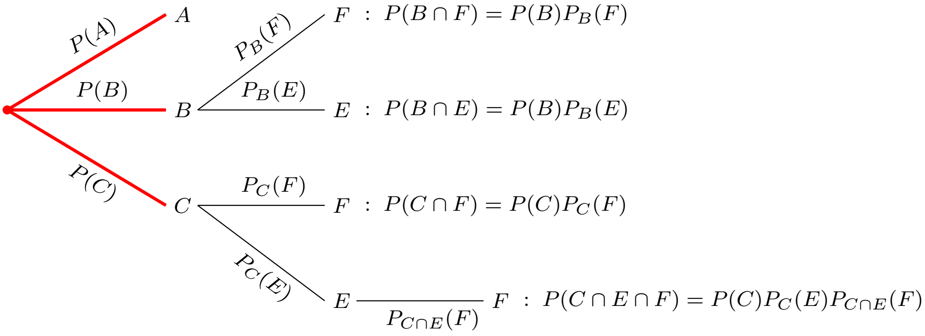
$\boxed{\text{On calcule les probabilités des chemins.}}$

6. Arbres pondérés

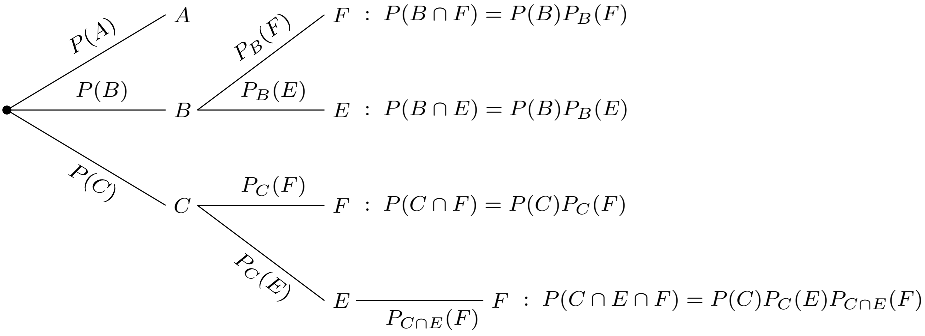




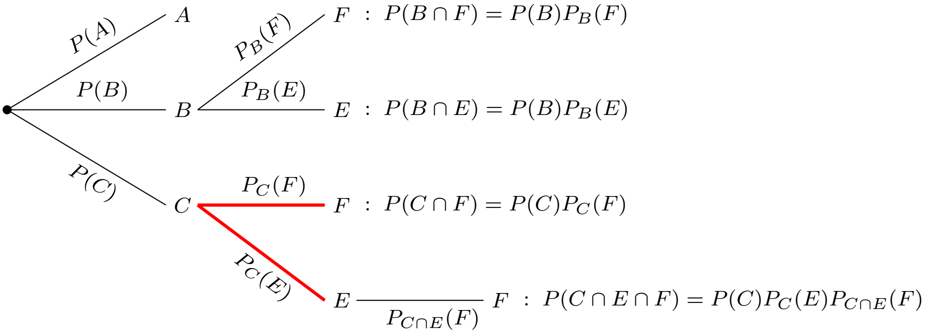
- La somme des probabilités issues de la racine est



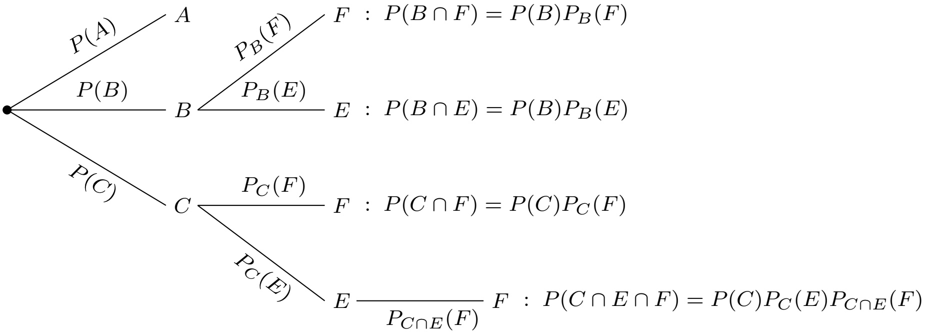
- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A) + P(B) + P(C) = 1}$



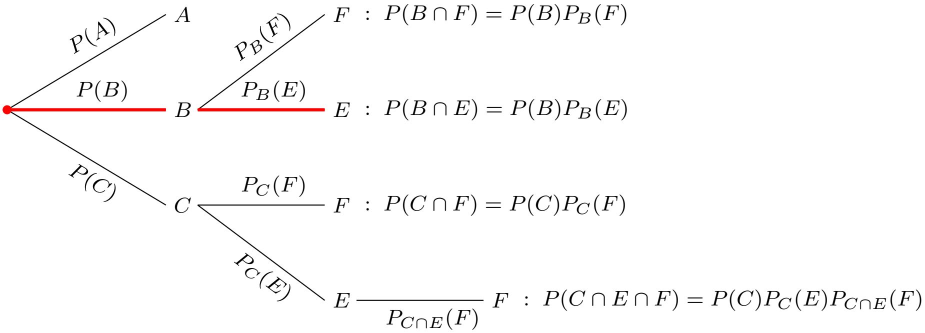
- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A)+P(B)+P(C)=1}$
- La somme des probabilités issues du nœud C est



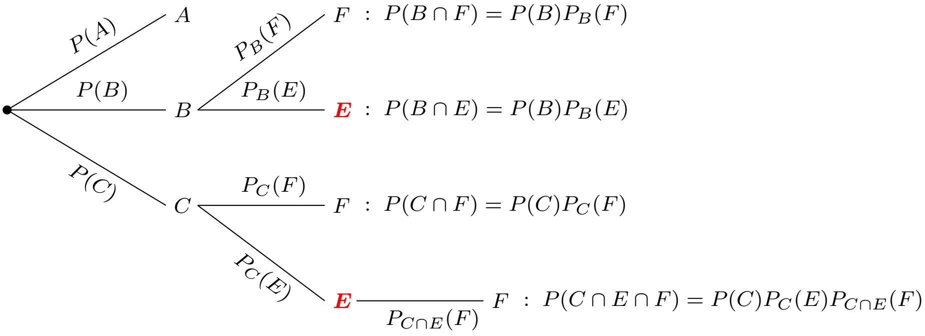
- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A) + P(B) + P(C) = 1}$
- La somme des probabilités issues du nœud C est $\boldsymbol{P_C(F) + P_C(E) = 1}$



- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A) + P(B) + P(C) = 1}$
- La somme des probabilités issues du nœud C est $\boldsymbol{P_C(F) + P_C(E) = 1}$
- Le chemin $B \cap E$ a pour probabilité

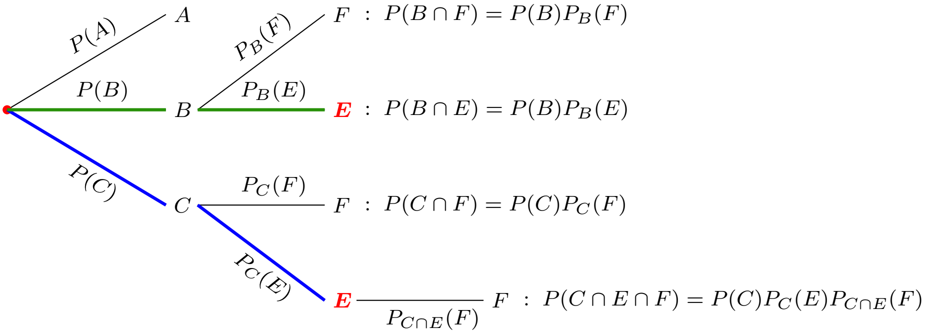


- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A) + P(B) + P(C) = 1}$
- La somme des probabilités issues du nœud C est $\boldsymbol{P_C(F) + P_C(E) = 1}$
- Le chemin $B \cap E$ a pour probabilité $\boldsymbol{P(B \cap E) = P(B)P_B(E)}$



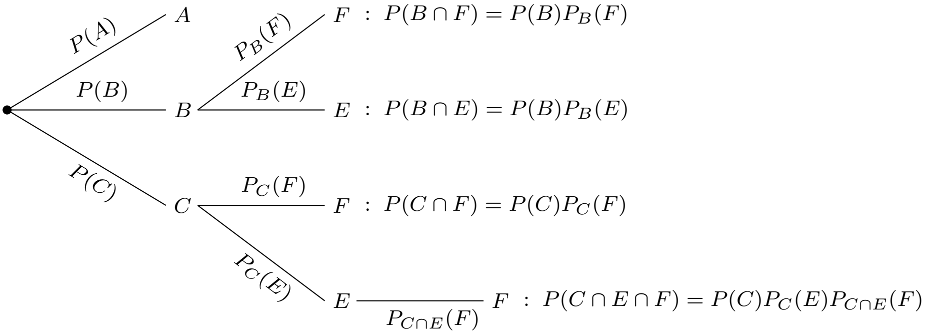
- La somme des probabilités issues de la racine est $P(A) + P(B) + P(C) = 1$
- La somme des probabilités issues du nœud C est $P_C(F) + P_C(E) = 1$
- Le chemin $B \cap E$ a pour probabilité $P(B \cap E) = P(B)P_B(E)$
- La feuille E a pour probabilité

V. Conditionnement.

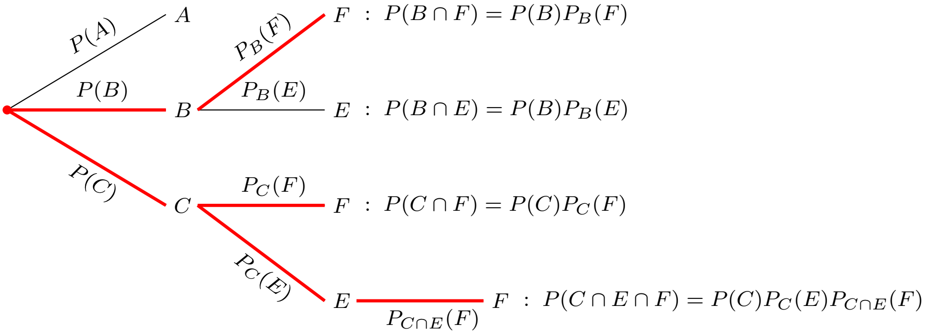


- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A) + P(B) + P(C) = 1}$
- La somme des probabilités issues du nœud C est $\boldsymbol{P_C(F) + P_C(E) = 1}$
- Le chemin $B \cap E$ a pour probabilité $\boldsymbol{P(B \cap E) = P(B)P_B(E)}$
- La feuille $\boldsymbol{E}$ a pour probabilité $\boldsymbol{P(B \cap E) + P(C \cap E)}$

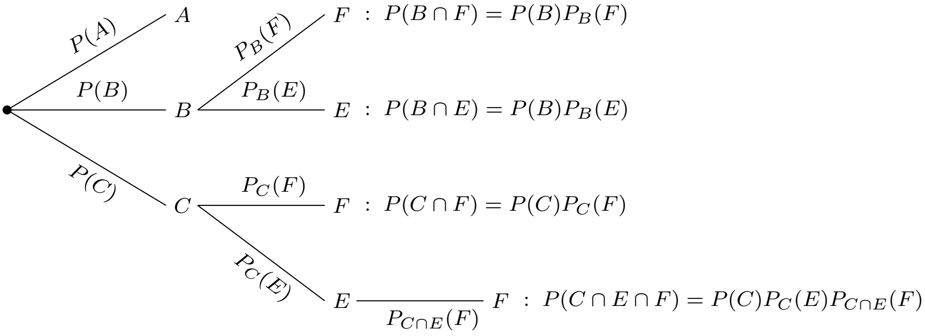
V. Conditionnement.



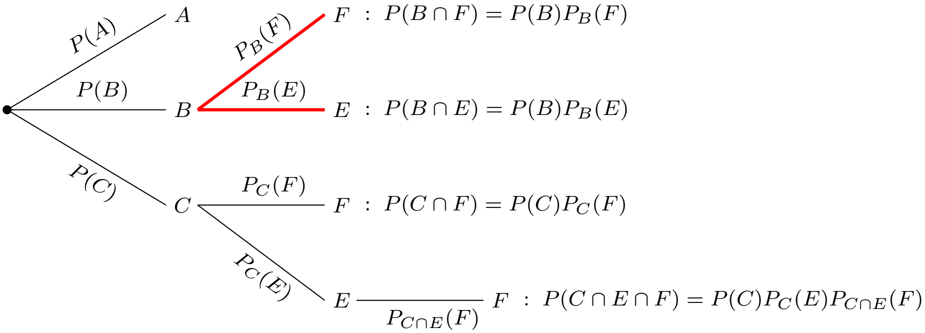
- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A)+P(B)+P(C)=1}$
- La somme des probabilités issues du nœud C est $\boldsymbol{P_C(F)+P_C(E)=1}$
- Le chemin $B\cap E$ a pour probabilité $\boldsymbol{P(B\cap E) = P(B)P_B(E)}$
- La feuille E a pour probabilité $\boldsymbol{P(B\cap E)+P(C\cap E)}$
- L'évènement $\boldsymbol{F}$ a pour probabilité



- La somme des probabilités issues de la racine est $\boldsymbol{P(A) + P(B) + P(C) = 1}$
- La somme des probabilités issues du nœud C est $\boldsymbol{P_C(F) + P_C(E) = 1}$
- Le chemin $B \cap E$ a pour probabilité $\boldsymbol{P(B \cap E) = P(B)P_B(E)}$
- La feuille E a pour probabilité $\boldsymbol{P(B \cap E) + P(C \cap E)}$
- L'évènement $\boldsymbol{F}$ a pour probabilité $\boldsymbol{P(B \cap F) + P(C \cap F) + P(C \cap E \cap F)}$

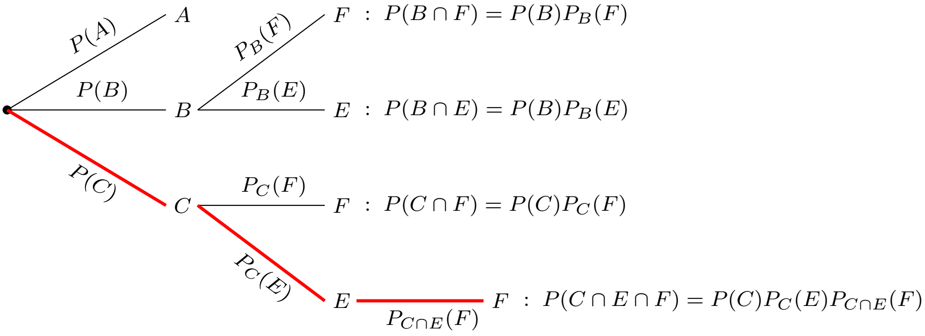


Calcul des probabilités sur un arbre pondéré



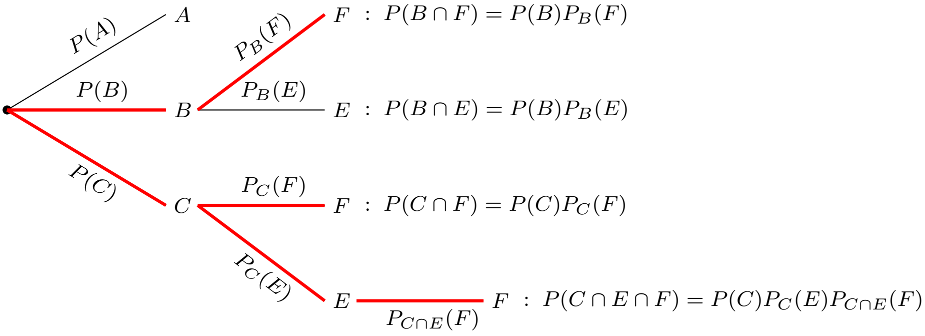
Calcul des probabilités sur un arbre pondéré

- La somme des probabilités issues d'un même nœud est égale à 1.



Calcul des probabilités sur un arbre pondéré

- La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées par ses branches.



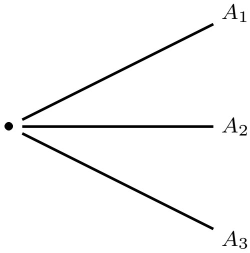
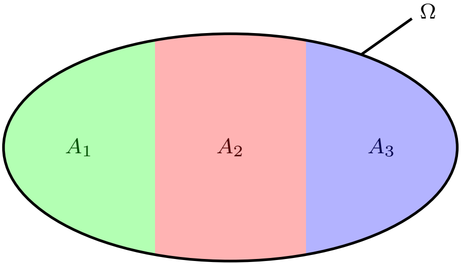
Calcul des probabilités sur un arbre pondéré

- **Formule des probabilités totales :** la probabilité d'un évènement, en particulier celle d'une feuille, est le somme des probabilités des chemins menant à cette feuille.

7. Arbres et diagrammes de Venn

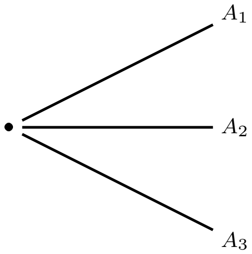
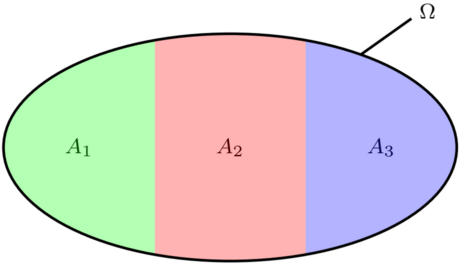
7. Arbres et diagrammes de Venn

A partir de la racine :

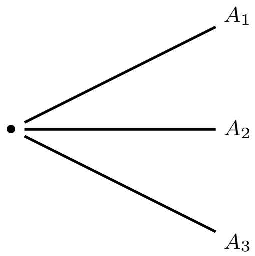
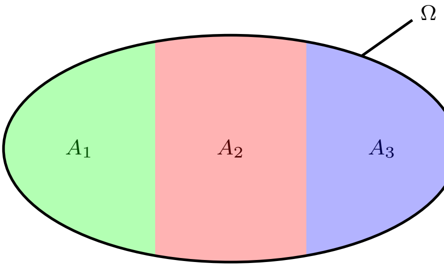
7. Arbres et diagrammes de Venn

A partir de la racine :

<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 1$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

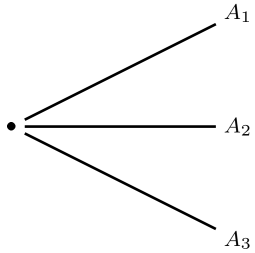
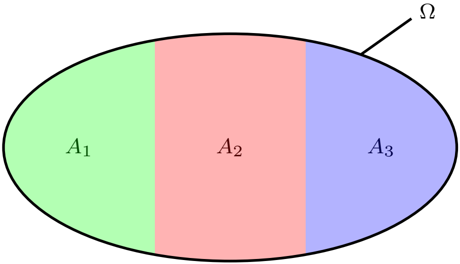
7. Arbres et diagrammes de Venn

A partir de la racine :

	
$P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=1$	la famille d'évènements (A_1, A_2, A_3) forme un **système complet d'évènements** de Ω.

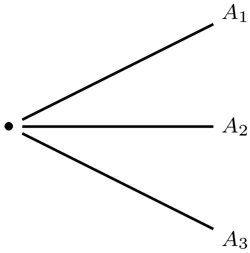
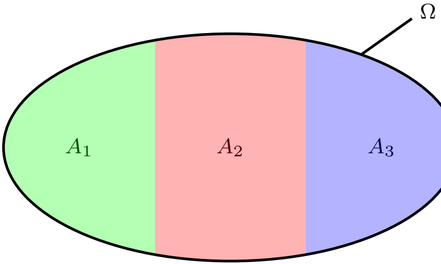
7. Arbres et diagrammes de Venn

A partir de la racine :

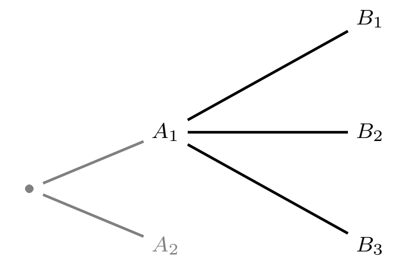
<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 1$</td><td>la famille d'évènements (A_1, A_2, A_3) forme un système complet d'évènements de Ω.</td></tr>
<tr><td colspan="2">$A_1 \cap A_2 = \varnothing$, $A_1 \cap A_3 = \varnothing$, $A_2 \cap A_3 = \varnothing$ et $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega$</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

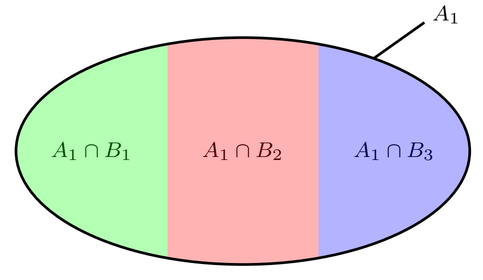
7. Arbres et diagrammes de Venn

A partir de la racine :

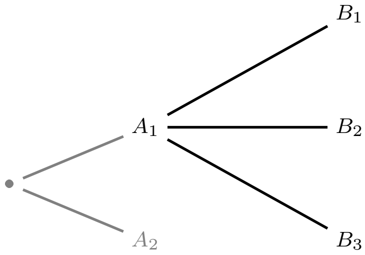
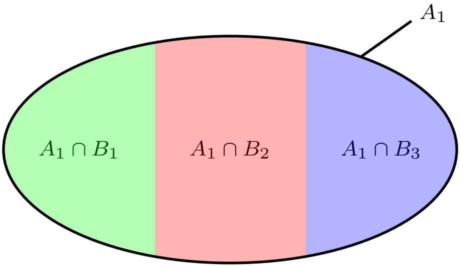
	
$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 1$	la famille d'évènements (A_1, A_2, A_3) forme un **système complet d'évènements** de Ω.
$A_1 \cap A_2 = \varnothing$, $A_1 \cap A_3 = \varnothing$, $A_2 \cap A_3 = \varnothing$ et $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \Omega$	
En théorie des ensembles, on dit que A_1, A_2, et A_3 forment une **partition** de Ω.	

A partir d'un nœud :

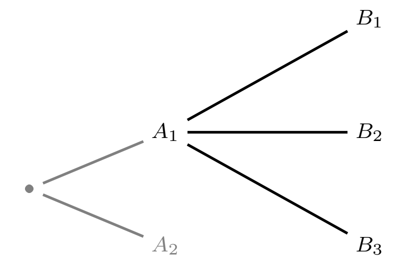


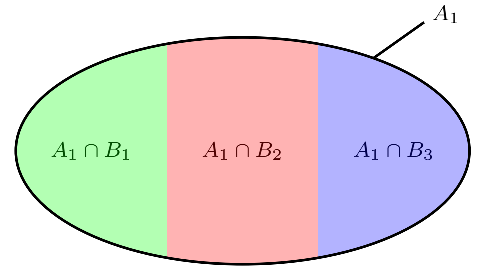


A partir d'un nœud :

<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$P_{A_1}(B_1) + P_{A_1}(B_2) + P_{A_1}(B_3) = 1$</td><td></td></tr>
</table>

A partir d'un nœud :





$P_{A_1}(B_1) + P_{A_1}(B_2) + P_{A_1}(B_3) = 1$	la famille $(A_1 \cap B_1, A_1 \cap B_2, A_1 \cap B_3)$ forme un **système complet d'évènements** de A_1.

8. Paradoxe de Bayes

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p.

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

8. Paradoxe de Bayes

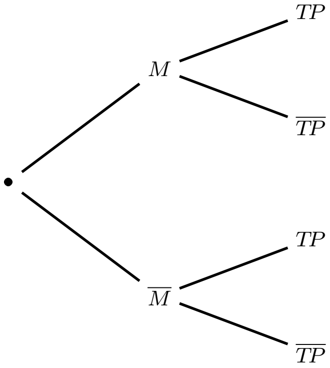
Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

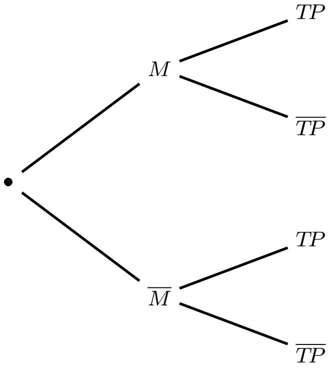
- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.

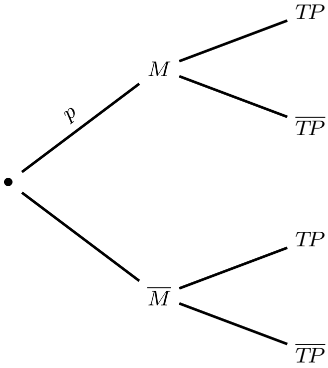


Commençons par compléter cet arbre

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.

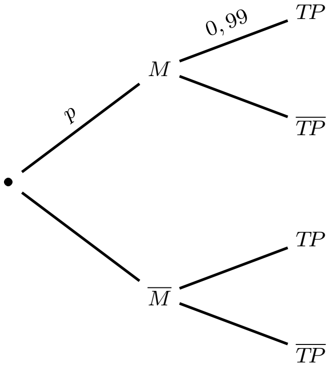


Commençons par compléter cet arbre

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.

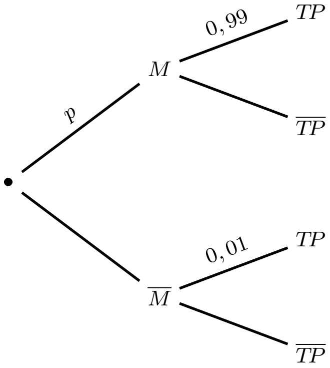


Commençons par compléter cet arbre

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.

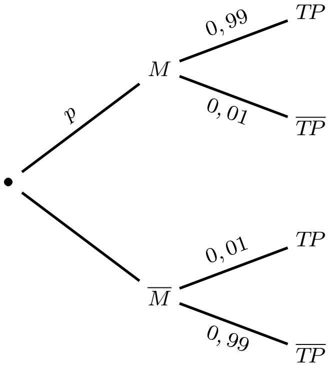


Commençons par compléter cet arbre

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.

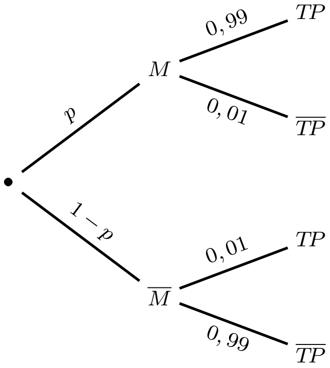


Commençons par compléter cet arbre

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.

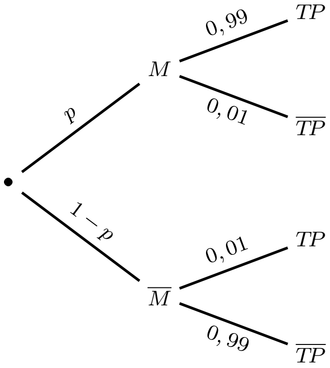


Commençons par compléter cet arbre

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.

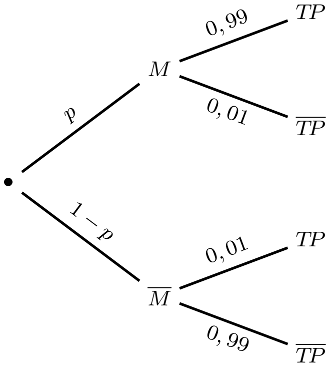


Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

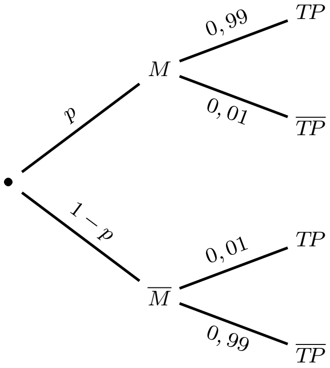
Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) =$$

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

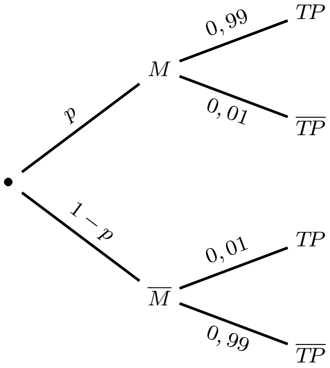
Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

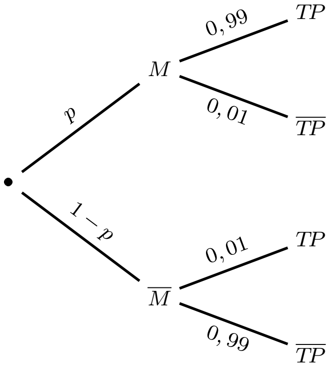
$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

$P(TP \cap M) =$

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

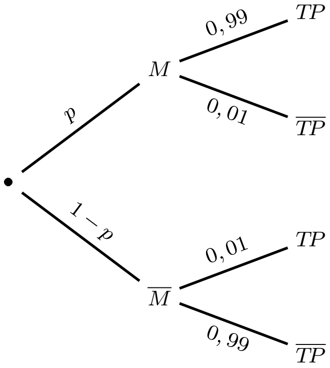
$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

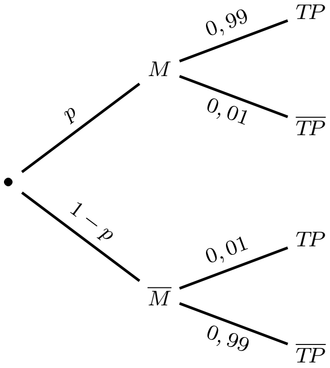
$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

$P(TP) =$

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

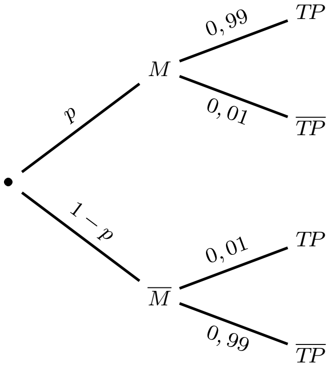
$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

$P(TP) = p \times 0,99 + (1 - p) \times 0,01$

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

$$P(TP \cap M) = p \times 0,99$$

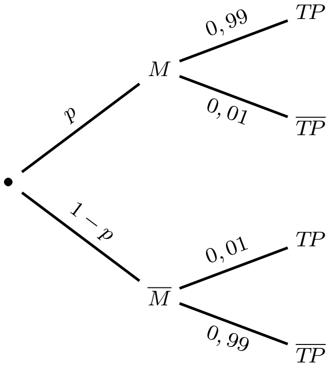
$$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$$

$P_{TP}(M) =$

8. Paradoxe de Bayes

Vous êtes directeur de cabinet du ministre de la santé. Une maladie est présente dans la population, dans la proportion de personnes malades est p. Un responsable d'un grand laboratoire pharmaceutique vient vous vanter son nouveau test de dépistage :

- si une personne est malade (évènement M), le test est positif à 99% ;
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif (évènement TP) à 1%.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

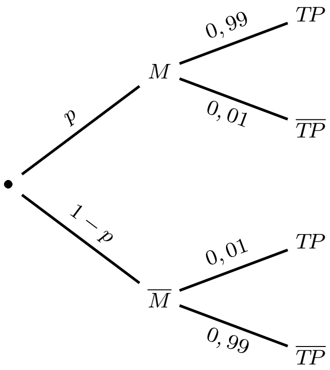
$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

$$P(TP \cap M) = p \times 0,99$$

$$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$$

$$P_{TP}(M) = \frac{0,99p}{0,99p + 0,01(1-p)}$$

V. Conditionnement.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

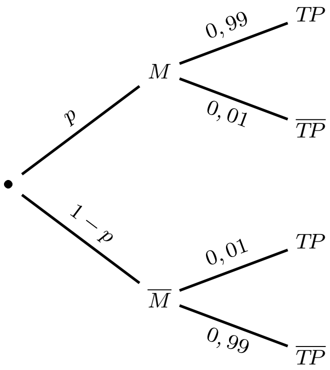
$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$

$$P_{TP}(M) = \frac{0,99p}{0,99p + 0,01(1-p)}$$

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

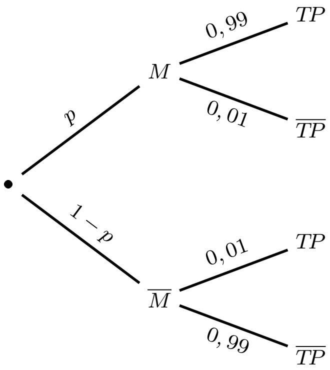
$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$

$$P_{TP}(M) = \frac{0,99p}{0,99p + 0,01(1-p)}$$

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.
On a alors : $p =$

V. Conditionnement.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

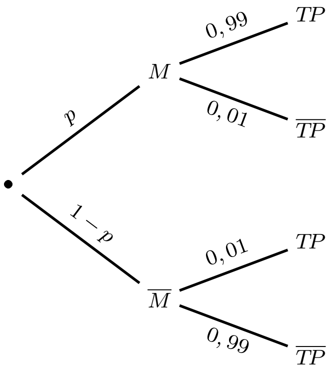
$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$

$$P_{TP}(M) = \frac{0,99p}{0,99p + 0,01(1-p)}$$

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.
On a alors : $p = 0,01$ et $P_{TP}(M) =$



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

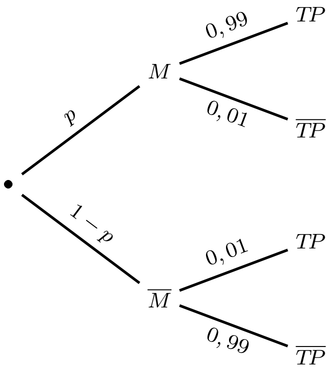
$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$

☞ $$P_{TP}(M) = \frac{0,99p}{0,99p + 0,01(1-p)}$$

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.
On a alors : $p = 0,01$ et $P_{TP}(M) = 50\%$.

V. Conditionnement.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

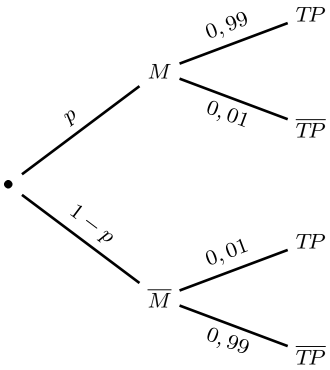
$$P(TP \cap M) = p \times 0,99$$

$$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$$

$$P_{TP}(M) = \frac{0,99p}{0,99p + 0,01(1-p)}$$

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.
On a alors : $p = 0,01$ et $P_{TP}(M) = 50\%$. Ce test donne beaucoup trop de "faux-positifs".

V. Conditionnement.



Cet arbre respecte la chronologie d'un laboratoire, mais pas celle d'un médecin.

Un médecin doit connaître la probabilité conditionnelle $P_{TP}(M)$ qui n'est pas sur cet arbre.

$$P_{TP}(M) = \frac{P(TP \cap M)}{P(TP)}$$

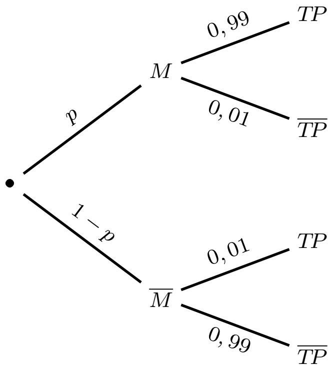
$P(TP \cap M) = p \times 0,99$

$P(TP) = p \times 0,99 + (1-p) \times 0,01$

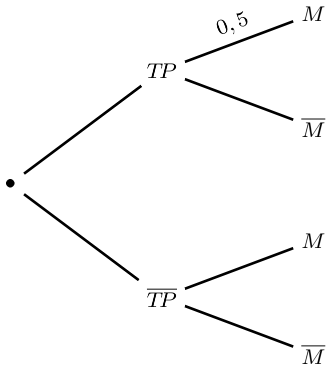
$$P_{TP}(M) = \frac{0,99p}{0,99p + 0,01(1-p)}$$

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.
On a alors : $p = 0,01$ et $P_{TP}(M) = 50\%$. Ce test donne beaucoup trop de "faux-positifs".Ce résultat semble paradoxal car contre-intuitif au vu des résultats du grand laboratoire pharmaceutique.

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.
On a alors : $p = 0,01$ et $P_{TP}(M) = 50\%$. Ce test donne beaucoup trop de "faux-positifs". Ce résultat semble paradoxal car contre-intuitif au vu des résultats du grand laboratoire pharmaceutique.

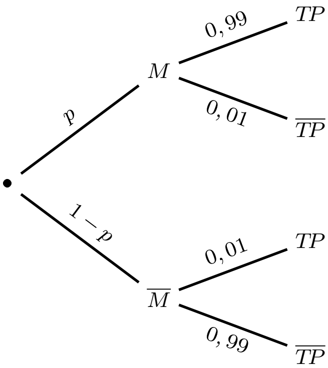


Point de vue du laboratoire

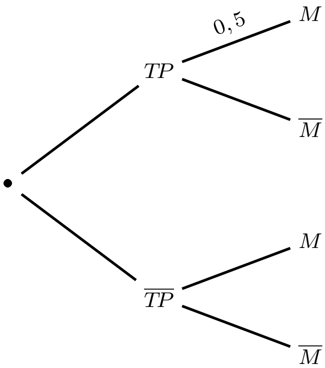


Point de vue du médecin

Supposons que cette maladie touche 1% de la population.
On a alors : $p = 0,01$ et $P_{TP}(M) = 50\%$. Ce test donne beaucoup trop de "faux-positifs". Ce résultat semble paradoxal car contre-intuitif au vu des résultats du grand laboratoire pharmaceutique.

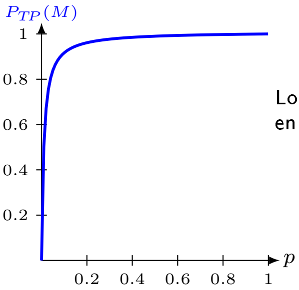


Point de vue du laboratoire

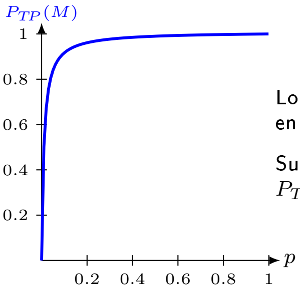


Point de vue du médecin

La formule de Bayes a longtemps été appelée formule de probabilité des causes. Elle permet en effet de remonter le temps, c'est-à-dire de calculer la probabilité d'une cause sachant celle de sa conséquence.

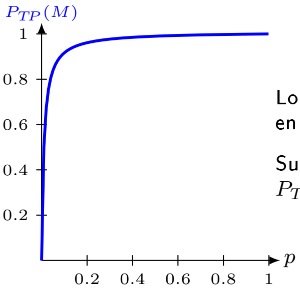


Lorsque la proportion de malades dans une population (la prévalence en médecine) décroît, le nombre de faux positifs augmente.



Lorsque la proportion de malades dans une population (la prévalence en médecine) décroît, le nombre de faux positifs augmente.

Sur le graphe ci-contre, si moins de 4% de la population est malade, $P_{TP}(M) \simeq 80\%$, donc, on a à peu près 20% de faux positifs.



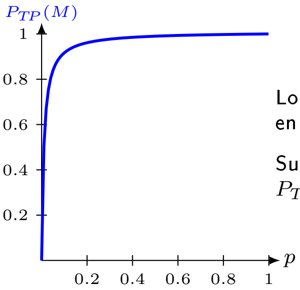
Lorsque la proportion de malades dans une population (la prévalence en médecine) décroît, le nombre de faux positifs augmente.

Sur le graphe ci-contre, si moins de 4% de la population est malade, $P_{TP}(M) \simeq 80\%$, donc, on a à peu près 20% de faux positifs.

Formule de Bayes

Si la famille d'évènements $(A_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$ forme un **système complet d'évènements** d'un univers Ω.

Autrement dit, les A_i sont 2 à 2 incompatibles et $\displaystyle\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$.



Lorsque la proportion de malades dans une population (la prévalence en médecine) décroît, le nombre de faux positifs augmente.

Sur le graphe ci-contre, si moins de 4% de la population est malade, $P_{TP}(M) \simeq 80\%$, donc, on a à peu près 20% de faux positifs.

Formule de Bayes

Si la famille d'évènements $(A_i)_{1 \leqslant i \leqslant n}$ forme un **système complet d'évènements** d'un univers Ω.

Autrement dit, les A_i sont 2 à 2 incompatibles et $\displaystyle\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$.

Alors :
$$P_B(A_i) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_i)P_B(A_i)}{\displaystyle\sum_{j=1}^{n} P(A_j)P_{A_j}(B)}$$

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

Exercice n^o 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

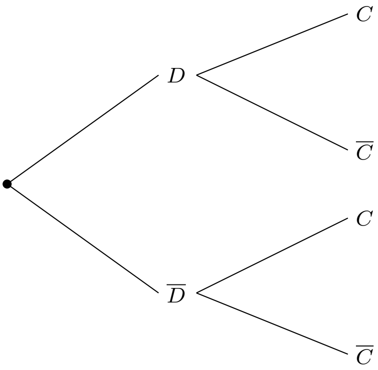
1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

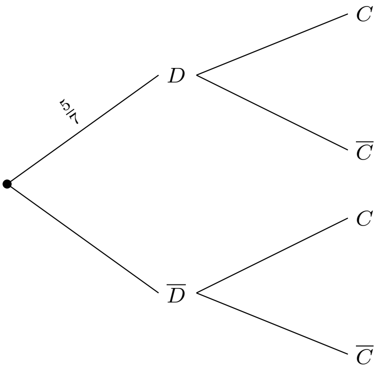


Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

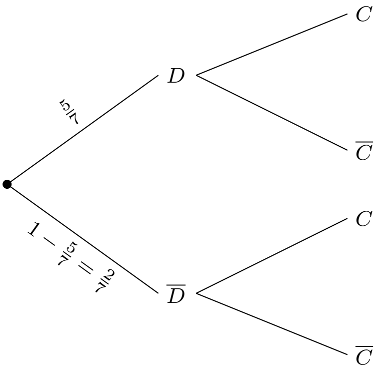


Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

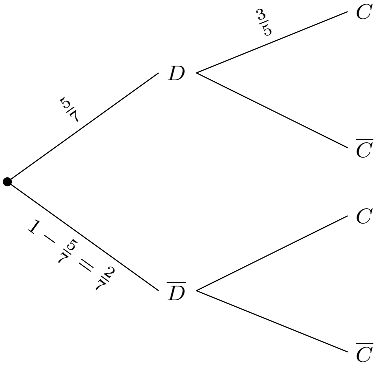


Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

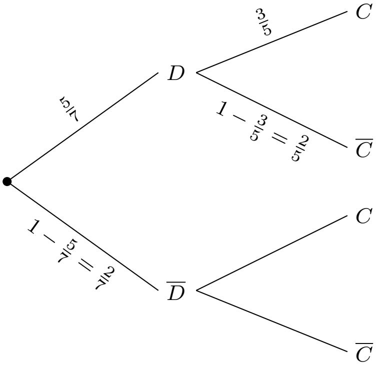


Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

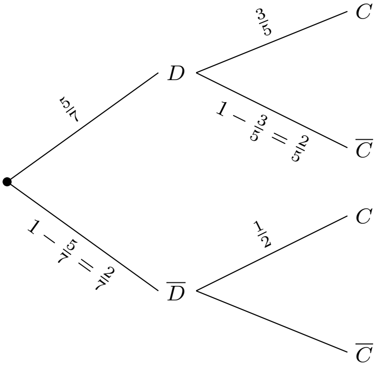


Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

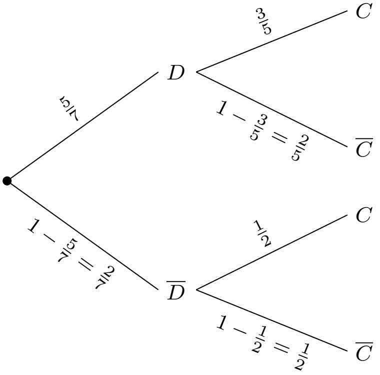


Exercice no 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.

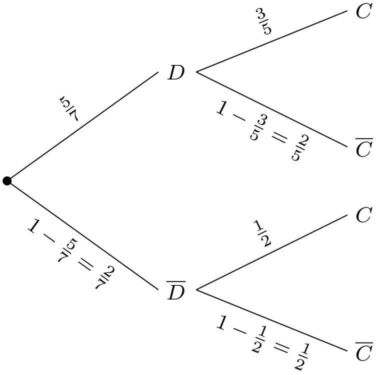


Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.



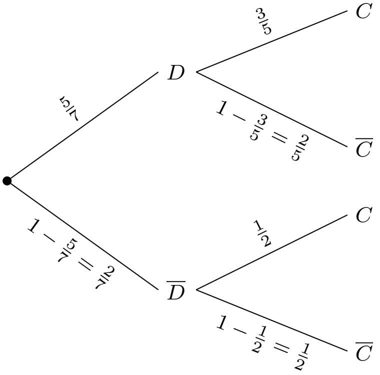
$$P(C) = P(D \cap C) +$$

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.



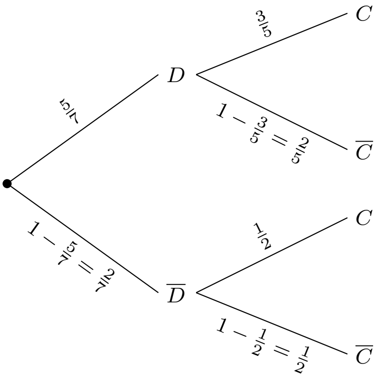
$$P(C)=P(D\cap C)+P(\overline{D}\cap C)$$

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.



$$P(C) = P(D \cap C) + P(\overline{D} \cap C)$$

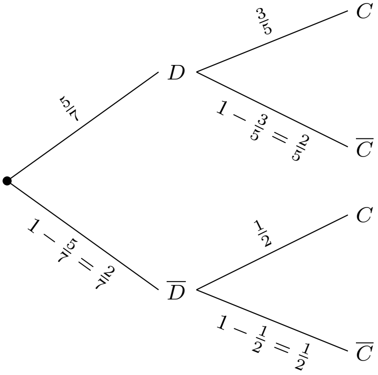
$$= P(D)P_D(C) +$$

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.



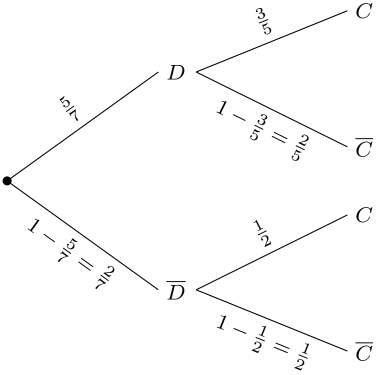
$$\begin{aligned} P(C) &= P(D\cap C)+P(\overline{D}\cap C) \\ &= P(D)P_D(C)+P(\overline{D})P_{\overline{D}}(C) \end{aligned}$$

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.



$$P(C) = P(D \cap C) + P(\overline{D} \cap C)$$

$$= P(D)P_D(C) + P(\overline{D})P_{\overline{D}}(C)$$

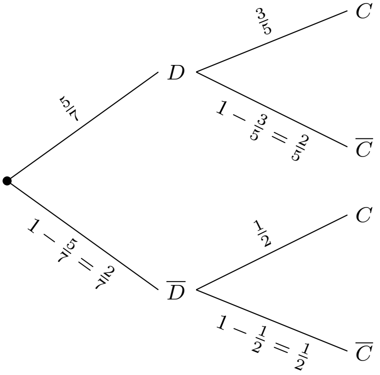
$$= \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$$

Exercice n° 8: La Vénus de Milo : Des études morphologiques de la Vénus de Milo, montre qu'il y a cinq chances sur sept pour qu'elle soit droitière. Si elle est droitière, il y a trois chances sur cinq qu'elle épluche des carottes. Si elle est gauchère, il y a une chance sur deux qu'elle épluche des carottes.

On note :

- C l'événement « Elle épluche des carottes » ;
- D l'événement « Elle est droitière ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Calcule $P(C)$.



$$\begin{aligned} P(C) &= P(D\cap C) + P(\overline{D}\cap C) \\ &= P(D)P_D(C) + P(\overline{D})P_{\overline{D}}(C) \\ &= \frac{5}{7}\times\frac{3}{5} + \frac{2}{7}\times\frac{1}{2} \\ &= \frac{4}{7} \end{aligned}$$

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la $\text{i}^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

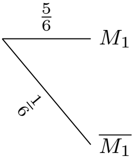
1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i**ème** olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1. 

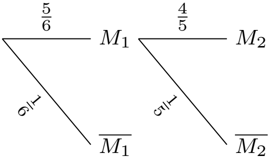
Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i^ème^ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

<u>Corrigé :</u>

1.

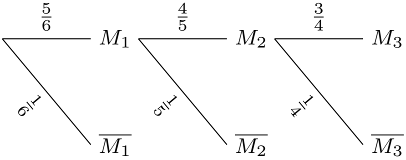


Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i^ème^ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1. 

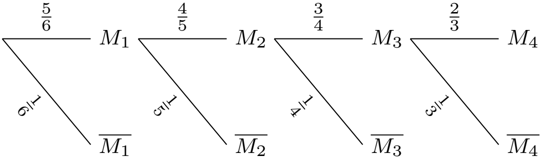
Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1.



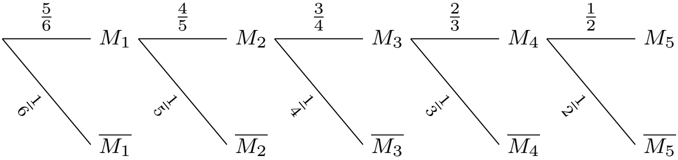
Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1.



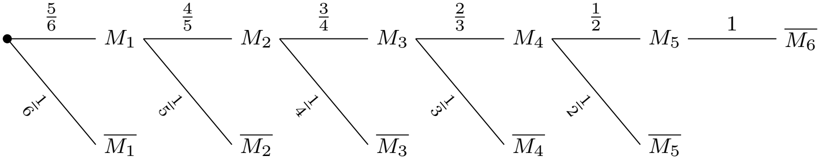
Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1.

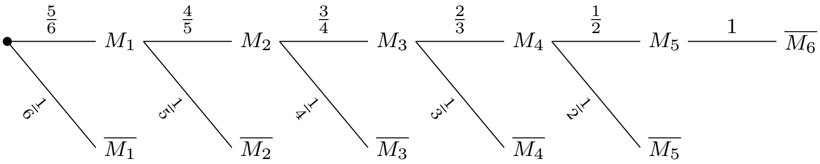


Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i^ème^ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1. 

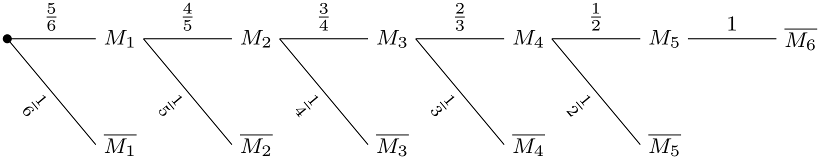
2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) =$

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1. 

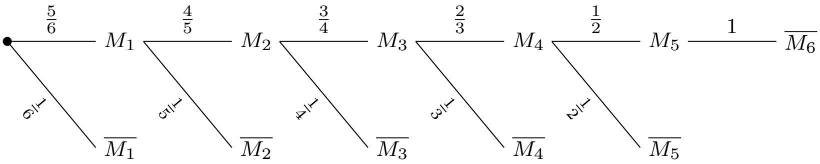
2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1. 

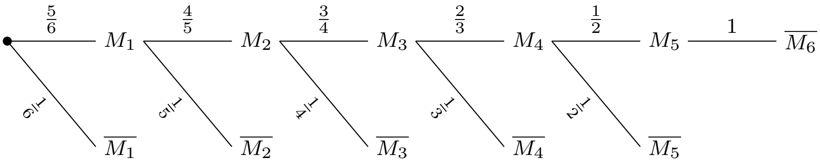
2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$
3. $P(H_0) =$

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P\left(H_i\right)$.

Corrigé :

1. 

2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$
3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) =$

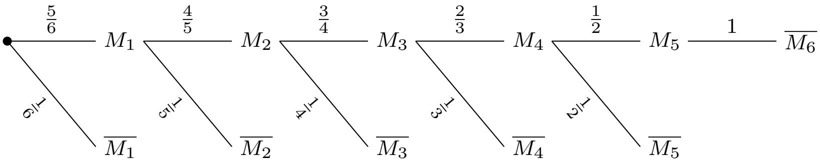
Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1.



2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$
3. $P(H_0) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

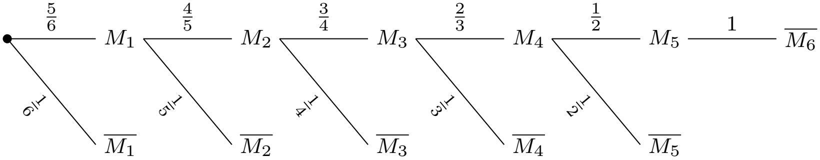
   $P(H_1) =$

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i$^{\text{ème}}$ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1. 

2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P(H_0) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

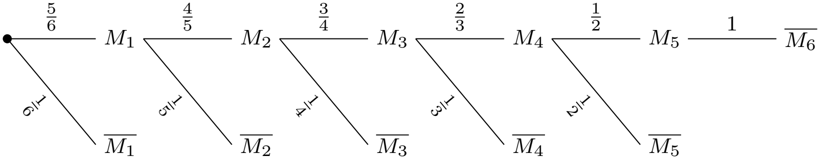
   $P(H_1) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) =$

Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i^ème olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0,1,2,3,4,5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P\left(H_i\right)$.

Corrigé :

1. 

2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

   $P\left(H_1\right) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) = \dfrac{5}{6} \times \dfrac{1}{5} =$

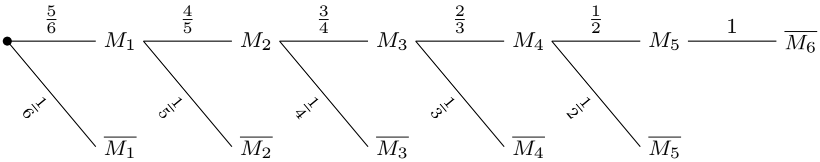
Exercice n° 9: Le pont des arts : Hacina traverse le Pont des Arts avec un sac contenant cinq olives mûres et une olive gâtée. Elle les prend une par une au hasard. Si l'olive est mûre, elle la mange, si elle est gâtée, elle jette le sac dans la Seine.

On note M_i l'événement « la i^ème^ olive est mûre ».

1. Construis l'arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité qu'Hacina mange au moins une olive ?
3. Pour chaque $i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, on note H_i, l'événement « Hacina mange i olive(s) ». Calcule $P(H_i)$.

Corrigé :

1.



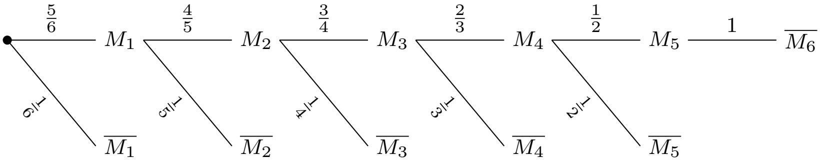
2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P(H_0) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

$$P(H_1) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

Exercice :

Corrigé :

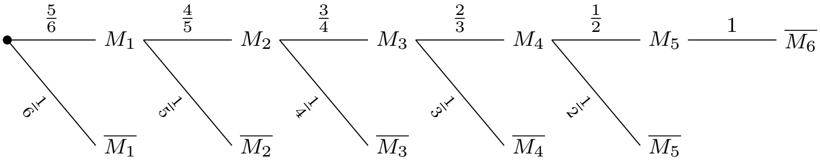
1. 

2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

Exercice :

Corrigé :

1. 

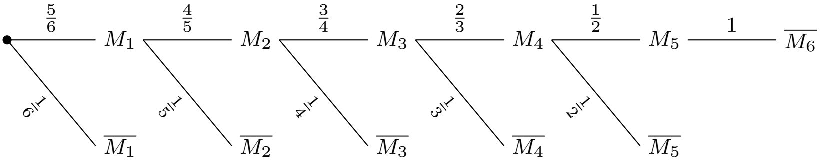
2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \frac{5}{6}$

3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) = \frac{1}{6}$

   $P\left(H_1\right) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$

Exercice :

Corrigé :

1. 

2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

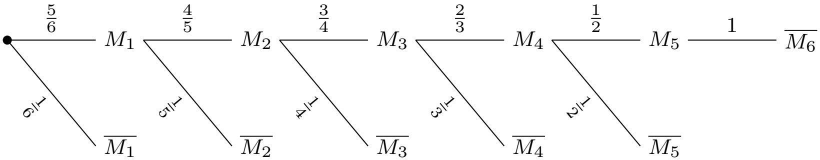
$$P\left(H_1\right) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_2\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap \overline{M_3}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

Exercice :

Corrigé :

1.



2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

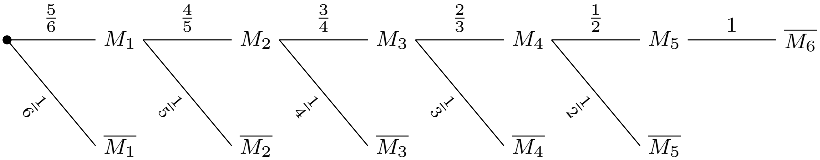
$$P\left(H_1\right) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_2\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap \overline{M_3}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_3\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap M_3 \cap \overline{M_4}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Exercice :

Corrigé :

1. 

2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

$$P\left(H_1\right) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

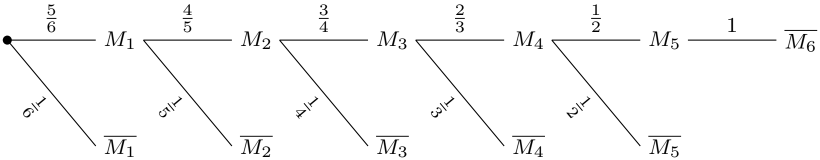
$$P\left(H_2\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap \overline{M_3}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_3\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap M_3 \cap \overline{M_4}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_4\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap M_3 \cap M_4 \cap \overline{M_5}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Exercice :

Corrigé :

1. 

2. $1 - P\left(\overline{M_1}\right) = \dfrac{5}{6}$

3. $P\left(H_0\right) = P(\overline{M_1}) = \dfrac{1}{6}$

$$P\left(H_1\right) = P(M_1 \cap \overline{M_2}) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_2\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap \overline{M_3}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_3\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap M_3 \cap \overline{M_4}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_4\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap M_3 \cap M_4 \cap \overline{M_5}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P\left(H_5\right) = P(M_1 \cap M_2 \cap M_3 \cap M_4 \cap M_5 \cap \overline{M_6}) = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}$$

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule.

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui.

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande :

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ».

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute.

Exercice n^o 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

On suppose équiprobables les chances des prisonniers.

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

On suppose équiprobables les chances des prisonniers. On exclut également le mensonge ou une forme de préférence dans la réponse du gardien.

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

On suppose équiprobables les chances des prisonniers. On exclut également le mensonge ou une forme de préférence dans la réponse du gardien.

On note :

- A l'évènement : « Le prisonnier A est gracié. »

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

On suppose équiprobables les chances des prisonniers. On exclut également le mensonge ou une forme de préférence dans la réponse du gardien.

On note :

- A l'évènement : « Le prisonnier A est gracié. »
- B l'évènement : « Le prisonnier B est gracié. »

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

On suppose équiprobables les chances des prisonniers. On exclut également le mensonge ou une forme de préférence dans la réponse du gardien.

On note :

- A l'évènement : « Le prisonnier A est gracié. »
- B l'évènement : « Le prisonnier B est gracié. »
- C l'évènement : « Le prisonnier C est gracié. »

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

On suppose équiprobables les chances des prisonniers. On exclut également le mensonge ou une forme de préférence dans la réponse du gardien.

On note :

- A l'évènement : « Le prisonnier A est gracié. »
- B l'évènement : « Le prisonnier B est gracié. »
- C l'évènement : « Le prisonnier C est gracié. »
- GB l'évènement : « Le geôlier répond au prisonnier A que le prisonnier B sera exécuté. »

Exercice n° 10: Le paradoxe du prisonnier :

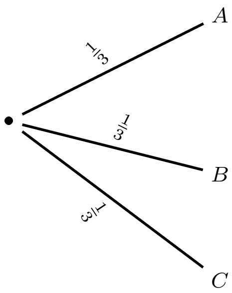
Trois prisonniers A, B, et C sont dans une cellule. Ils savent que deux vont être condamnés à mort et un gracié, mais ils ne savent pas qui. L'un d'entre eux, le prisonnier A, va voir le geôlier et lui demande : « Je sais bien que tu ne peux rien me dire, mais tu peux au moins me montrer un de mes compagnons qui sera exécuté ». Le geôlier réfléchit, se dit que de toute manière au moins l'un des deux autres prisonniers sera condamné, et s'exécute. Le prisonnier lui répond alors : « Merci, avant, j'avais une chance sur trois d'être gracié, et maintenant, j'ai une chance sur deux. »

Le prisonnier, a-t-il raison de croire que sa probabilité d'être gracié a augmenté ?

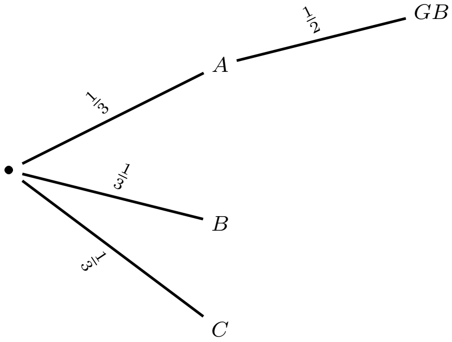
On suppose équiprobables les chances des prisonniers. On exclut également le mensonge ou une forme de préférence dans la réponse du gardien.

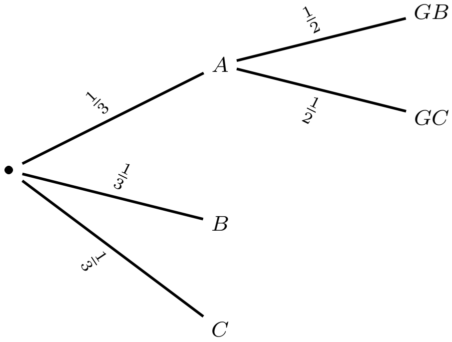
On note :

- A l'évènement : « Le prisonnier A est gracié. »
- B l'évènement : « Le prisonnier B est gracié. »
- C l'évènement : « Le prisonnier C est gracié. »
- GB l'évènement : « Le geôlier répond au prisonnier A que le prisonnier B sera exécuté. »
- GC l'évènement : « Le geôlier répond au prisonnier A que le prisonnier C sera exécuté. »

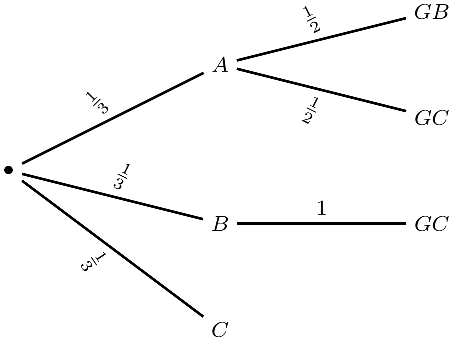


A
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
B
$\frac{1}{3}$
C

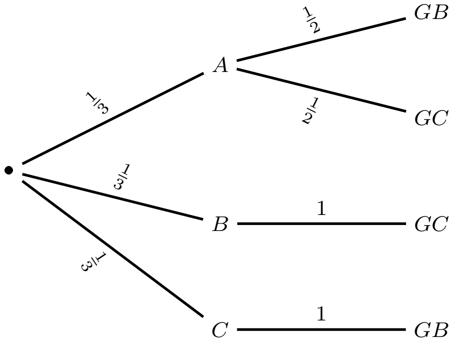

GB
1/2
A
1/3
1/3
B
1/3
C



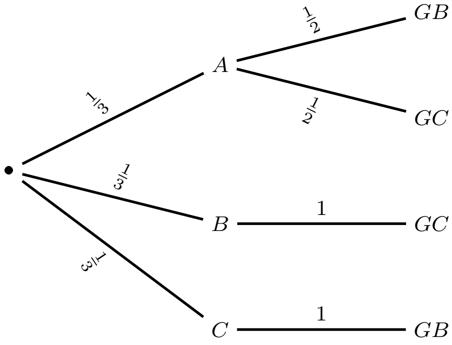
A
B
C
GB
GC
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$



GB
A
1/2
1/3
1/2
GC
1/3
B
1
GC
1/3
C



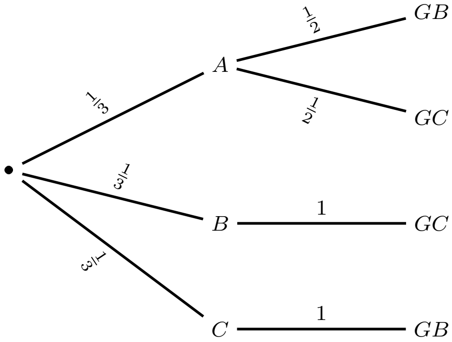
A
B
C
GB
GC
GC
GB
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
1
1



$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$$

car :

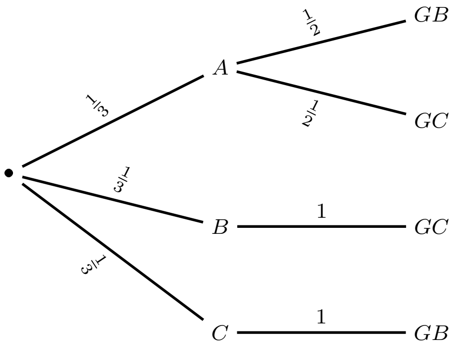
$$P(A \cap GB) =$$



$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$$

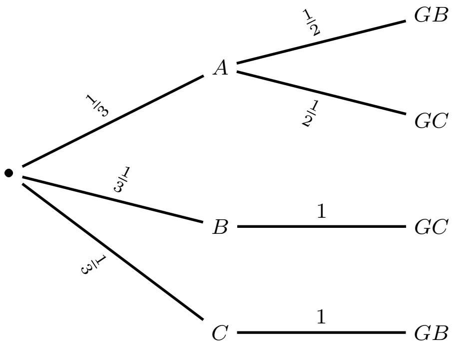
car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) =$$



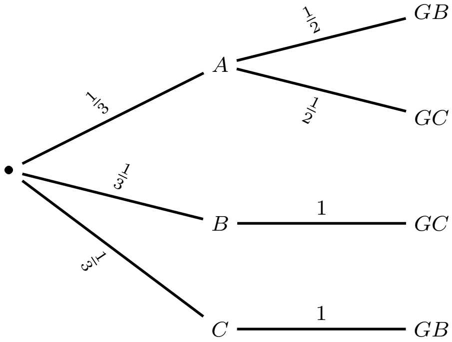
$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$$ car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} =$$



$P_{GB}(A) = \dfrac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$ car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

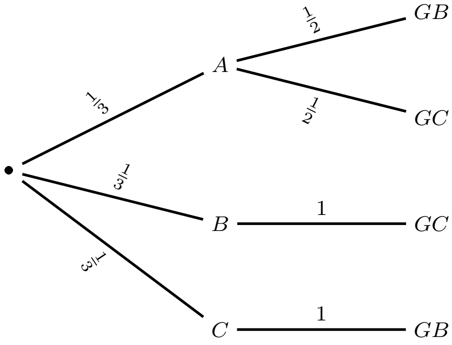


$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$$

car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

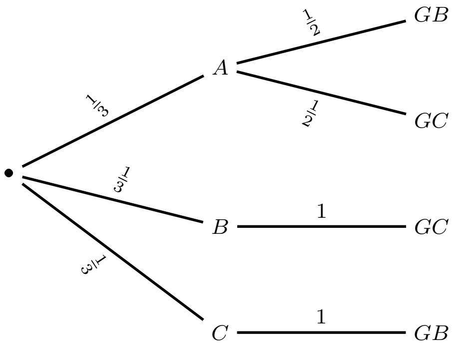
$$P(GB) =$$



$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$$ car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(GB) = P(A \cap GB) + P(C \cap GB) =$$

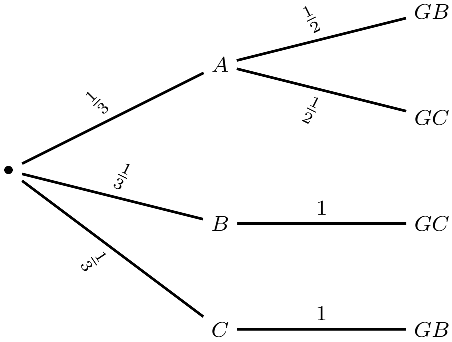


$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$$

car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

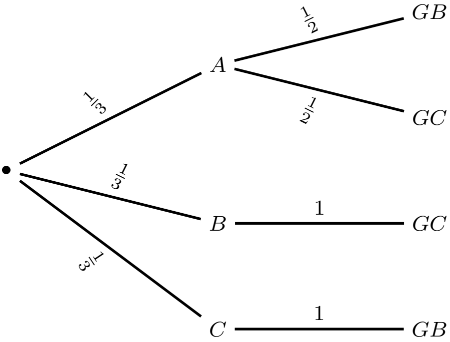
$$P(GB) = P(A \cap GB) + P(C \cap GB) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times 1 =$$



$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} =$$ car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(GB) = P(A \cap GB) + P(C \cap GB) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{2}$$

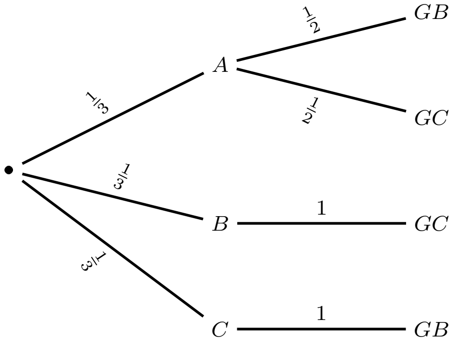


$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} =$$

car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(GB) = P(A \cap GB) + P(C \cap GB) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{2}$$

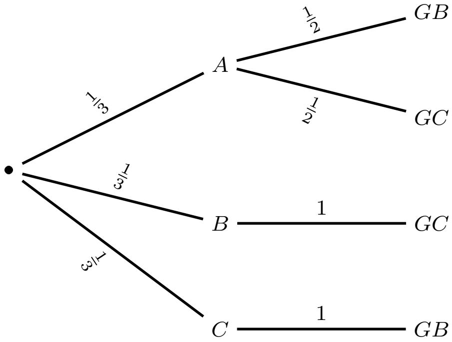


$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{6} =$$

car :

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

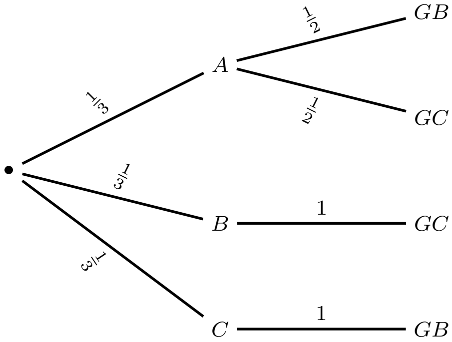
$$P(GB) = P(A \cap GB) + P(C \cap GB) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{2}$$



$$P_{GB}(A) = \frac{P(A\cap GB)}{P(GB)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$ car :

$$P(A\cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

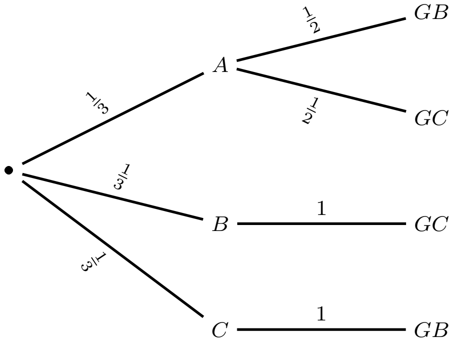
$$P(GB) = P(A\cap GB) + P(C\cap GB) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\times 1 = \frac{1}{2}$$



$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = P(A) \text{ car :}$$

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(GB) = P(A \cap GB) + P(C \cap GB) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{2}$$



$$P_{GB}(A) = \frac{P(A \cap GB)}{P(GB)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = P(A) \text{ car :}$$

$$P(A \cap GB) = P(A)P_A(GB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(GB) = P(A \cap GB) + P(C \cap GB) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{2}$$

L'information donnée
par le geôlier
ne change rien.

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées.

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre.

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte.

Exercice n^{o} 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre.

Exercice n^o 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre. Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre. Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.

Que doit-il faire ?

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre. Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.

Que doit-il faire ?

On modélisera cette expérience aléatoire à l'aide les évènements suivants :

- C_1 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 1 »

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre. Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.

Que doit-il faire ?

On modélisera cette expérience aléatoire à l'aide les évènements suivants :

- C_1 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 1 »
- C_2 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 2 »

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre. Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.

Que doit-il faire ?

On modélisera cette expérience aléatoire à l'aide les évènements suivants :

- C_1 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 1 »
- C_2 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 2 »
- V : « le candidat a désigne la porte de la voiture »

Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre. Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.

Que doit-il faire ?

On modélisera cette expérience aléatoire à l'aide les évènements suivants :

- C_1 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 1 »
- C_2 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 2 »
- V : « le candidat a désigne la porte de la voiture »
- GVC : « le candidat **G**agne la **V**oiture en **C**hangeant de porte »

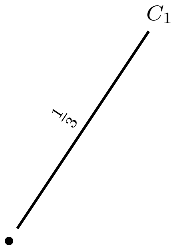
Exercice n° 11: Le problème de Monty-Hall : Dans un jeu télévisé, un joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Le présentateur du jeu sait derrière quelle porte se trouve la voiture.

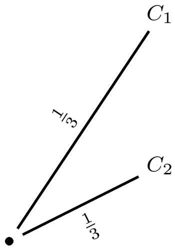
Le joueur doit commencer par désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture. Il lui ouvre l'autre porte derrière laquelle se trouve une chèvre. Le candidat a alors le droit d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou d'ouvrir la troisième porte.

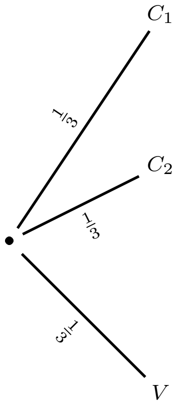
Que doit-il faire ?

On modélisera cette expérience aléatoire à l'aide les évènements suivants :

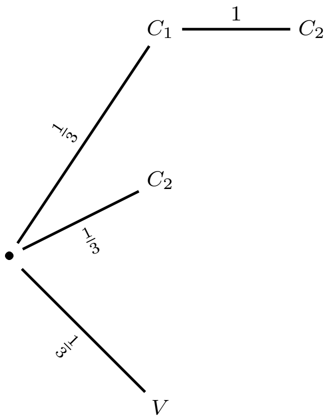
- C_1 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 1 »
- C_2 : « le candidat désigne la porte de la chèvre 2 »
- V : « le candidat a désigne la porte de la voiture »
- GVC : « le candidat **G**agne la **V**oiture en **C**hangeant de porte »
- GVS : « le candidat **G**agne la **V**oiture en **S**ans changer de porte »

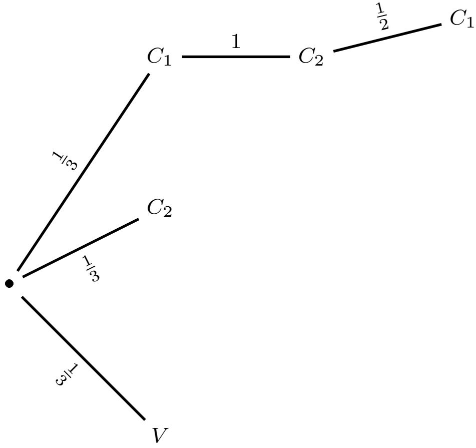

C_1
$\frac{1}{3}$


C_1
C_2
$^1\!/_3$
$^1\!/_3$

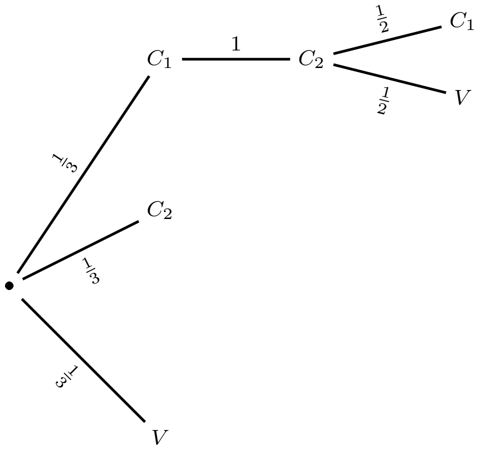


C_1
$\frac{1}{3}$
C_2
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
V

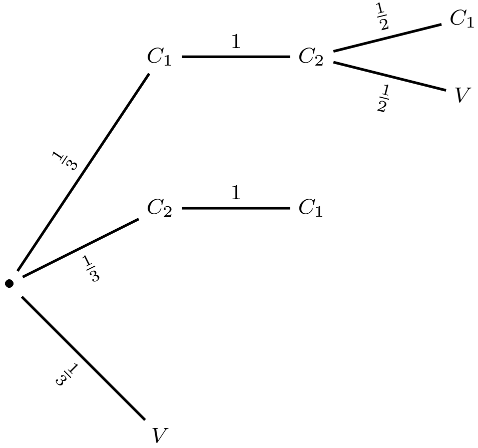

C_1
1
C_2
$\frac{1}{3}$
C_2
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
V



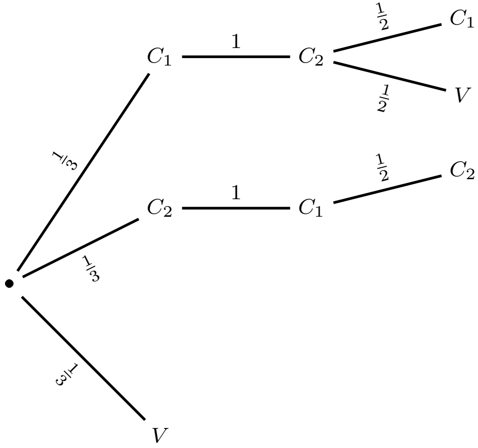
C_1
1
C_2
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{3}$
C_2
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
V



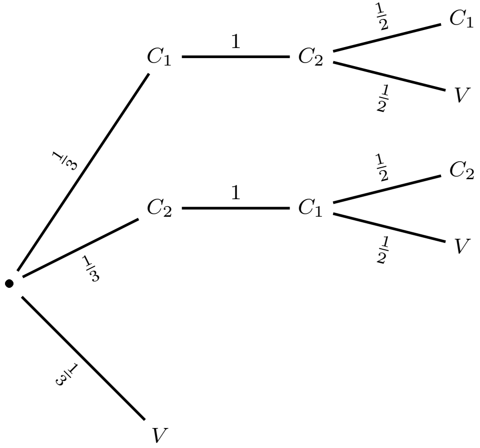
C_1
1
C_2
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{3}$
C_2
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
V



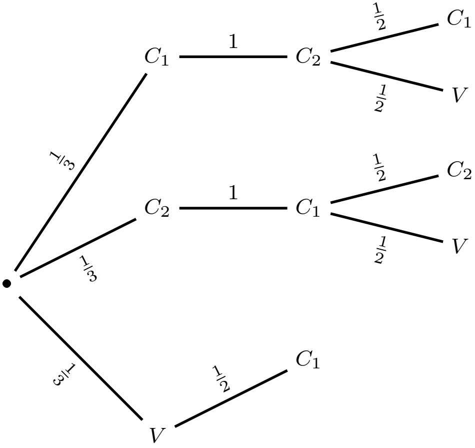
$\frac{1}{3}$
C_1
1
C_2
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{3}$
C_2
1
C_1
$\frac{1}{3}$
V

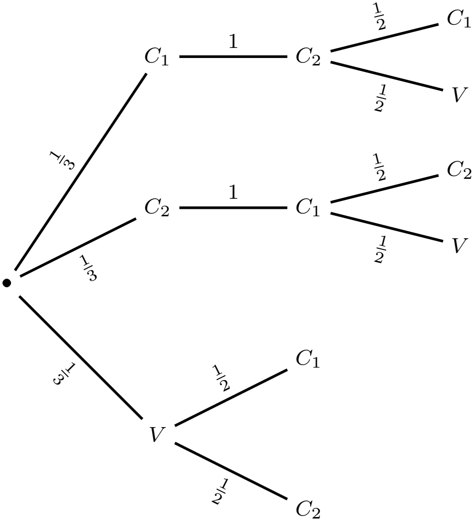


C_1
C_2
V
C_1
C_2
C_1
V
C_2
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
1
1
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$

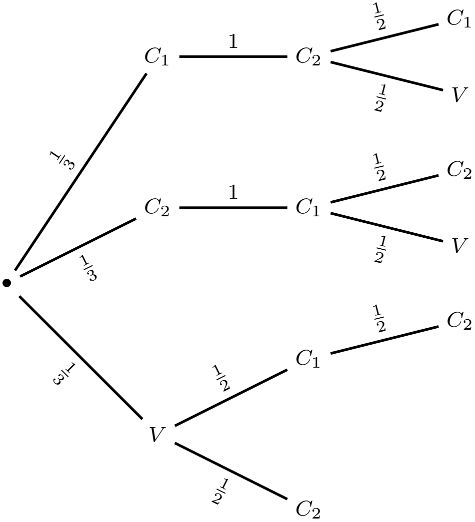


C_1
C_2
V
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
1
1
C_2
C_1
C_1
V
C_2
V
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$

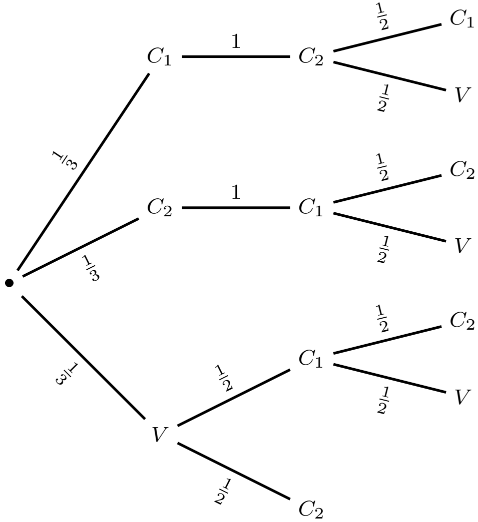

C_1
C_2
V
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
1
1
C_2
C_1
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{2}$
C_2
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{2}$
C_1



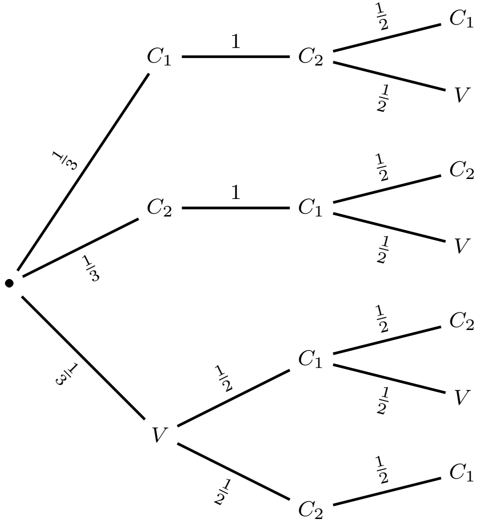
C_1
1
C_2
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{3}$
C_2
1
C_1
$\frac{1}{2}$
C_2
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
V
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
C_2



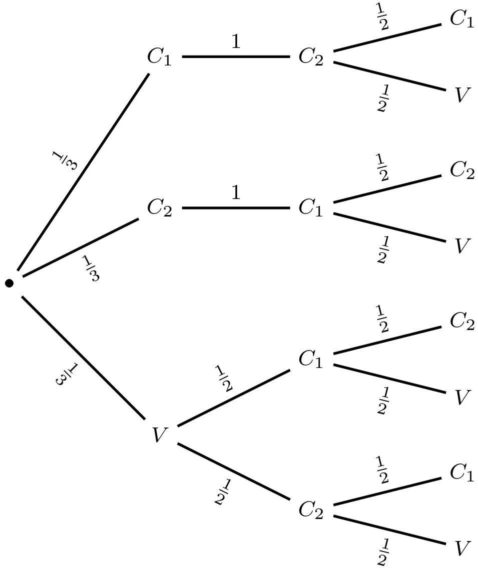
C_1
C_2
V
C_2
C_1
C_1
V
C_2
V
C_1
C_2
C_2
C_2
1
1
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$



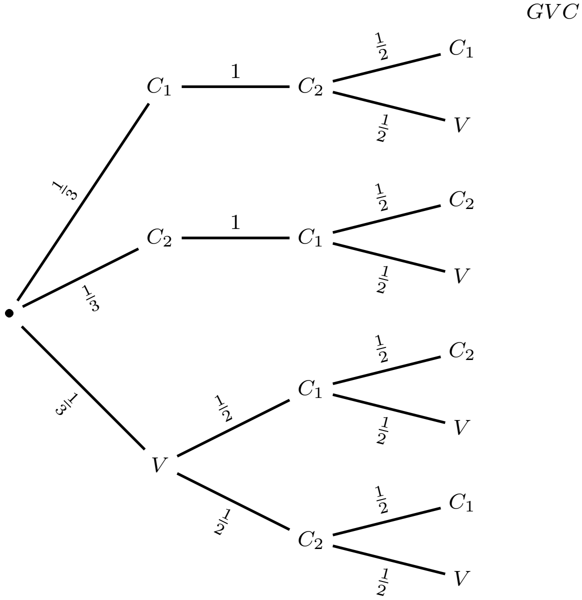
C_1
C_2
V
1
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$
C_1
C_2
V
C_2
V



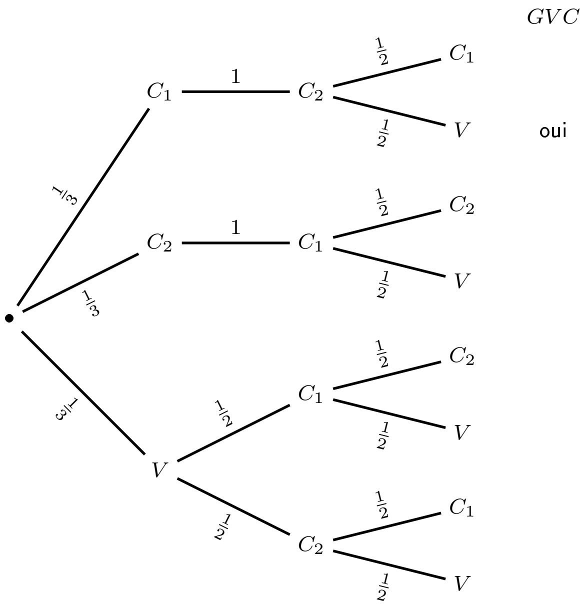
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
C_1
C_2
V
1
1
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
C_2
C_1
C_1
C_2
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
C_1
V
C_2
V
C_2
V
C_1



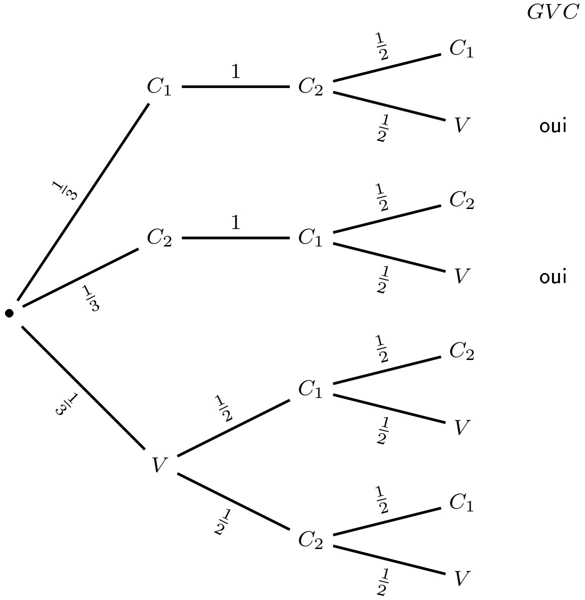
$\frac{1}{3}$
C_1
1
C_2
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{3}$
C_2
1
C_1
$\frac{1}{2}$
C_2
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{3}$
V
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
C_2
$\frac{1}{2}$
V
$\frac{1}{2}$
C_2
$\frac{1}{2}$
C_1
$\frac{1}{2}$
V

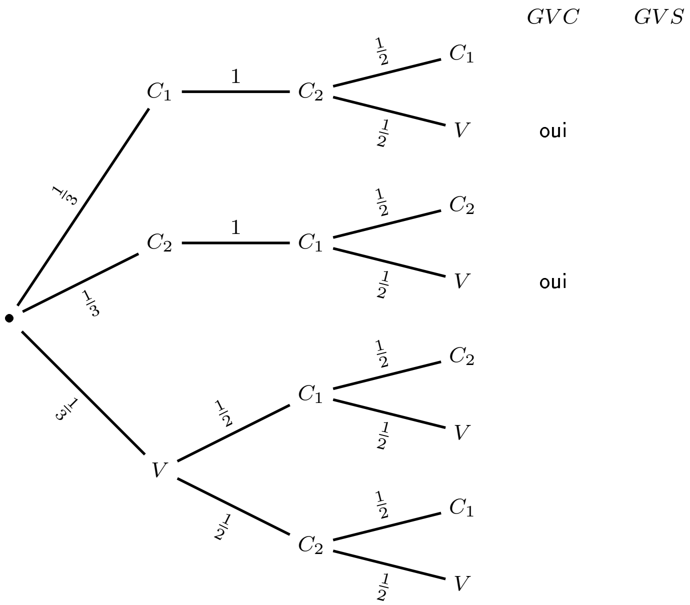


GVC
C_1
C_2
V
C_1
C_2
V
C_1
C_2
V
C_2
C_1
V
C_2
C_1
V
1
1
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$

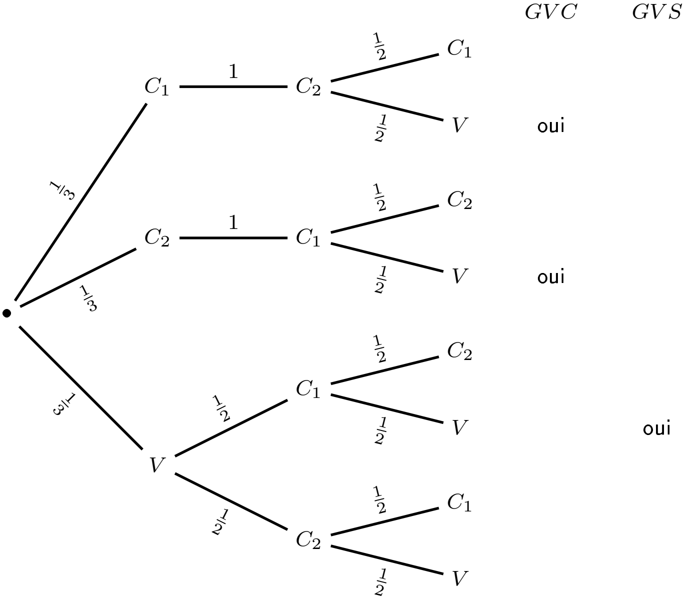


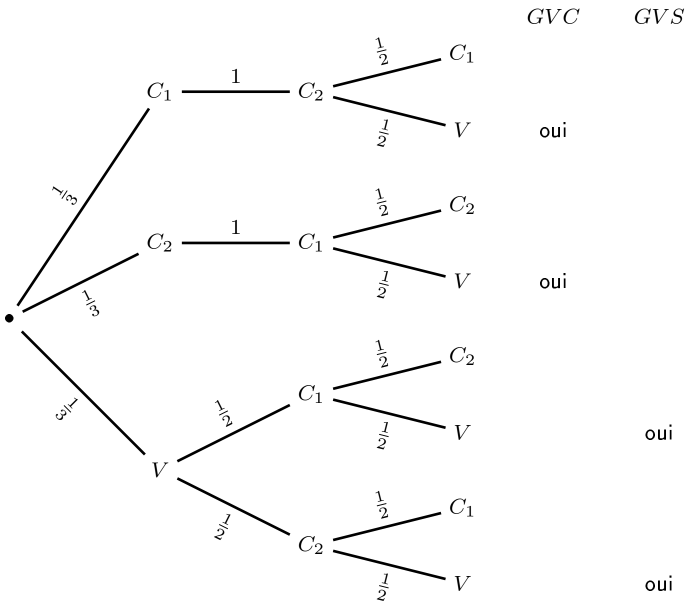
GVC
C_1
C_2
V
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$
1
1
$\frac{1}{2}$
C_1
V
C_2
oui


GVC
1/3
1/3
1/3
C1
C2
V
1
1
1/2
C2
C1
C1
C2
C1
V
C2
V
C2
V
C1
V
oui
oui

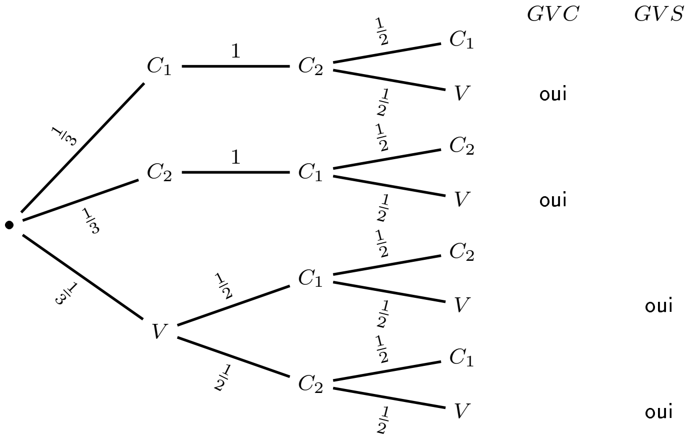


GVC
GVS
C1
C2
V
1/3
1/3
1/3
1
1
1/2
C1
C2
V
C2
C1
V
C2
V
C1
V
oui
oui

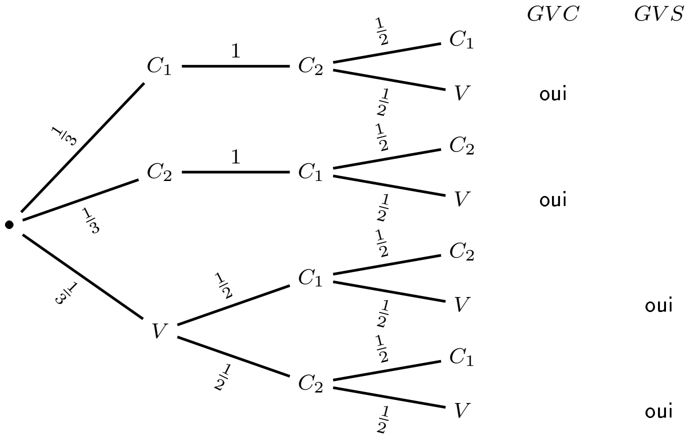

GVC
GVS
C1
C2
V
1
1
1/3
1/3
1/3
1/2
C1
V
C2
V
C2
V
C1
V
oui
oui
oui



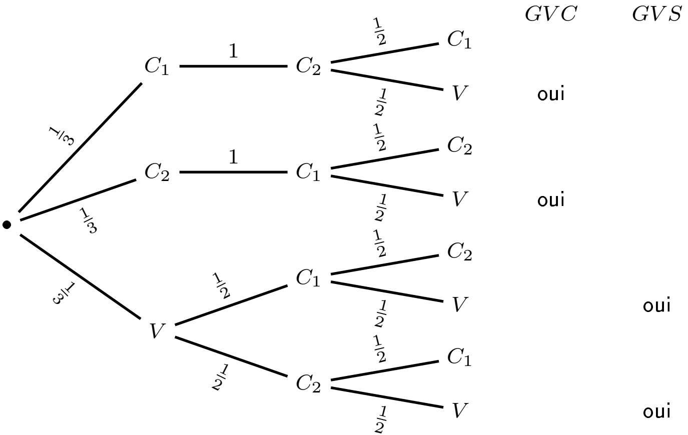
GVC
GVS
C1
C2
V
1/3
1
1/2
oui
oui
oui
oui



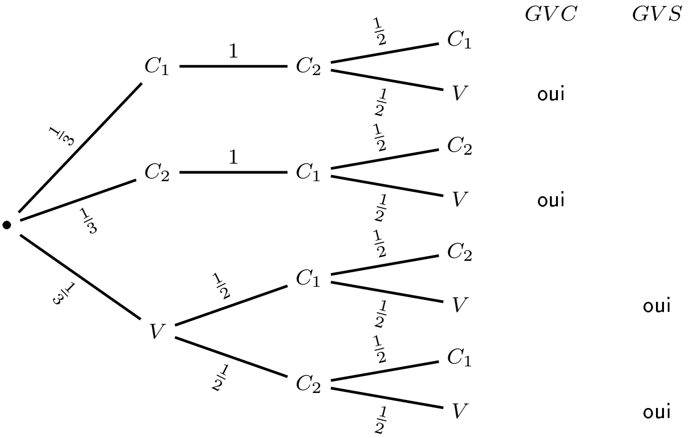
GVC
GVS
C_1
C_2
V
1
$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$
oui



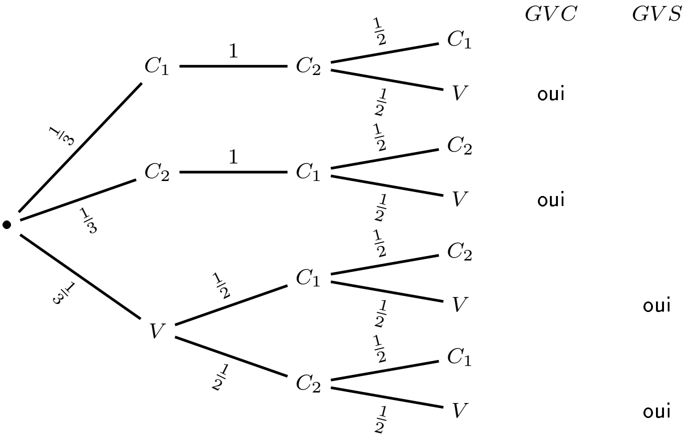
$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) +$



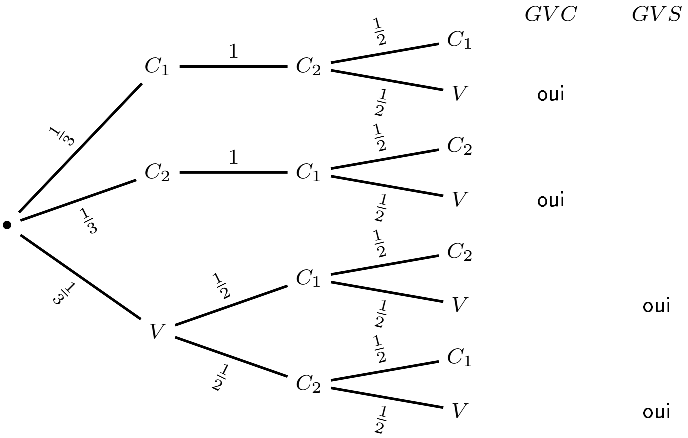
$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) =$$



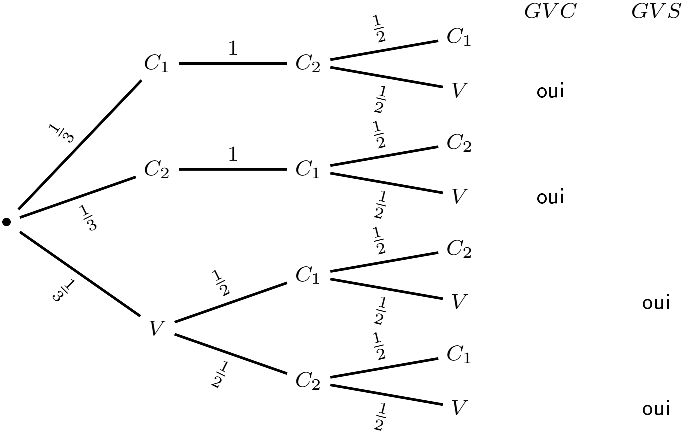
$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} +$$



$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} =$$

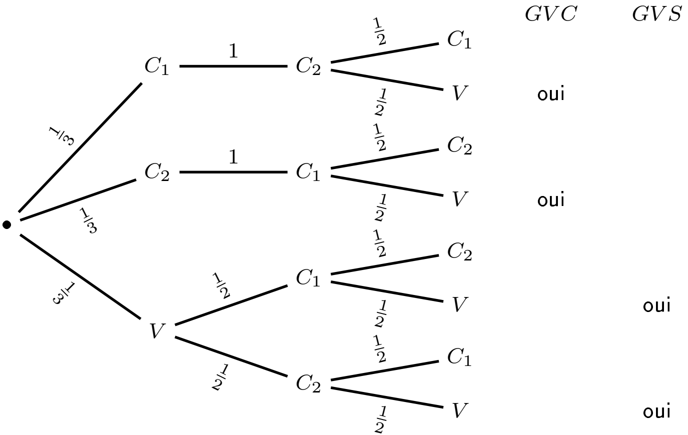


$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$



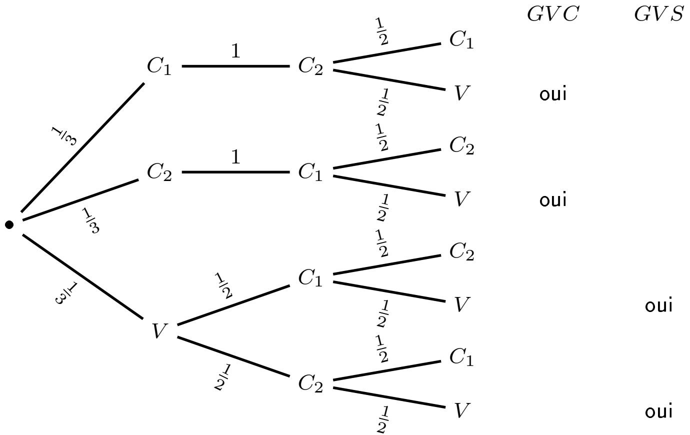
$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$P(GVS) = P\big(V \cap C_1 \cap V\big) +$$



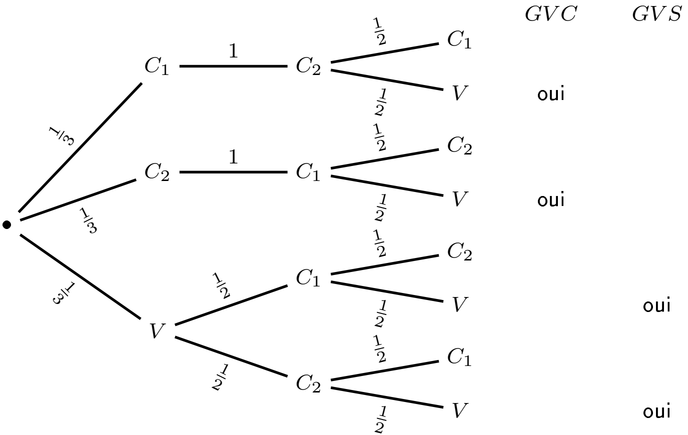
$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$P(GVS) = P\big(V \cap C_1 \cap V\big) + P\big(V \cap C_2 \cap V\big) =$$



$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$P(GVS) = P\big(V \cap C_1 \cap V\big) + P\big(V \cap C_2 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$



$$P(GVC) = P\big(C_1 \cap C_2 \cap V\big) + P\big(C_2 \cap C_1 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$P(GVS) = P\big(V \cap C_1 \cap V\big) + P\big(V \cap C_2 \cap V\big) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

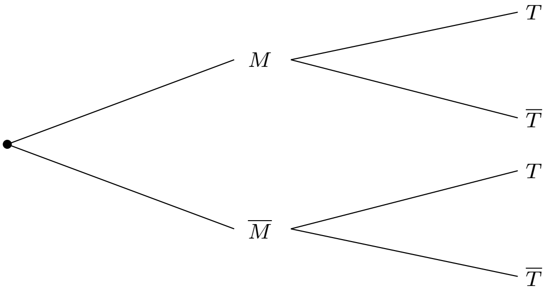
1. Construis l'arbre de probabilités.

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.

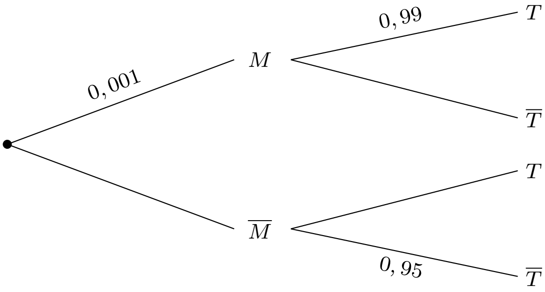


Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.

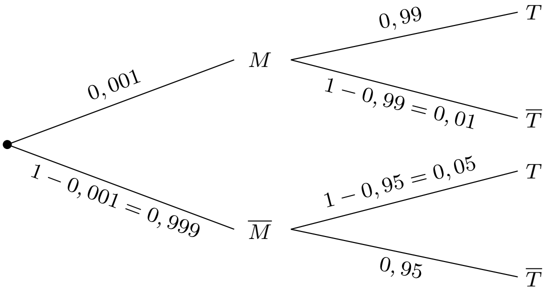


Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.

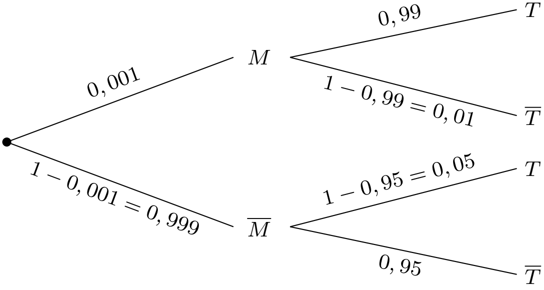


Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



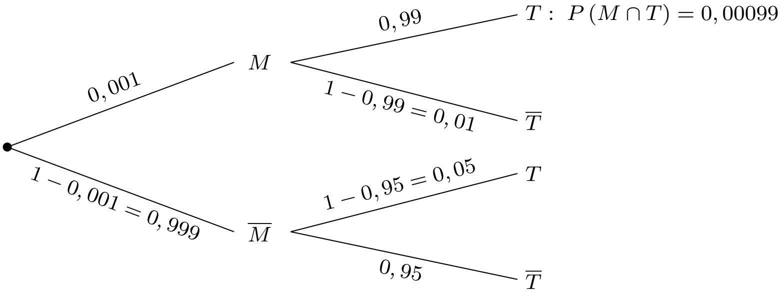
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



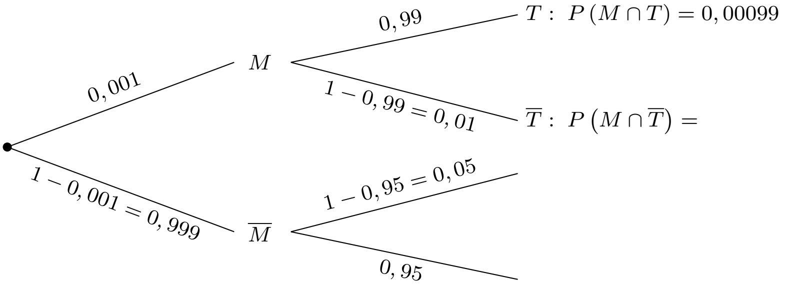
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



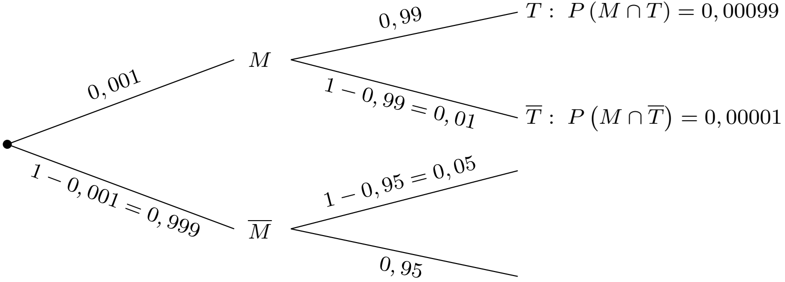
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



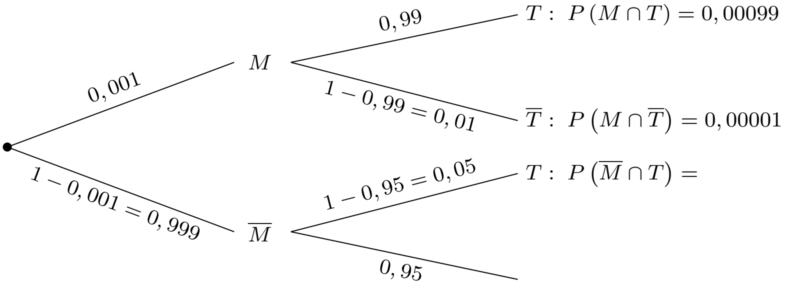
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

Exercice nº 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



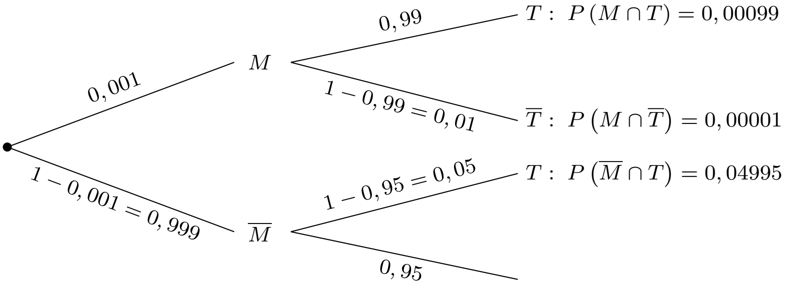
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



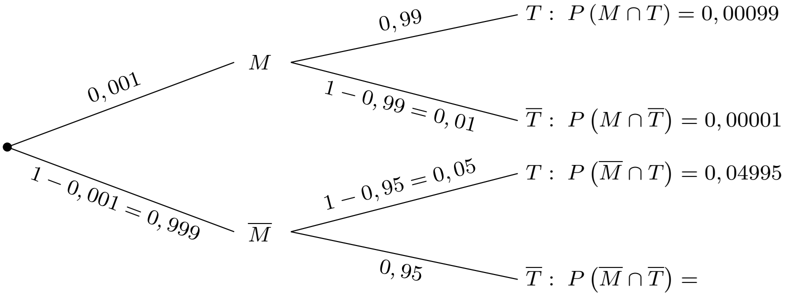
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



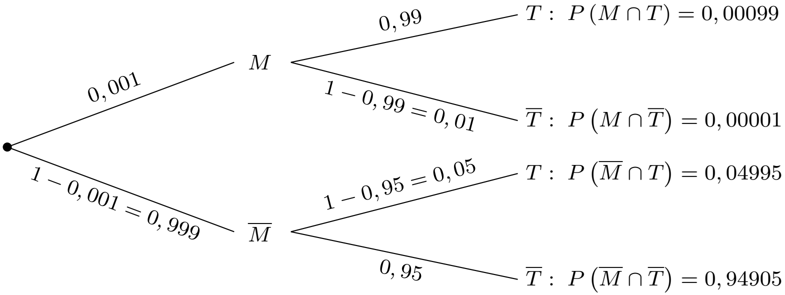
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.

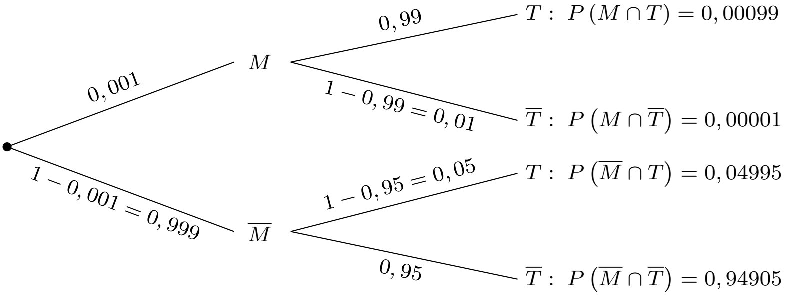


Exercice n° 12: Paradoxe de Bayes : Un laboratoire a développé le test suivant pour une maladie M assez rare, elle touche une personne sur mille. Si un patient a contracté la maladie, le test le fait remarqué, c'est-à-dire qu'il est positif presque systématiquement, 99% des fois. Si un patient est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

On note :

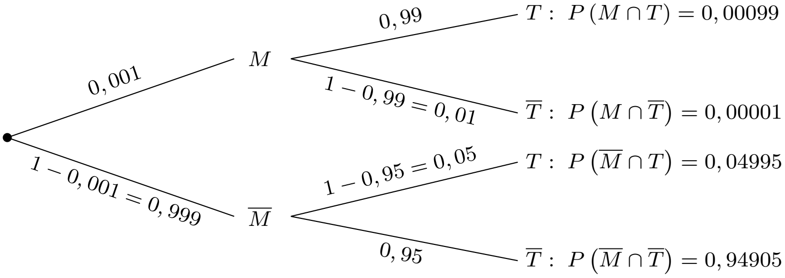
- T l'événement « le test est positif » ;
- M l'événement « le patient est malade ».

1. Construis l'arbre de probabilités.



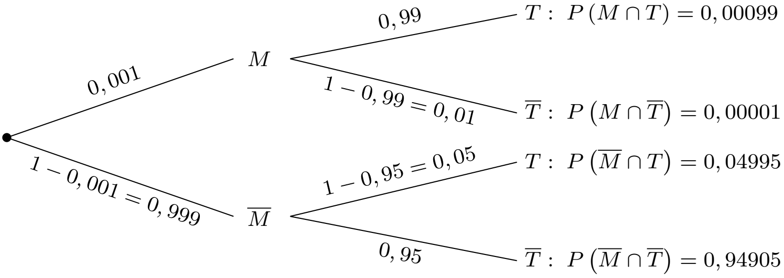
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre à 10^{-5} près.

1.

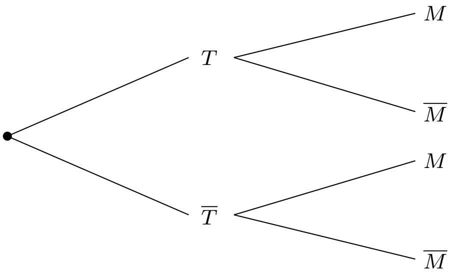


2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.

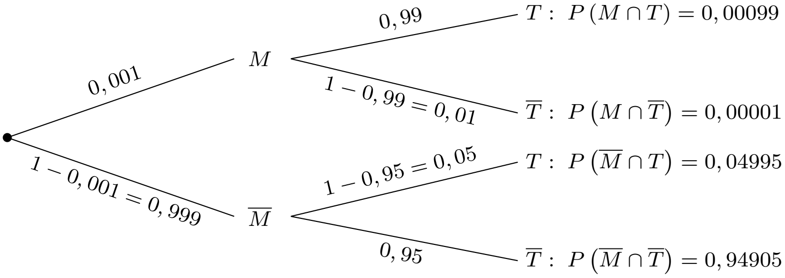
1.



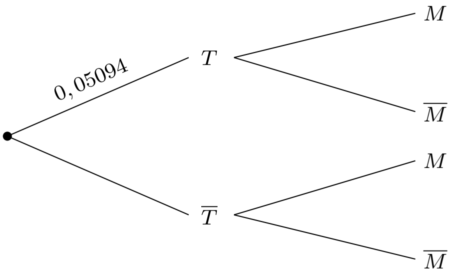
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.



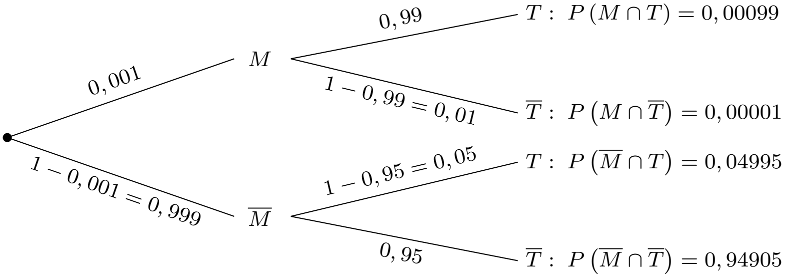
1.



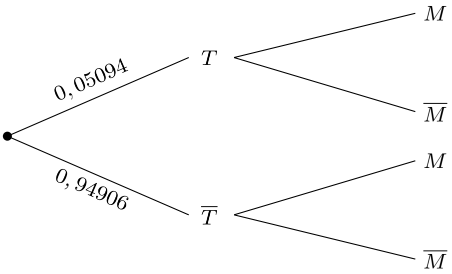
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.

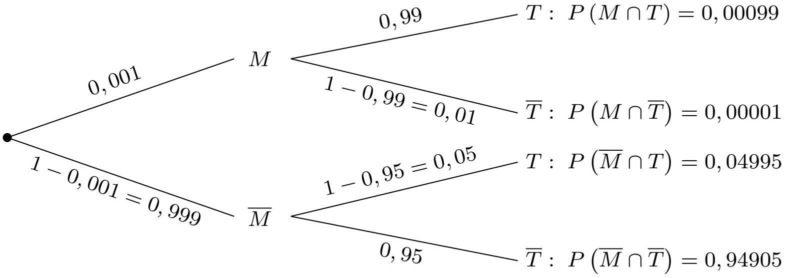


1.

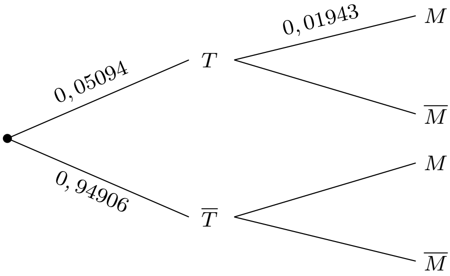


2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.

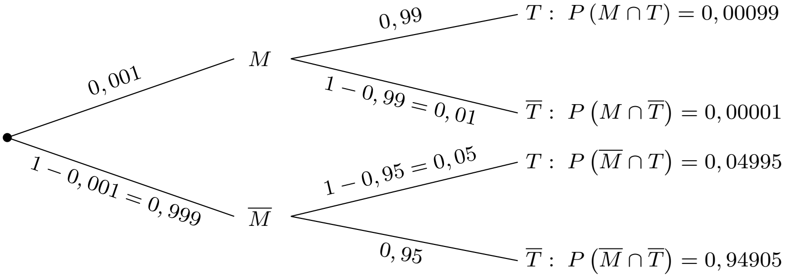


1. 

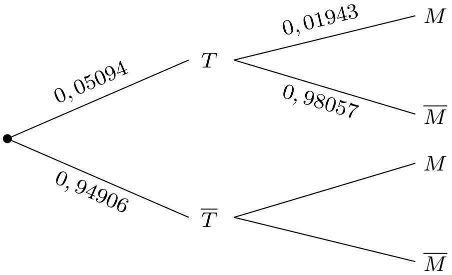
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.



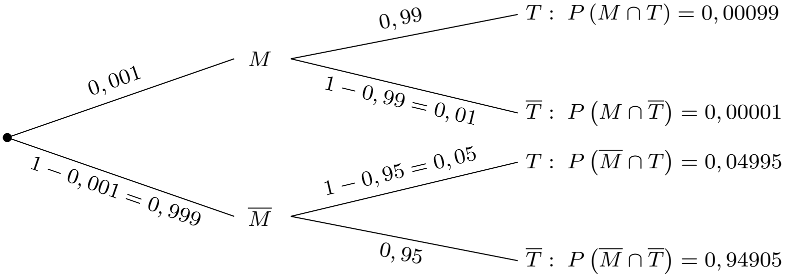
1.



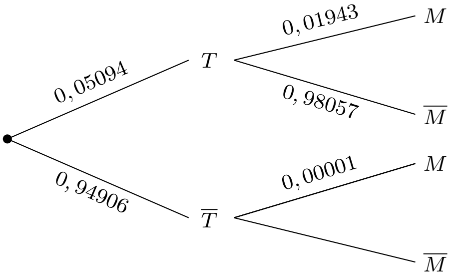
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.



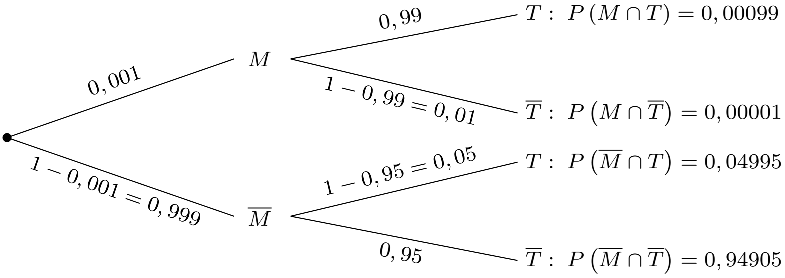
1.



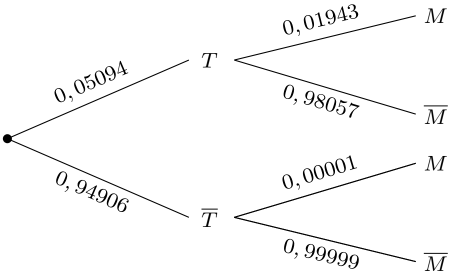
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.

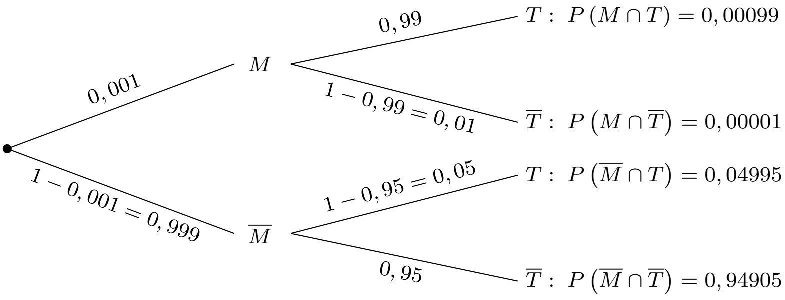


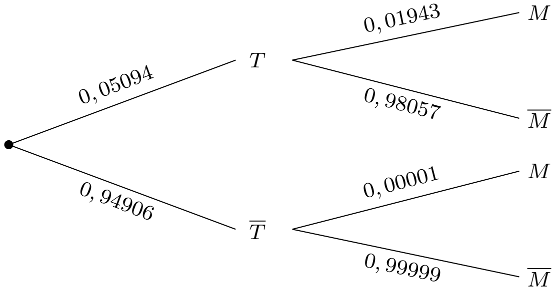
1.



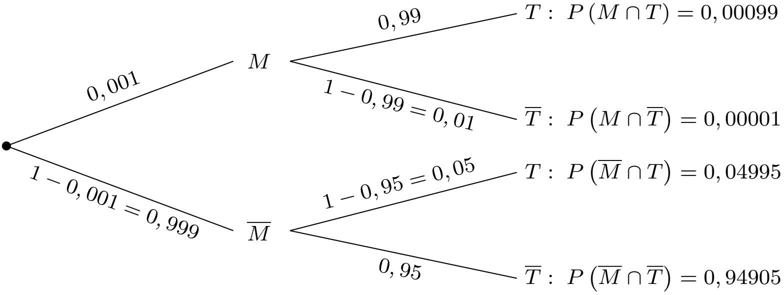
2. Calcule la probabilité de chacun des chemins de l'arbre.
3. Complète l'arbre ci-dessous à 10^{-5} près.



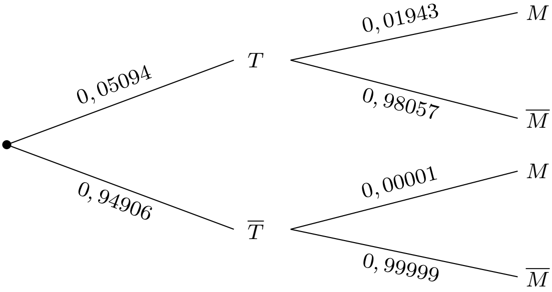

$0,001$
M
$1-0,001=0,999$
$\overline{M}$
$0,99$
$1-0,99=0,01$
$1-0,95=0,05$
$0,95$
$T: \; P(M\cap T)=0,00099$
$\overline{T}: \; P\left(M\cap \overline{T}\right)=0,00001$
$T: \; P\left(\overline{M}\cap T\right)=0,04995$
$\overline{T}: \; P\left(\overline{M}\cap \overline{T}\right)=0,94905$


$0,05094$
T
$0,94906$
$\overline{T}$
$0,01943$
M
$0,98057$
$\overline{M}$
$0,00001$
M
$0,99999$
$\overline{M}$

Arbre du laboratoire :



Arbre du praticien :



Exercice n^o 13: Le pot de confiture Aline adore la confiture aux prunes de sa grand-mère. Quand elle tartine sa tranche de brioche, au petit déjeuner, la cuillerée de confiture va directement dans sa bouche une fois sur trois. Pour obtenir une tranche de brioche correctement recouverte de confiture, il faut y étaler le contenu de trois cuillers.

Exercice n° 13: Le pot de confiture Aline adore la confiture aux prunes de sa grand-mère. Quand elle tartine sa tranche de brioche, au petit déjeuner, la cuillerée de confiture va directement dans sa bouche une fois sur trois. Pour obtenir une tranche de brioche correctement recouverte de confiture, il faut y étaler le contenu de trois cuillers.

On note les événements :

- B_i : « la i^ème^ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Exercice n° 13: Le pot de confiture Aline adore la confiture aux prunes de sa grand-mère. Quand elle tartine sa tranche de brioche, au petit déjeuner, la cuillerée de confiture va directement dans sa bouche une fois sur trois. Pour obtenir une tranche de brioche correctement recouverte de confiture, il faut y étaler le contenu de trois cuillers.

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Calcule la probabilité de l'événement A.

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:

$\frac{1}{3}$ B_1

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:

$$\overset{\frac{1}{3}}{\rule{3cm}{0.4pt}}\ B_1\ \overset{\frac{2}{3}}{\rule{2cm}{0.4pt}}\ \overline{B_2}$$

On note les événements :

- B_i : « la i^ème^ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:

$$\xrightarrow{\quad \frac{1}{3} \quad} B_1 \xrightarrow{\quad \frac{2}{3} \quad} \overline{B_2} \xrightarrow{\quad \frac{2}{3} \quad} \overline{B_3}$$

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

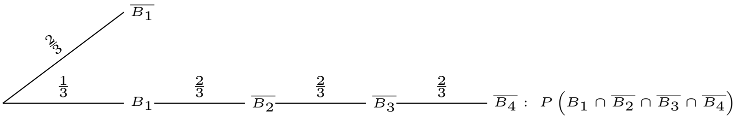
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:

$$\xrightarrow{\frac{1}{3}} B_1 \xrightarrow{\frac{2}{3}} \overline{B_2} \xrightarrow{\frac{2}{3}} \overline{B_3} \xrightarrow{\frac{2}{3}} \overline{B_4} : \ P\left(B_1 \cap \overline{B_2} \cap \overline{B_3} \cap \overline{B_4}\right)$$

On note les événements :

- B_i : « la i[ème] cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

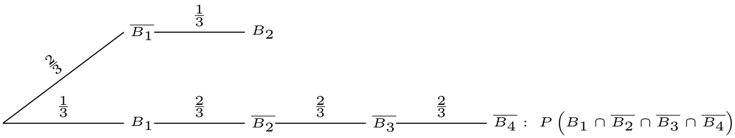
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

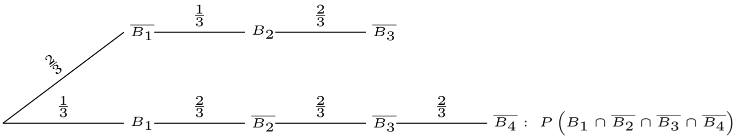
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

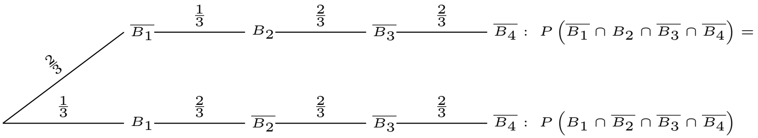
<u>Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:</u>



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

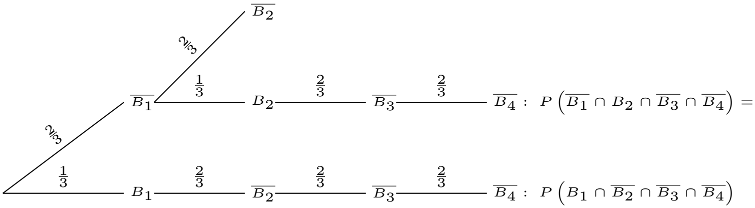
<u>Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:</u>



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

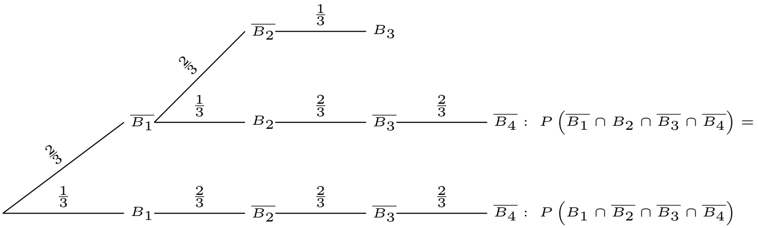
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i[ème] cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

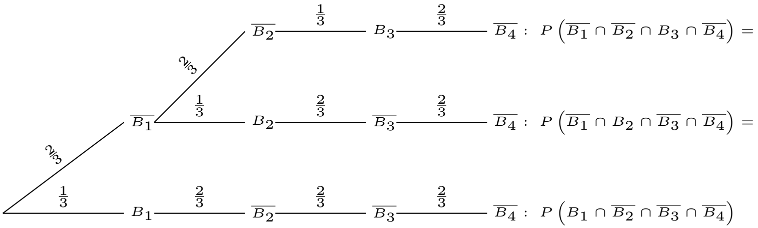
<u>Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:</u>



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

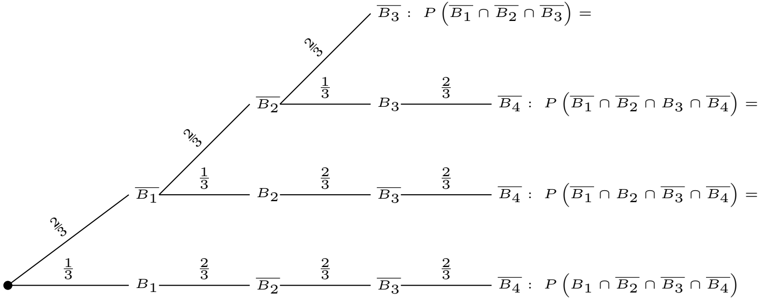
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

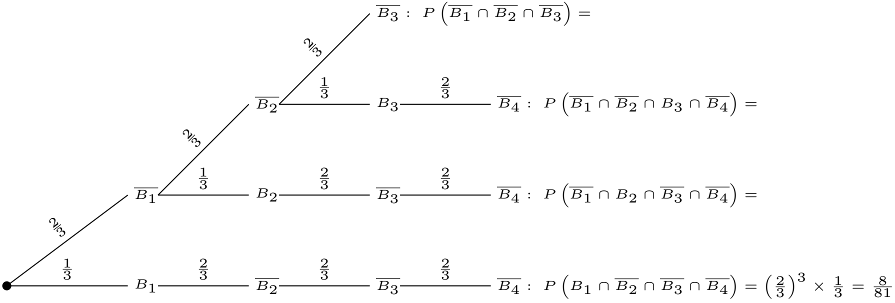
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

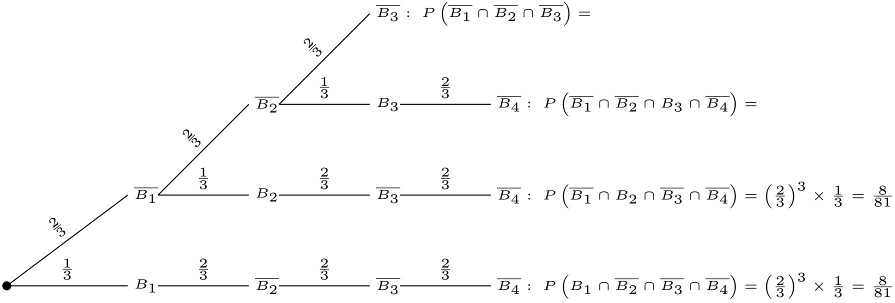
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

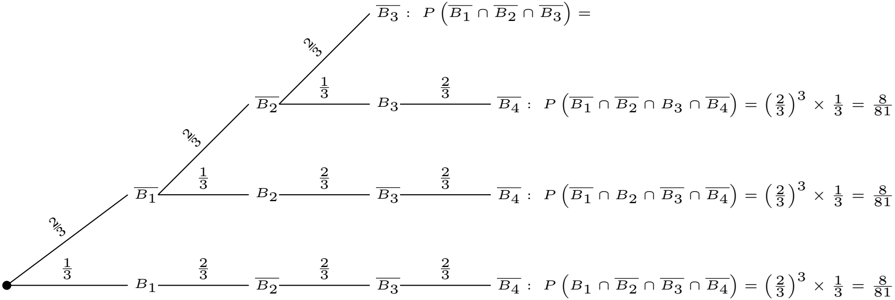
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

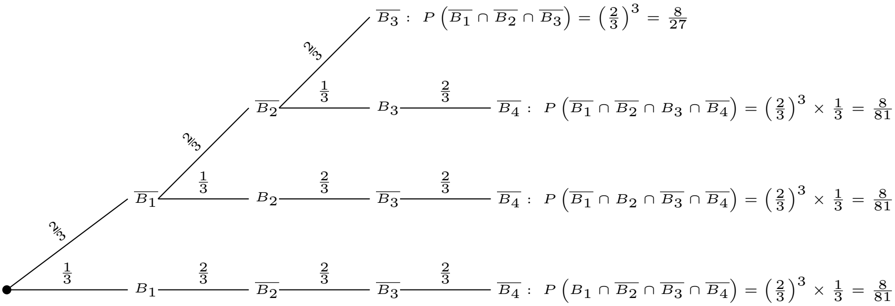
Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

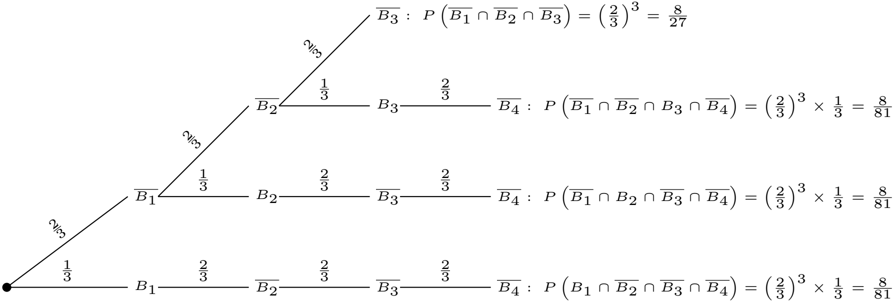
<u>Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:</u>



On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

<u>Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:</u>

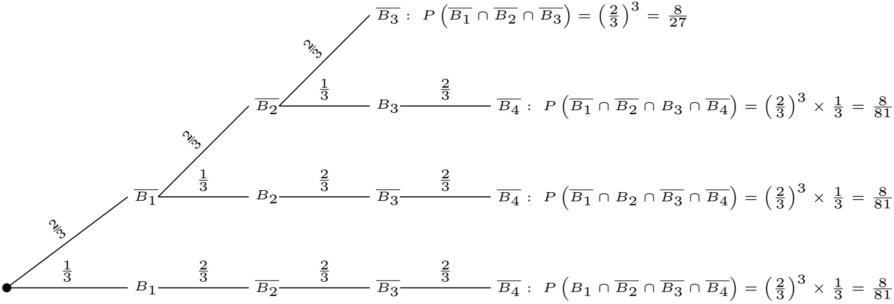


$P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) =$

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:

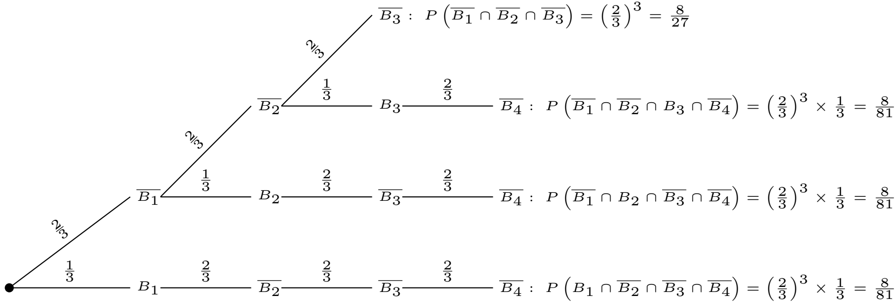


$$P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \left(\frac{8}{27} + 3 \times \frac{8}{81}\right) =$$

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:

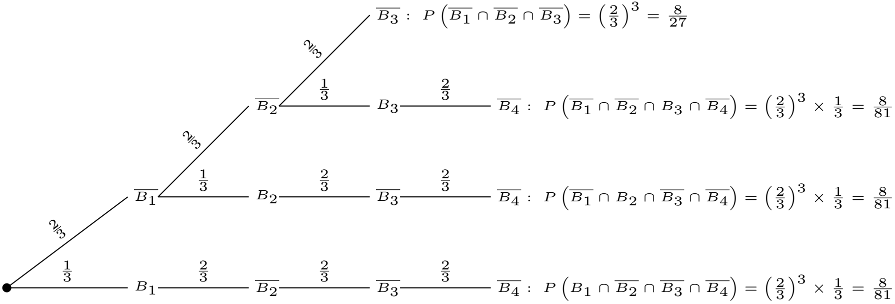


$$P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \left(\frac{8}{27} + 3 \times \frac{8}{81}\right) = 1 - \left(\frac{8}{27} + \frac{8}{27}\right) =$$

On note les événements :

- B_i : « la i$^{\text{ème}}$ cuillerée de confiture va directement dans sa bouche » ;
- A : « Aline a avalé directement au moins deux cuillerées de confiture lorsque la tranche de brioche sera prête à être consommée. »

Construisons l'arbre de probabilités de $\overline{A}$:



$$P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \left(\frac{8}{27} + 3 \times \frac{8}{81}\right) = 1 - \left(\frac{8}{27} + \frac{8}{27}\right) = \frac{11}{27}$$

Exercice n° 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

Exercice nº 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.

Exercice n° 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.

Exercice nº 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.
- Il y a $\binom{n}{2}$ parties n'ayant que deux élément de A.

Exercice n° 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.
- Il y a $\binom{n}{2}$ parties n'ayant que deux élément de A.
- ...

Exercice n° 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.
- Il y a $\binom{n}{2}$ parties n'ayant que deux élément de A.
- ...
- Il y a $\binom{n}{n}$ parties ayant n élément de A.

Exercice nº 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.
- Il y a $\binom{n}{2}$ parties n'ayant que deux élément de A.
- ...
- Il y a $\binom{n}{n}$ parties ayant n élément de A.

Donc, $\#(A) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} =$

Exercice n° 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.
- Il y a $\binom{n}{2}$ parties n'ayant que deux élément de A.
- ...
- Il y a $\binom{n}{n}$ parties ayant n élément de A.

Donc, $\#(A) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^{n-k} 1^{n} =$

Exercice n° 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.
- Il y a $\binom{n}{2}$ parties n'ayant que deux élément de A.
- ...
- Il y a $\binom{n}{n}$ parties ayant n élément de A.

Donc, $\#(A) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^{n-k} 1^n = (1+1)^n =$

Exercice n° 14: Etant donné un ensemble A fini de cardinal n. Démontre en utilisant les combinaisons que $\#(A) = 2^n$

- Il y a $\binom{n}{0}$ partie n'ayant aucun élément de A.
- Il y a $\binom{n}{1}$ parties n'ayant qu'un élément de A.
- Il y a $\binom{n}{2}$ parties n'ayant que deux élément de A.
- ...
- Il y a $\binom{n}{n}$ parties ayant n élément de A.

Donc, $\#(A) = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^{n-k} 1^n = (1+1)^n = 2^n$.